

(28) L

Escolhe exatamente um dos L1, L2.

(21) L1. Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain, e seja $T = \bigcup \mathcal{C}$. Demonstre: $\mathcal{C} \cup \{T\}$ é uma chain.

(28) L2. Seja $(A_n)_n$ uma seqüência de conjuntos. Definimos os conjuntos

$$A_* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j \quad A^* = \bigcap_{i=0}^{\infty} \bigcup_{j=i}^{\infty} A_j.$$

Demonstre que $A_* \subseteq A^*$.

RESOLUÇÃO DA L2.

seja $x \notin A_*$. $\checkmark$
Logo $(\exists i_0 \in \mathbb{N}) [x \notin \bigcap_{j=i_0}^{\infty} A_j]$. $\checkmark$
ou seja, $\forall j \geq i_0, x \notin A_j$. $\checkmark$
Pegue qualquer $i \in \mathbb{N}$. $\dots?$

(24) I

Investiga a $(\leq_c)$ -monotonicidade das $(\times)$ e $(\rightarrow)$.

INVESTIGAÇÃO.

(24) J

Seja $f: A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f\}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma das 4* inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixe isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

Seja x t.q. $x \in F$. Escreva: Seja $x \in F$.

Logo $fx \in f[F]$ & $x = fx$. (h1)

Logo $fx \in F$. x? como?
~~Imediato.~~

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

Seja y t.q. $y \in F$

Logo $fy \in f[F]$ & $y = fy$

Logo $y \in f[F]$. ✓

~~Imediato.~~

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$.

Seja x t.q. $x \in f^{-1}[F]$.

Logo $x \in F$. X

~~Imediato~~

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$.

~~Escolho f sobrejetiva.~~
Seja y t.q. $y \in F$.

Logo $y \in f^{-1}[F]$. X

Imediato por f ser sobrejetiva.

Só isso mesmo.

(28) L

Escolhe exatamente um dos L1, L2.

(21) L1. Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain, e seja $T = \bigcup \mathcal{C}$. Demonstre: $\mathcal{C} \cup \{T\}$ é uma chain.

(28) L2. Seja $(A_n)_n$ uma sequência de conjuntos. Definimos os conjuntos

$$A_* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j \quad A^* = \bigcap_{i=0}^{\infty} \bigcup_{j=i}^{\infty} A_j.$$

Demonstre que $A_* \subseteq A^*$.

$$a \in (\exists i) (\forall j \geq i) [a \in A_j]$$

$$(\forall i) (\exists j \geq i) [a \in A_j]$$

RESOLUÇÃO DA L2.

Seja $a \in A_*$.

~~Seja~~ Seja $n \in \mathbb{N} + q$. $a \in \bigcap_{j=n}^{\infty} A_j$. ✓

Por indução em i ;

Base $i=0$. ✗

Como $n \geq 0$, $a \in A_0$.

P. i.:

(24) I

Investiga a $(\leq_c)$ -monotonicidade das $(\times)$ e $(\rightarrow)$.

INVESTIGAÇÃO.

$$(\forall A, B, A', B') [A \leq A' \text{ e } B \leq B' \Rightarrow A \times B \leq A' \times B']$$

Seja $F: A \rightarrow A'$ tq. F injetiva.

Seja $G: B \rightarrow B'$ tq. G injetiva. ✓

Logo, $\langle F, G \rangle: A \times B \rightarrow A' \times B'$ é injetiva.

$$A \leftarrow B$$

$$C \leftarrow D$$

$$A$$

$$A \times C \leq B \times D$$

(24) J

Seja $f: A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f\}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma das 4* inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixe isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

Seja $x \in f[F]$.
Seja $y \in F$ t.q. $fy = x$.
Como y é fixpoint pela def de F , então $fy = y$.
Como $fy = x$ e $fy = y$, então $x = y$. ~~pela (=)-trans.~~
Logo, $x \in F$. ✓

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

Seja $x \in F$.
~~Logo, $fx = x$ pela def de F , então $fx = x$.~~
Escolho x .
Basta demonstrar que $fx = x$.
Imediato. ✓

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$. * f injetiva ✓

Seja $x \in f^{-1}[F]$.
Logo, $fx \in F$ pela def de $f^{-1}[-]$.
Como fx é fixpoint pela def de F , então $f(fx) = fx$.
Logo, $fx = x$ pela injetividade de f .
Logo, x é fixpoint de f . Logo, $x \in F$.

