**General Topology, 2019.1**
(Turma T12 do Thanos)

**Prova 1**
(points: 100; bonus: $0^\flat$; time: 200')

---

**Nome:**

---

*26/06/2019*

## Regras:

**I.** Não vires esta página antes do começo da prova.

**II.** Nenhuma consulta de qualquer forma.

**III.** Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).[1]

**IV.** Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.

**V.** $\forall x \big(\mathrm{Colar}(x) \to \neg \mathrm{Passar}(x, \mathrm{TOPO})\big)$.

**VI.** Use caneta para tuas respostas.

**VII.** Responda dentro das caixas indicadas.

**VIII.** Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.

**IX.** Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.

**X.** Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo!

**XI.** Os pontos bônus são considerados apenas para quem consiga passar sem.[2]

**XII. Responda em 1 vogal e 1 consoante.**[3]

*Boas provas!*

---

[1] Ou seja, *desligue antes* da prova.

[2] Por exemplo, 25 pontos bônus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

[3] Provas com respostas em mais que isso não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(24) **A**

Prove that one of the following is a topological space and that the other one is not.

**A1.** $X$ is an uncountable set; $\mathcal{O}$ is the collection of all sets that are countable or $X$ itself.
PROOF/REFUTATION.

**A2.** $X$ is an uncountable set; $\mathcal{O}$ is the collection of all sets that are cocountable or empty.
PROOF/REFUTATION.

(42) **E**

$X$ is $(0,1)$; $\mathcal{O}$ is the set of all intervals of the form $(0, 1-\frac{1}{n})$, for $n \in \mathbb{N}_{>0}$.

(10) **E1.** Is this space $T_0$?
ANSWER: ______ .

(10) **E2.** Is this space $T_3$?
ANSWER: ______ .

(10) **E3.** Is this space is $T_4$?
ANSWER: ______ .

(12) **E4.** Which of this space's open sets are compact?
ANSWER:

(52) **O**

$X$ is $[-1,1]$; $\mathcal{O}$ is the topology generated by the basis of all the sets of the form $[-1,b)$ for $b>0$ and all the sets of the form $(a,1]$ for $a<0$.

(8) **O1.** This space is $T_0$.
PROOF.

(11) **O2.** Is this space $T_1$?
ANSWER: ______ .

(11) **O3.** Is this space $T_4$?
ANSWER: ______ .

(11) **O4.** Is this space compact?
ANSWER: ______ .

(11) **O5.** Is this space second-countable?
ANSWER: ______ .

(36) **B**

**Proposition.** *Let $X$ be a space and let $(x_n)_n$ be a sequence of points of $X$. Then $(x_n)_n$ converges to at most one limit.*

(24) **B1.** Show that the Proposition is true for metric spaces.
PROOF.

(12) **B2.** Is the Proposition true for topological spaces?
ANSWER: ______ .

(48) **C**

**Proposition.** *Let $X$ be a space and let $S \subseteq X$. Then every point of $\overline{S}$ is the limit of some sequence of points of $X$.*

(24) **C1.** Show that the Proposition is true for metric spaces.
PROOF.

(24) **C2.** Show that the Proposition may fail for topological spaces.

***Dica:*** *Some vowel space might help.*

COUNTEREXAMPLE.

Só isso mesmo.

Rascunho

## Rascunho

# Rascunho