
Nome:

2025-07-16

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{TT})]$.²
- VI. Responda dentro das caixas indicadas.
- VII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- VIII. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- IX. **Escolha até 4 questões sem repetir letras.**
- X. Provas violando as restrições de escolha não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

- (18) **R1.** Defina $(F/I/E/\beta/\eta)$ um dos: $(+)$, (\times) , (\rightarrow) .
 (28) **R2.** Defina $(F/I/E/\beta/\eta)$ um dos: Σ , Π .
 (28) **R3.** Mostre que com o Σ podemos definir os $(+)$, (\times) . (Precisa algo mais?)
 (28) **R4.** Mostre que com o Π podemos definir os (\times) , (\rightarrow) . (Precisa algo mais?)

- (24) **C1.** O (\times) merece o nome produto binário.
 (36) **C2.** Escolha um dos seguintes

$$- + B, \quad A + -, \quad - \times B, \quad A \times -, \quad - \rightarrow B, \quad A \rightarrow -,$$

e verifique que é um functor covariante, e um (outro) e verifique que é um functor contravariante.

- (32) **M1.** Unicidade de limites.
 (32) **M2.** p limit point de A sse existe seqüência de membros de $A \setminus \{p\}$ que converge no p .
 (32) **M3.** Os abertos de um espaço métrico formam uma topologia.
 (32) **M4.** Seqüências convergentes são autoconvergentes (Cauchy).

Com as definições seguintes:

$$A^\circ \stackrel{\text{def}}{=} \{a \mid (\exists \varepsilon > 0) [\mathcal{B}_\varepsilon(a) \subseteq A]\}$$

$$A^- \stackrel{\text{def}}{=} A \cup A'$$

$$A' \stackrel{\text{def}}{=} \{\text{os limit points de } A\}$$

$$\partial A \stackrel{\text{def}}{=} \{x \mid (\forall \varepsilon > 0) [\mathcal{B}_\varepsilon(x) \text{ interseta ambos os } A, A^c]\}$$

- (16) **U1.** A° é o melhor subconjunto aberto de A .
 (16) **U2.** ∂A fechado.
 (16) **U3.** $A^\circ \cup B^\circ \subseteq (A \cup B)^\circ$ (e contraexemplo para (\supseteq)).
 (16) **U4.** $(\mathcal{B}_\varepsilon(c))^- \stackrel{?}{=} \mathcal{B}_\varepsilon[c]$

- (16) **T1.** Espaços topológicos com funções contínuas forma uma categoria.
 (24) **T2.** Funções contínuas preservem conexidade.
 (42) **T3.** Subconjuntos fechados de compactos são compactos.
 (32) **T4.** Funções contínuas preservem compactude.

- (42) **H1.** Defina *caminho* num espaço topológico e o grupo fundamental $\pi(X; x_0)$.
 Enuncie tudo que precisa ser feito/demonstrado para justificar o nome *grupo*.
 Escolha 2 para resolver.

RESOLUÇÃO DE ____ .

A large, empty rectangular box with a thin black border, occupying the upper half of the page. It is intended for the main text or content of the first resolution.

RESOLUÇÃO DE ____ .

A large, empty rectangular box with a thin black border, occupying the lower half of the page. It is intended for the main text or content of the second resolution.

RESOLUÇÃO DE ____ .

A large, empty rectangular box with a thin black border, occupying the central portion of the page. It is intended for the main body of text or content related to the resolution above.

RESOLUÇÃO DE ____ .

A second large, empty rectangular box with a thin black border, identical in size and style to the one above. It is positioned below the second resolution header and is also intended for the main body of text or content.

RASCUNHO