Resolução de 03.

(2) ⇒ (1): Suponha $dg \le 1_S$ e $1_T \le gd$. (2)

Parte ~~monóton~~ g, d monótonas: Imediato.

Parte $(\forall s,t)[gs \ge t \Leftrightarrow s \ge dt]$:

Sejam s, t.

$\boxed{\text{Parte } gs \ge t \Rightarrow s \ge dt\text{: Suponha } gs \ge t.}$ (⇒)

Logo, $dgs \ge dt$ [d monótona].

Como $1_S s \ge dgs$ pela (2), então $s \ge dt$ pela $[dgs \ge dt]$ e $[1_S.1]$.

$\boxed{\text{Parte } s \ge dt \Rightarrow gs \ge t\text{: Suponha } s \ge dt.}$ (⇐)

Logo $gs \ge gdt$ [g monótona]. similar!

~~Como $gdt \ge 1_T t$ pela (2), então $gs \ge t$ pela $[gs \ge gdt]$ e $[1_T.1]$.~~

(1) ⇒ (2): Suponha (g,d) adjunction.

Parte $dg \le 1_S$: Seja s.

Como $gs \ge gs$, então $s \ge dgs$ [(1).2 $s:=s$, $t:=gs$]

Logo $1_S \ge dg$.

Parte $1_T \le gd$: Similar.

(2) ⇒ (3):

Parte $d = dgd$:

Basta que $d \ge dgd$ e $d \le dgd$.

Parte $d \ge dgd$

Como $1_S \ge dg$ pela (2), então $1_S d \ge dgd$.

Logo, $d \ge dgd$.

Parte $d \le dgd$.

Como $1_T \le gd$ pela (2), então $d1_T \le dgd$ pela [d monótona]

Logo $d \le dgd$.

(3) ⇒ (4): Parte gd idem:

Defino (?) $Fh^0 = Fh$ e $Fh^{n+1} = Fh\,Fh^n$ para toda F, h.

Desse modo, basta que $(\forall n)[gd = gd^n]$.

Por indução no n.

Base: Imediato ($gd = gd^0$ pela [(...).1]).

Passo indutivo:

Suponha que $gd = gd^n$.

Logo, $gd^{n+1} = gd\,gd^n = gdgd$ pela H.I.

Logo, $gdgd = gd$ pela (3).

Logo, $gd^{n+1} = gd$.

socorro! $gdgd = g(dgd) = gd$ ■

Resolução de 04.

(1) ⇒ (2):

Parte g monótona: imediato pela (1).1.

Parte $(\forall t)[d(t) = \min g^{-1}(\uparrow t)]$

Seja t.

Basta que $d(t) \ge \min g^{-1}(\uparrow t)$ e $d(t) \le \min g^{-1}(\uparrow t)$

Parte $d(t) \le \min g^{-1}(\uparrow t)$:

(2) ⇒ (1):

Parte g monótona: Imediato pela (2).1

Parte d monótona:

Sejam x, y t.q $x \le y$.

Basta que $\min g^{-1}(x\uparrow) \le \min g^{-1}(y\uparrow)$?

Resolução de 04.

$(1) \Rightarrow (2)$:

Suponha (g,d) uma Galois connection.(h)

Parte g é monótona:

Imediato. [(h).1]

Parte $(\forall t)[(dt) = \min g^{-1}(\uparrow t)]$.

Seja $t \in T$.

Tome $x := \min g^{-1}(\uparrow t)$. robou! (Por quê?)

Logo, $x \in g^{-1}(\uparrow t)$ e $(\forall y \in g^{-1}(\uparrow t))[x \leq y]$.(hmin)

Ou seja, $t \leq gx$.

Logo, $dt \leq x$. [(h).2]

Como $dt \leq dt$, logo $g(dt) \geq t$. [(h).2]

Logo, $g(dt) \in (\uparrow t)$.

Como hmin, logo $x \leq dt$.

Logo, $dt = x$.