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$. f

Seja $x \in F$.
Como x é fixpoint de f pela def de F , $fx = x$.
Para que $x \in f^{-1}[F]$, basta demonstrar que $fx \in F$.
Como $x \in F$ e $fx = x$, então $fx \in F$.
Logo, $x \in f^{-1}[F]$. ✓

Só isso mesmo.

$$f \in F[A] (\exists a \in A) [fa = b]$$
$$a \in f^{-1}[B] \quad fa \in B$$

(24) J

Seja $f : A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f\}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma das 4* inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixe isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

Seja $y \in f[F]$.

Logo, temos $p \in F$ e $y = f(p)$. (1)

Como p fixpoint de f , logo $f(p) = p$. (2)

Juntando (1) e (2), temos que $y = p$, logo $y \in F$.

✓

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

Seja $x \in F$.

Como x fixpoint de f , logo $f(x) = x$.

Logo, $x \in f[F]$.

✓

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$.

$$a/ta > b$$

Inclusão? Injetividade

Sejam $a, a' \in f^{-1}[F]$ e $g \cdot fa = fa'$.

Seja $b \in a$ ($fa = b$) e $fa' = b$.

Logo,

✗

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$.

Seja $x \in F$.

Como x fixpoint de f , logo $fx = x$. (1)

Logo, $f(fx) \in f^{-1}[F]$ ✗ $\iff f(f(fx)) \in F$

Logo, $fx \in f^{-1}[F]$. (2) ✗

Logo, $x \in f^{-1}[F]$. (3)

Só isso mesmo.

(28) **L**

Escolhe *exatamente* um dos *L1*, *L2*.

(21) **L1.** Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain, e seja $T = \bigcup \mathcal{C}$. Demonstre: $\mathcal{C} \cup \{T\}$ é uma chain.

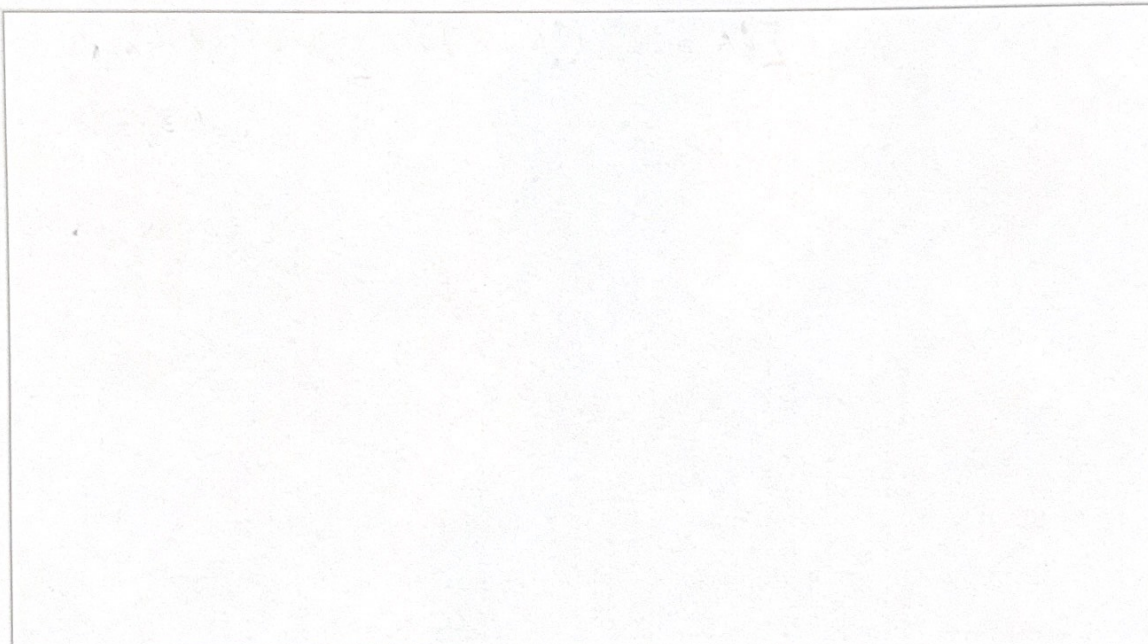
(28) **L2.** Seja $(A_n)_n$ uma seqüência de conjuntos. Definimos os conjuntos

