
Nome:

2025-07-11

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2})]$.²
- VI. Responda dentro das caixas indicadas.
- VII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- VIII. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- IX. **Escolha exatamente 2 dos C, H, N.**³
- X. Provas violando as restrições de escolha não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Provas violando essa regra (com respostas em mais problemas) não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(32) **C**

Demonstre que o $A \times B$ “merece o nome” *coproduto dos A, B* na categoria **Abel** dos grupos abelianos.

DEMONSTRAÇÃO.

(20) **H**

*Escolha um dos **H1**, **H2**.*

(16) **H1.** Enuncie e demonstre um critério (interessante) de homomorfismos de grupos.

(20) **H2.** Demonstre o critério de homomorfismos de monóides:
funções *—jetivas* que respeitam a operação binária de monóide são homomorfismos.
RESOLUÇÃO.

(20) **N**

(6) **N1.** Sejam $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ grupos e $\varphi : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ homomorfismo. Demonstre **uma** das duas:

(i) $\ker \varphi \leq \mathcal{A}$;

(ii) $\operatorname{im} \varphi \leq \mathcal{B}$.

DEMONSTRAÇÃO DE ____ .

Uma das proposições seguintes é demonstrável, a outra refutável.

Demonstre a demonstrável e refute a refutável:

(A) para quaisquer grupos e homomorfismo $\varphi : \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{H}$, $\ker \varphi \trianglelefteq \mathcal{G}$;

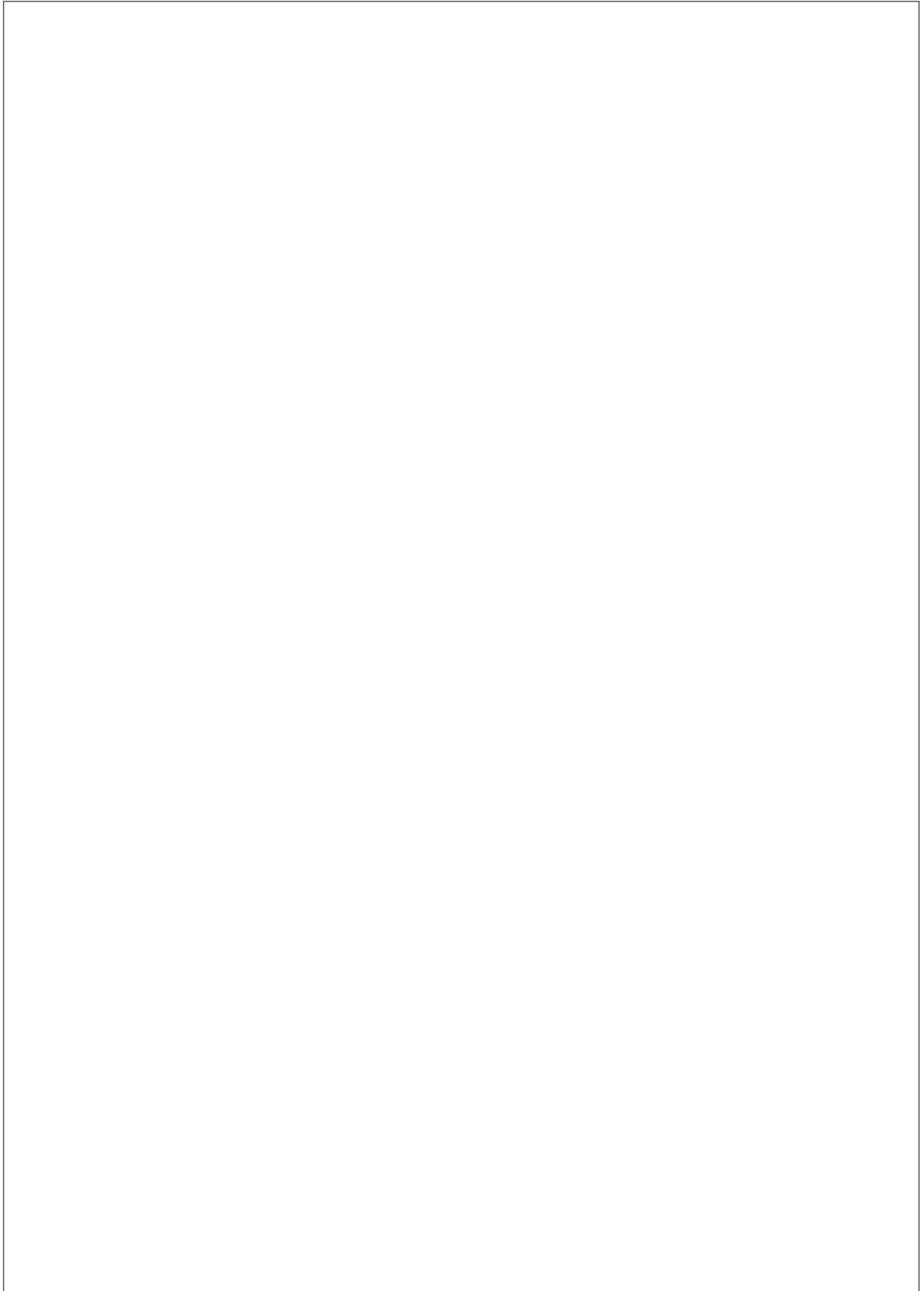
(B) para quaisquer grupos e homomorfismo $\varphi : \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{H}$, $\operatorname{im} \varphi \trianglelefteq \mathcal{G}$.

(6) **N2.** DEMONSTRAÇÃO DA ____ .

(8) **N3.** REFUTAÇÃO DA ____ .

Só isso mesmo.

LEMMATA (ATÉ 2)



RASCUNHO