$(2) \Rightarrow (1)$

Suponha g monótona e $(\forall t)[dt = \min g^{-1}(\uparrow t)]$.(h)

Parte g, d monótonas:

Basta demonstrar d monótona.(h)

Sejam t, t' t.q. $t \leq t'$.(h)

Basta demonstrar

$\min g^{-1}(\uparrow t) \leq \min g^{-1}(\uparrow t')$

Tome $x := \min g^{-1}(\uparrow t)$
e $y := \min g^{-1}(\uparrow t')$.(hx)

Logo, $t \leq gx$ e $(\forall z \in g^{-1}(\uparrow t))[x \leq z]$
e $t' \leq gy$ e $(\forall z \in g^{-1}(\uparrow t'))[y \leq z]$

Logo, $t \leq gy$. [(h')]

Logo, $y \in g^{-1}(\uparrow t)$.

Logo, $x \leq y$. [(hx)]

Parte $(\forall s,t)[gs \geq t \Leftrightarrow s \geq dt]$:

Sejam s, t.

Parte $\Rightarrow$:

Suponha $gs \geq t$.

Logo, $s \in g^{-1}(\uparrow t)$.

Logo, $\min g^{-1}(\uparrow t) \leq s$.

Ou seja, $dt \leq s$.

Parte $\Leftarrow$:

Suponha $s \geq dt$

Logo, $s \geq \boxed{\min g^{-1}(\uparrow t)} \to x$?

Logo, $gs \geq gx$. [g mon]

Logo, $gs \geq t$. [$gx \geq t$].

Resolução de 03.

Parte $(1) \Rightarrow (2)$:

Suponha (g,d) uma Adjunction.(h)

Parte $dg \leq 1_S$:

Seja s.

Como $gs \geq gs$, logo $s \geq d(gs)$. [(h).2]

Parte $1_T \leq gd$:

Similar { ~~Seja t.~~
~~Como $dt \geq dt$, logo $g(dt) \geq t$. [(h).2]~~ }

Parte $(2) \Rightarrow (1)$:

Suponha $dg \leq 1_S$ e $1_T \leq gd$.(h)

A parte g, d monótonas é gratuita pelas escolhas de g e d.

Parte $(\forall s,t)[gs \geq t \Leftrightarrow s \geq dt]$:

Sejam s, t.

Parte $\Rightarrow$:

Suponha $gs \geq t$.

Logo, $d(gs) \geq dt$. [d mon]

Logo, $s \geq dt$. [$1_S \geq dg$]

Parte $\Leftarrow$:

Similar { ~~Suponha $s \geq dt$.~~
~~Logo, $gs \geq g(dt)$. [g mon]~~
~~Logo, $gs \geq t$. [$gd \geq 1_T$]~~ }

$(1),(2) \Rightarrow (3)$:

Parte $d = dgd$:

Seja t.

Como $dt \leq dt$, logo $dg(dt) \leq dt$. [$dg \leq 1_S$]

Como $t \leq t$, logo $t \leq gdt$. [$gd \geq 1_T$]

Logo $dt \leq dgdt$). [d mon]

Logo $d = dgd$.

Parte $g = gdg$:

Similar.

$(1),(2) \Rightarrow (4)$:

Parte gd idempotente:

Como (3), logo, $gdgd = gd$.

Parte dg idempotente:

Similar.

Resolução de T6 .

Seja H Hausdorff space.

Sejam x e um subconjunto compacto K. ("disjuntos") ✓

Escolho, para x, a $\bigcap\{$todos os opens disjuntos ~~de x~~ com os elementos de $K\}$.

Escolho, para K, a $\bigcup\{$todos os opens disjuntos dos elementos de K com $x\}$.

:(

Resolução de ____ .

RESOLUÇÃO DE 01 .

Sejam a, b, c e L, com L sendo um reticulado.

Seja $a \geq c$. Logo, $c \leq a$.

Temos que $c \leq b \vee c$.

Logo, $c \leq a \wedge (b \vee c)$. ✓

Temos, também, que $c \geq (a \vee b) \wedge c$. ✓

Assim, $a \wedge (b \vee c) \geq (a \vee b) \wedge c$ por transitividade.

✓

RESOLUÇÃO DE 02 .

Sejam a, b e L, com L sendo um reticulado com ordem $\leq$.
Exponencial de a em relação a b é o maior elemento x que satisfaz: $a \wedge x \leq b$. Isso é denotado por $a \longrightarrow b$ ou b^a.