$$A_* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \left(\bigcap_{j=i}^{\infty} A_j \right) \quad A^* = \bigcap_{i=0}^{\infty} \left(\bigcup_{j=i}^{\infty} A_j \right)$$

Demonstre que $A_* \subseteq A^*$.

$$\cap \cup \text{Set}(\text{Set } \mathcal{C}) = \text{Set } \mathcal{C}$$

RESOLUÇÃO DA _____.



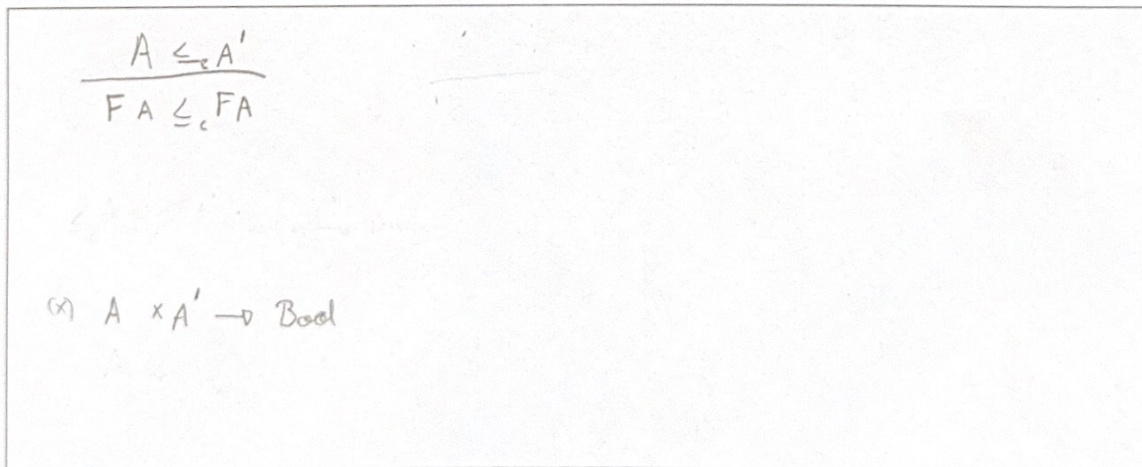
(24) **I**

Investiga a $(\leq_c)$ -monotonicidade das $(\times)$ e $(\rightarrow)$.

INVESTIGAÇÃO.

$$\frac{A \leq_c A'}{FA \leq_c FA}$$

$$(*) \quad A \times A' \rightarrow \text{Bool}$$



$$f[F] = \{ f(x) \mid x \in F \}$$

$$f^{-1}[F] = \{ x \mid f(x) \in F \}$$

(24) J

Seja $f : A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{ x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f \}$$

$$f(x) = x$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma das 4* inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixe isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

Seja $x \in f[F]$ -- ALGO?

Como f fixpoint, então $f(x) \in F$.

~~TYPE ERROR~~

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

Seja $f(x) \in F$ use nome atômico!

Termo: f fixpoint

Logo $f(x) = x$, então $x \in f[F]$.

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$.

Seja $f(y) \in f^{-1}[F]$

Logo $f(x) \in F$

Como $f(y) = x$, então $x \in F$.

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$. *sobrejetiva*

Seja $x \in F$

sendo assim $f(x) \in F$. [por quê?]

Portanto $f(x) \in f^{-1}[F]$. ~~X~~

Só isso mesmo.

(28) L

Escolhe exatamente um dos L1, L2.

(21) L1. Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain, e seja $T = \bigcup \mathcal{C}$. Demonstre: $\mathcal{C} \cup \{T\}$ é uma chain.

