TopOrd, 2025.2
(Turma T12 do Thanos)

Prova TopOrd.1
(points: 100; bonus: $0^\flat$; time: 100')

Nome:

2025-10-08

Regras:

I. Não vires esta página antes do começo da prova.

II. Nenhuma consulta de qualquer forma.

III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).[1]

IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.

V. $(\forall x)\,[\,\mathrm{Colar}(x) \implies \neg\mathrm{Passar}(x, \mathrm{TopOrd})\,]$.[2]

VI. Use caneta para tuas respostas.

VII. Responda dentro das caixas indicadas.

VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la.*

IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.

X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.

XI. Respeite as restrições dos problemas que têm escolha.[3]

Boas provas!

[1] Ou seja, *desligue antes* da prova.
[2] Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.
[3] Respostas violando essa regra (respondendo em mais questões) tirarão 0 pontos.

Escolha até 3 para resolver, sem ser as 3 da mesma letra (**T** ou **O**).

(10) **T1.** Olhe and refute: f bijetiva e continua implica f aberta.
(20) **T2.** Funções continuas preservam compacidade.
(25) **T3.** Em espaços Hausdorff, compactos são fechados.
(30) **T4.** Demonstre um refute o outro:
(1) em espaços compactos, fechados são compactos;
(2) em espaços compactos, compactos são fechados.
(50) **T5.** Em espaços Hausdorff podemos separar qualquer ponto de qualquer compacto "disjunto" por abertos disjuntos.

(10) **O1.** Em qualquer reticulado temos: $a \geq c \implies a \wedge (b \vee c) \geq (a \vee b) \wedge c$.
(20) **O2.** Defina exponenciais e demonstre: qualquer reticulado com exponenciais é distributivo.
(25) **O3.** Sejam S, T posets, $g : S \to T$, $d : S \leftarrow T$ monotonas. O.s.s.e.:
(1) (g, d) is an adjunction;
(2) $dg \leq 1_S$ and $1_T \leq gd$.
Ainda mais, qualquer uma das (1),(2) implica ambas as (3) e (4):
(3) $d = dgd$ & $g = gdg$;
(4) gd, dg são idempotentes.
(50) **O4.** Sejam S, T posets, $g : S \to T$, $d : S \leftarrow T$. O.s.s.e.:
(1) (g, d) is a Galois connection;
(2) g is monotone and $(\forall t)\,[\, d(t) = \min g^{-1}[\uparrow t]\,]$.

Resolução de ____ .

Resolução de ____ .

Resolução de ____ .

Só isso mesmo.

Rascunho