Prova da distributividade:

Sejam a, b, c e L, L reticulado.
Como L é reticulado, temos $a \wedge (b \vee c) \geq (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$.
Basta provar $(a \wedge b) \vee (a \wedge c) \geq a \wedge (b \vee c)$.
Seja ~~$x \in L$, tal que~~ $x = a \longrightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$.
Logo, temos $a \wedge x \leq (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ ✓
Por transitividade, temos $a \wedge x \leq a \wedge (b \vee c)$ ✓

entre quais?

Logo, $x \leq b \vee c$. Como x deve ser o maior elemento possível, temos $x = b \vee c$. ✗ como?

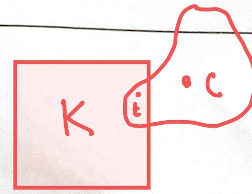
Assim, temos $a \wedge (b \vee c) \leq (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$.
Por antissimetria, provamos $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$. ✓
O processo para demonstrar a distributividade do $\vee$ é análogo.

(veja #order-theory > R Heyting ...)

Resolução de T3 .

Seja S um espaço Hausdorff. ✓

Seja K um subconjunto compacto de S. ✓



Seja c um cluster point de K ✓

Suponha, por absurdo, que $c \notin K$. ✓ -- ALVO: $\perp$

Seja N_c uma vizinhança de ~~c~~ c, ~~tq~~ Logo $\exists t \neq q$ e $t \in N_c \cap K$

Pela definição de vizinhança de x, para cada $x \in N_c$, podemos solicitar um aberto O_x, tal que $x \in O_x \subseteq N_c$. ✗

Unindo todos os abertos solicitados, temos um aberto O, tal que todos os elementos de N_c pertencem a O.

Além disso, para cada elemento y restante de K, tal que $y \in K \wedge y \notin O$, podemos solicitar abertos disjuntos em relação a cada um dos elementos de O. Aplicando intersecção em todos eles ??, obtemos, para cada y, O_y aberto ? $| \; y \in O_y \wedge O_y \cap O = \emptyset$. Podemos fazer isso uma vez que $K \subseteq S$ e S é espaço Hausdorff.

Finalmente, podemos definir um aberto $O' = \bigcup O_y, \forall y \,|\, y \in K \wedge y \notin N_c$. ?

Note que O e O' são disjuntos, t.q. $O \cup O' \supset K$.

Assim, obtemos uma cobertura $K_c = O \cup O'$ de K t.q. K_c não possui subcobertura finita. Isso, no entanto, é um absurdo, dado que K é compacto.

¿por que não? tuz até o espaço inteiro é finito.

Logo, K possui seus cluster points e, por isso, é fechado.

Resolução de ___ .

'e' ≠ '∈'

Resolução de D3.

(1) ⇒ (2) Sup. (g,d) adj. Seja $s \in S$, basta $(dg)s \leq s$.
Como $gs \leq gs$, por (g,d)-adj, temos $s \geq d(gs) = (dg)s$.
$1_T \leq gd$ é similar.

(2) ⇒ (1) Sup. $dg \leq 1_S$ e $1_T \leq gd$. Sejam $s \in S$, $t \in T$.
(⇒) Sup. $gs \geq t$. Por d-mon, $d(gs) \geq dt$. Por hipótese, $d(gs) \leq s$, logo $s \geq dt$.
(⇐) similar.

(1) ⇒ (3) Seja $t \in T$. Mostraremos $dt = (dgd)t$.
(≥) Note que ~~[illegible]~~ $(gd)t \in T$ e $dt \in S$, logo por $\boxed{(d,g)}$-adj, $(gd)t \geq (gd)t \Leftrightarrow dt \geq (dgd)t$, e trivialmente temos (⇒)?
(g,d)
(≤) Temos $dt \geq dt$, logo, por (d,g)-adj, $g(dt) \geq t$.
Por d-mon, $d(g(dt)) \geq dt$.

(3) ⇒ (4) mostraremos gd idempotente, ou seja, $(\forall t)\ (gd)(gd)t = (gd)t$.
Então seja $t \in T$. Calculamos:

$$((gd)(gd))t = (g(dgd))t$$
$$= (gd)t \quad [(3).1]$$

melhor sem pontinhos

dg idempotente é similar.

Resolução de T4.1

Seja K um espaço compacto, e $F \subseteq K$ um fechado.
Seja $\{G_\alpha\}_\alpha$ uma cobertura aberta do F, ou seja, $\bigcup^\alpha G_\alpha \supseteq F$.
Note que F^c é aberto no K, e que $F \cup F^c = K$.
Daí, como $\bigcup^\alpha G_\alpha \supseteq F$, temos $\bigcup^\alpha G_\alpha \cup F^c = K$.
Logo $\{G_\alpha\}_\alpha \cup \{F^c\}$ é uma cobertura aberta do K, e por sua compacidade, seja a subcobertura finita $\{G_n\}_n$ do K.
Daí, $F \subseteq K \subseteq$ ~~[illegible]~~ $\bigcup^n G_n$, logo $\{G_n\}_n$ é uma cobertura finita do F. Mas F^c pode ser um dos G_i, o que quebraria a condição de ser subcobertura do $\{G_\alpha\}_\alpha$.
Mas se algum $G_i = F^c$, note que é disjunto do F. Logo, ~~[illegible]~~ fazendo $\{G_n\}_n \setminus \{G_i\}$ ainda teremos uma cobertura, pois os membros de $G_i = F^c$ não adicionam membros para cobrir o F.
Logo $\{G_n\}_n \setminus \{G_i\}$ é cobertura aberta finita, e o F é compacto

Resolução de 04.

(1) ⇒ (2) Suponha (g,d) Galois Con. Então g é monótona.

Tome $t \in T$. Mostraremos $dt = \min g^{-1}(\uparrow t)$.

[l.b.] Seja $s \in g^{-1}(\uparrow t)$, ou seja, $gs \in (\uparrow t)$.

Daí, $gs \geq t$. Por (g,d) adj, $s \geq dt$.

Logo $dt \leq g^{-1}(\uparrow t)$.

(Finalmente!)

[$\in g^{-1}(\uparrow t)$] Para ser min precisa pertencer ao conjunto.

Note que de 03-(1) ⇒ 03-(2), temos $1_T \leq$ ~~[illegible]~~ gd.

Logo ~~[illegible]~~ $g(dt) \leq t$, donde ~~[illegible]~~ $g(dt) \in (\uparrow t)$, donde →

$\therefore dt \in g^{-1}(\uparrow t)$, como queríamos.

(2) ⇒ (1) Agora g mon. e $(\forall t)\ dt = \min g^{-1}(\uparrow t)$.

[d mon.] Sejam $t_1 \leq t_2$. Note que $dt_2 = \min g^{-1}(\uparrow t_2)$, logo $g(dt_2) \geq t_2 \geq t_1$.

Daí, $g(dt_2) \in (\uparrow t_1)$, e $dt_2 \in g^{-1}(\uparrow t_1)$, e como dt_1 é o mínimo deste conjunto, temos $dt_1 \leq dt_2$.

[(g,d) adj] Sejam $s \in S$ e $t \in T$.

Suponha $gs \geq t$. Como $dt = \min g^{-1}(\uparrow t)$, basta $s \in g^{-1}(\uparrow t)$, ou seja, $gs \geq t$, que temos por hipótese.

Agora suponha $s \geq dt$. Como $dt = \min g^{-1}(\uparrow t)$, sabemos que $g(dt) \geq t$.

Por g-mon., de $s \geq dt$, temos $gs \geq g(dt)$.

Daí $gs \geq g(dt) \geq t$ ∎

Resolução de T4.2. o? um? ?

→ Quem é?

Considere ~~o~~ espaço topológico $(K;\tau)$, onde $\tau = \{\emptyset, K\}$, a topologia indiscreta.

Note que é compacto, pois qualquer cobertura aberta tem no máximo 2 conjuntos.

Considere, para $x \in K$, o conjunto $\{x\}^c$.

É um conjunto compacto: novamente, qualquer cobertura aberta tem no máx. 2 conjuntos.

Mas $\{x\}^c$ não é um conjunto fechado: os únicos são o K e o $\emptyset$. E por que $\{x\}^c \neq \emptyset$?

Logo, não necessariamente subconjuntos compactos de espaços compactos são fechados.

Resolução de T6 .

Seja H Hausdorff. Sejam $p \in H$ e $C \subseteq H$ tq $p \notin C$ e C compacto.

De H Hausdorff, para cada $c \in C$ considere P_c e C'_c os abertos que separam p de c, ou seja, tq $p \in P_c$ e $c \in C'_c$.

Sejam $\mathcal{P}$ e $\mathcal{C}'$ os conjuntos formados por P_c e C'_c para cada $c \in C$.

Como C ~~open~~ compacto e $\mathcal{C}'$ open cover de C, seja $S \subseteq \mathcal{C}'$ tq S finito e $\bigcup S \supseteq C$.

Agora considerando o conjunto $\mathcal{P}' = \{P_c \in \mathcal{P} \mid C'_c \in S\}$.

Temos $\mathcal{P}'$ finito e como $\mathcal{P}'$ formado de abertos, logo $\bigcap \mathcal{P}'$ aberto.

Como $\bigcup S$ aberto e $\bigcap \mathcal{P}'$ aberto, é suficiente mostrar $\bigcup S \cap \bigcap \mathcal{P}' = \emptyset$, sendo $C \subseteq \bigcup S$ e $p \in \bigcap \mathcal{P}'$.

Suponha, por absurdo, que $\bigcup S \cap \bigcap \mathcal{P}' \neq \emptyset$, logo seja x tq $x \in \bigcup S$ e $x \in \bigcap \mathcal{P}'$.

Logo seja $c \in C$ tq $x \in C'_c \in S$.

Como $x \in \bigcap \mathcal{P}'$, logo $x \in P_c$.

Contradição, pois C'_c e P_c foram escolhidos de maneira a serem disjuntos.

Resolução de T3 .

Seja H Hausdorff. Seja $C \subseteq H$ compact.

Caso $C = H$:

$H \setminus C = \emptyset$ que é open. Logo C open.

Caso $C \neq H$:

Seja $h \in H$ tq $h \notin C$.

De forma similar ao que fiz na T6, consigo construir um conjunto $\mathcal{H}$ de abertos tq $h \in \bigcap \mathcal{H}$. Nããão! Ö

Melhor simplesmente usar o T6 para ganhar o T3 como corolário, neste ponto:

Resolução de 04 .

(⇒) Suponha (g,d) Galois Connection.

Temos g, d monotonas e $(\forall s,t)[gs \geq t \Leftrightarrow s \geq dt]$

g monotona é imediato, basta mostrar $(\forall t)[d(t) = \min g^{-1}(t\uparrow)]$

Seja $t \in T$. Quero $d(t) = \min g^{-1}(t\uparrow)$, ou seja, quero $(\forall a \in g^{-1}(t\uparrow))[d(t) \leq a]$. & $dt \in g^{-1}(t\uparrow)$.

Seja $a \in g^{-1}(t\uparrow)$. Logo $g(a) \geq t$.

Como $g(a) \geq t$, pela hipotese tenho $a \geq d(t)$, que é oque queria.

(⇐) Suponha g monotona e $(\forall t)[d(t) = \min g^{-1}(t\uparrow)]$

- g monotona é imediado ~~para d monotona sejam a, c ∈ T tq a<b~~.
- (2) Vou mostrar $(\forall s,t)[gs \geq t \Leftrightarrow s \geq dt]$:

  Sejam s, t

  (⇒) Suponha $g(s) \geq t$. Logo $s \in g^{-1}(t\uparrow)$.

  Como $d(t) = \min g^{-1}(t\uparrow)$, logo $dt \leq s$

  (⇐) Suponha $s \geq dt$, de g monotona $g(s) \geq g(dt)$.

  ~~Como dt = min g⁻¹(t↑)~~, vou mostrar $g(dt) \geq t$ por absurdo. (buuu)

  gdt $\ngeq$ t

  gdt < t

  Suponha $g(dt) < t$, logo $dt \notin g^{-1}(t\uparrow)$, que contradiz a hipotese que $dt = \min g^{-1}(t\uparrow)$. Logo $g(dt) \geq t$ e como $g(s) \geq g(dt)$, por transitividade tenho $gs \geq t$.

- Para d monotona sejam $a, b \in T$. ~~[illegible]~~ tq $a \leq b$.

  Tenho $d(a) = \min g^{-1}(a\uparrow)$ e $d(b) = \min g^{-1}(b\uparrow)$.

  Como $b \geq a$, logo $(b\uparrow) \subseteq (a\uparrow)$. Logo, $\min g^{-1}(b\uparrow) \in g^{-1}(a\uparrow)$, logo $\min g^{-1}(b\uparrow) \geq d(a)$, pela escolha de $d(a)$. Mas $\min g^{-1}(b\uparrow) = d(b)$, logo $d(b) \geq d(a)$.

Resolução de ~~16~~.

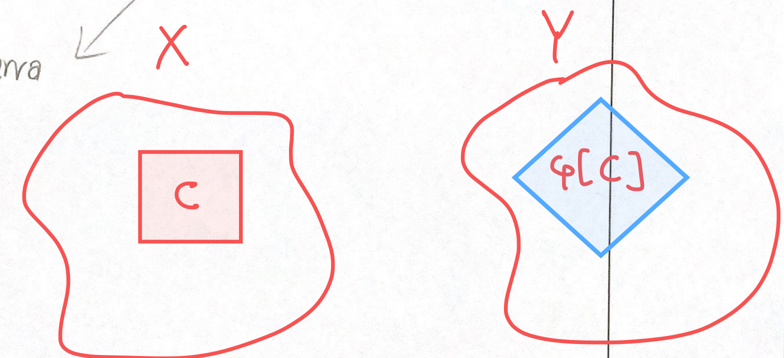
[redacted]

Resolução de $T2$.

open

Sejam C compacto e $\mathcal{C}'$ cover de $\varphi[C]$.
Como φ é contínua, logo $\cup\mathcal{C}'$ é open. ??
logo solicito $\bar{\mathcal{C}} \in \varphi[\cup\mathcal{C}']$.
$\bar{\mathcal{C}}$ cobre C. Solicito $\mathcal{C}$ cover de C,
logo finito e coberto por $\mathcal{C}$.
o $\varphi[\mathcal{C}]$ serve, porque a φ preserva
Uniões arbitrárias, e logo, além de
finito, cobre a C e é subconjunto
da $\varphi[C]$.

Usei que era formado por abertos em algum lugar :thinking:



X

Resolução de $Q3$.

$(\Rightarrow)$: (seja s ...)

$(d \circ g)s \leq s$

$\Leftrightarrow d(gs) \leq s$..

no quadro.

pela $s \geq dt \Leftrightarrow gs \geq t$,

basta $gs \leq gs$ ■

(2)

$(\Leftarrow)$:

Sem tempo!

Aceite similaridades, psv!

$s \geq dt$

$\Rightarrow gs \geq gdt \geq t$. [monótona g & (hipótese.2)]

outro lado similar. ~~de mais tempo:~~

$t \leq gs$

$\Rightarrow dt \leq dgs \leq s$. [monótona d & hipótese.1]

(3) $dt \leq dgdt$

$\Leftrightarrow gdt \leq gdt$. ✓

$dgdt \leq dt$

$\Leftrightarrow gdt \leq gdt$.

Logo $d = dgd$, por anti-simetria

e para todo t. ?!?

(4) (composição associa) yikes

$gdgd\, t \leq t$

$\Leftrightarrow dgdt \leq dt$

$\Leftrightarrow gdt \leq gdt$.

Igual na (3), chegaremos,

similarmente que os

$gdgd = id_S$ & $dgdg = id_T$

mais que uma linha pra isso?

nem parecem demonstrações!

mistura de rascunho,
proposições secas,
símbolos,
...

[redacted]

Resolução de 01.

Vou achar uma contínua bijetiva ~~f~~ tal ñ preservou um Open. Eu ia desenhar a função escada esquisita: f, mas ~3 min

??? ai ai...

Sobrou tempo dos

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\text{hipótese}}{c \le a}}{(a \vee b) \wedge c \le a} \qquad \dfrac{\dfrac{}{(a \vee b) \wedge c \le c}}{(a \vee b) \wedge c \le b \vee c}}{(a \vee b) \wedge c \le a \wedge (b \vee c)}$$

Resolução de ___.

Resolução de 03 .

$(\Longrightarrow) \vdash dg \leq 1_S$

Seja (g, d) adjunction

Seja $s \in S$

Logo, $gs \geqslant gs$ [g monótona]

Logo, $s \geqslant dgs$ [$gs \geq t \Leftrightarrow s \geq dt$; $(s := s)(t := gs)$]

Logo, $1_S \geqslant dg$

$(\Longleftarrow) \vdash (\forall s, t)[gs \geq t \Rightarrow s \geq dt]$

Sejam s, t t.q. $gs \geq t$

Logo, $dgs \geq dt$ [d monótona]

Logo, $s \geq dt$ [$dg \leq 1_S$].

$\vdash 1_T \leqslant gd$

Seja (g, d) adjunction

Seja $t \in T$

Logo, $dt \geqslant dt$ [d monótona]

Logo, $gdt \geqslant t$ [$gs \geqslant t \Leftrightarrow s \geq dt$; $(s := dt)(t := t)$]

Logo, $1_T \leqslant gd$

Similar

$\vdash (\forall s, t)[gs \geqslant t \Leftarrow s \geqslant dt]$

Sejam s, t t.q. $s \geq dt$

Logo, $gs \geq gdt$ [g monótona]

Logo, $gs \geqslant t$ [$1_T \leqslant gd$]

Similar

$\vdash gdg \leqslant g$

Seja $s \in S$

Logo, $dgs \leqslant s$ [$dg \leq 1_S$]

Logo, $gdg \leqslant g$. [?]

$\vdash gdg \geqslant g$

...?

$\vdash dgd \leq d$

Seja $t \in T$

Logo, $gdt \geqslant t$ [$1_T \leqslant gd$]

Logo, $dgdt \geq dt$ [d monótona]

Logo, $dgd \geqslant d$.

Resolução de ____ .

Resolução de 04.

~~stejamos~~

($\Rightarrow$)

Sejam $g: S \to T$ e $d: T \to S$, tq (g, d) é uma Galois connection.

Parte g monotona:

imediato.

Parte $(\forall t)[d(t) = \min g^{-1}(t)]$.

~~Seja t ∈ T~~ Seja $t \in T$. .. $= \min g^{-1}(t)$

Seja K tq $g(K) \geq t$ e $(\forall K')[gK' \geq t \Rightarrow K \leq K']$. $(h1)$ [robou]

~~Temos que~~ Como (g, d) é GC, logo $K \geq dt$.

Temos que $t \geq t$, logo $d(t) \geq d(t)$ [d-monotone]

Logo $g(d(t)) \geq t$ [(g, d) - GC]

Logo $K \leq d(t)$ [(h1)]

Logo $K \geq d(t)$.

-- Veja a continuação que está em algum lugar

Resolução de 01.

Sejam a, b, c.

Suponha $a \geq c$.

Temos que $(a \vee b) \wedge c \leq c$.

Como $a \geq c$, logo $(a \vee b) \wedge c \leq a$. [?]

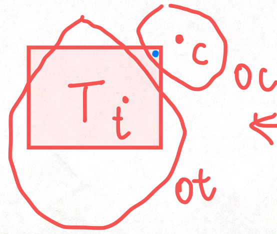
Como $(b \vee c) \geq c$, logo $(a \vee b) \wedge c \leq (b \vee c)$. [?] confundiu!

Como $(a \vee b) \wedge c \leq a$ e $(a \vee b) \wedge c \leq b \vee c$,

Logo $a \wedge (b \vee c) \geq (a \vee b) \wedge c$.

Resolução de T3.

Seja T compacto
Seja c, C.P de T
Suponha $c \notin T$
Seja $t \in T$



Como ~~...~~ estamos em Hausdorff space, logo sejam $c \in O_c$ e $t \in O_t$ open, tq $O_c \cap O_t = \emptyset$.
Como $t \in T$, logo $O_t \cap T$ é nbh, logo $O_c \cap T = \emptyset$.
Como O_c é open, logo seja $N_c \subset O_c$ tq N_c é nb-hd de c
Como $N_c \subseteq O_c$ e $O_c \cap T = \emptyset$, logo $N_c \cap T = \emptyset$.
Logo, c não é c.p de T.

Resolução de Q4. continuação

($\Leftarrow$)

Parte $(\forall s,t)\,[g s \geq t \iff s \geq d t]$

($\Rightarrow$)

Sejam s, t tq $g s \geq t$

o $d t$??

Como $g(d(t)) \geq t$ e mínimo, logo $s \geq d t$,

($\Leftarrow$)

deveria ser 's' ??

Sejam s, t tq $s \geq d t$

Como g é monótona, logo $g s \geq g(d t)$.

Como $g(d(t)) \geq t$, logo $g s \geq t$

Parte d monótona

Sejam t, t' tq $t \geq t'$

os $d t$,

Temos que $g(d(t)) \geq t$ e $g(d(t')) \geq t'$ e são mínimos ?!

Como $t \geq t'$ e $g(d(t)) \geq t$, logo $g(d(t)) \geq t'$.

Como $g(d(t'))$ é mínimo, logo $d(t) \geq d(t')$.

Resolução de 03.

• (1) => (2)

Suponha (1)

-- $\forall s, d(gs) \leq s$

seja $s \in S$

~~temos $s \leq s$ [$\leq$.refl]~~ desnecessário

logo $gs \leq gs$ [g ~~mono~~] $\leq$ refl.

Logo $d(gs) \leq s$ [(g,d) G.C.]

-- $\forall t, t \leq g(dt)$

Similar.

• (2) => (1)

Suponha (2)

Sejam $s \in S, t \in T$

-- $t \leq gs \Rightarrow dt \leq s$

Suponha $t \leq gs$

logo $dt \leq d(gs)$ [d monótona]

$\leq s$ [(2)]

-- $dt \leq s \Rightarrow t \leq gs$

Similar.

• (1),(2) => (3)

-- $d = dgd$: seja $t \in T$

-- $d \leq dgd$:

temos $t \leq g(dt)$ [2]

logo $d(t) \leq d(g(dt))$ [d é monótona]

-- $d \geq dgd$

imediato pela 2.1 aplicada no dt

-- $g = gdg$ é similar

• (1),(2),(3) => (4)

-- gd é idempotente:

Seja $t \in T$

-- $gd(gd\,x) = gd\,x$

$gd(gd\,x) = g(dgd\,x)$ [o.Assoc]

$= gd\,x$ [(3)]

-- dg é idempotente:

Similar

deveria tirar os pontinhos, mas já tá bagunçado demais...

Resolução de ~~03~~ 04

• (1) => (2)

-- g monótona

é imediato por (1)

-- $\forall t, dt = \min g^{-1}(\uparrow t)$

seja $t \in T$

Pela 03.2.2, temos $t \leq g(dt)$

logo $dt \in g^{-1}(\uparrow t)$.

Preciso $\forall s \in g^{-1}(\uparrow t), dt \leq s$

Seja $s \in g^{-1}(\uparrow t)$, ou seja, $gs \geq t$.

logo $s \geq dt$. [(g,d) G.C.]

-- // --

Temos $t' \leq g(dt')$ [$dt' \in g^{-1}[\uparrow t']$]

logo $t \leq g(dt')$ [$\leq$.trans]

logo $dt \leq dt'$ [dt é o min]

• (2) => (1)

-- g monótona

-- d monótona:

sejam $t, t' \in T$ t.q. $t \leq t'$

~~logo ...~~

-- $\forall s,t.\ t \leq gs \Leftrightarrow dt \leq s$

($\Rightarrow$) Suponha $t \leq gs$

logo $gs \in \uparrow t$ & $s \in g^{-1}(\uparrow t)$

logo $dt \leq s$ [dt é min]

($\Leftarrow$) Suponha $dt \leq s$

logo $g(dt) \leq gs$ [g é monótona]

Temos $t \leq g(dt)$ [$dt \in g^{-1}[\uparrow t]$]

logo $t \leq gs$ [$\leq$.trans]

Resolução de [redacted]. T2

Seja $f: A \to B$ contínua

Seja $C \subseteq A$ [redacted] compacto

[redacted]

-- Preciso fC compacto

Seja $\mathcal{G}$ open cover de fC

-- Preciso achar subcover finito para $\mathcal{G}$

Resolução de ____ .