(28) L2. Seja $(A_n)_n$ uma sequência de conjuntos. Definimos os conjuntos

$$A_* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j \quad A^* = \bigcap_{i=0}^{\infty} \bigcup_{j=i}^{\infty} A_j.$$

Demonstre que $A_* \subseteq A^*$.

RESOLUÇÃO DA L1.

Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain.

Seja $T = \bigcup \mathcal{C}$.

Sejam $A, B \in \mathcal{C} \cup \{T\}$.

Caso $A, B \in \mathcal{C}$:

Imediato. [$\mathcal{C}$ -chain]

Caso $A, B \in \{T\}$:

...?

(24) I

Investiga a $(\leq_c)$ -monotonicidade das $(\times)$ e $(\rightarrow)$.

INVESTIGAÇÃO.

(24) J

Seja $f : A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f\}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma das 4* inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixe isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

Seja $y \in f[F]$.
Seja $x \in F$ t.q. $fx = y$.
Como x é fixpoint de f , então $fx = x$
logo $x = y$.
logo $y \in F$. ✓

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

Seja $x \in F$.
Como x fixpoint de f , então $fx = x$.
Escolho x . ✓
Imediato.

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$.

Suponha f inj. ✓
Seja $x \in f^{-1}[F]$. ✓
logo $fx \in F$. ✓
logo $f(fx) = fx$ ✓ [(fx) fixpoint de f]
logo $fx = x$ ✓ [f inj.]
logo x é fixpoint da f . (1) ✓ ou seja $x \in F$. ACABOU
Como $fx \in F$, então $fx \in A$.
Como $fx = x$, então $x \in A$. (2)
Como (1) e (2) então $x \in F$.

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$.

Seja $x \in F$.
Como x fixpoint da f , então $fx = x$.
Como $fx = x$, então $fx \in F$. ✓
Imediato.

Só isso mesmo.

(28) **L**

Escolhe exatamente um dos L1, L2.

(21) **L1.** Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain, e seja $T = \bigcup \mathcal{C}$. Demonstre: $\mathcal{C} \cup \{T\}$ é uma chain.

(28) **L2.** Seja $(A_n)_n$ uma seqüência de conjuntos. Definimos os conjuntos

$$A_* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j \quad A^* = \bigcap_{i=0}^{\infty} \bigcup_{j=i}^{\infty} A_j.$$

Demonstre que $A_* \subseteq A^*$.

RESOLUÇÃO DA L1.

~~Seja $C \in \mathcal{C}$~~

Seja C conjunto tq. $C \in \mathcal{C} \cup \{T\}$.

Basta demonstrar ~~$C \in \{T\}$~~ $C \subseteq T$. X??

Seja $c \in C$.

Como $C \in \mathcal{C}$, logo $c \in T$.

Logo $C \subseteq T$.

(24) **I**

Investiga a $(\leq_c)$ -monotonicidade das $(\times)$ e $(\rightarrow)$.

INVESTIGAÇÃO.

(24) J

Seja $f : A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f\}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma das 4* inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixe isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

Seja $x \in F$.

Logo $f x = x$.

Logo todo membro de $f[F]$ está contido em F .



J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

Seja $x \in f[F]$

Logo $f x = x$

X

Logo, todo membro de F está contido em $f[F]$



J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$.

Seja $x \in F$

~~Logo x também~~

Logo $f x = x$, logo $f^{-1} x = x$

X

f talvez nem é invertível

13

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$. f sobrejet

Seja $x \in f^{-1}[F]$

Similar.

X

Só isso mesmo.

(28) L

Escolhe exatamente um dos L1, L2.

(21) L1. Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain, e seja $T = \bigcup \mathcal{C}$. Demonstre: $\mathcal{C} \cup \{T\}$ é uma chain.

(28) L2. Seja $(A_n)_n$ uma sequência de conjuntos. Definimos os conjuntos

$$A_* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j \quad A^* = \bigcap_{i=0}^{\infty} \bigcup_{j=i}^{\infty} A_j.$$

Demonstre que $A_* \subseteq A^*$.

RESOLUÇÃO DA L1.

--ALVO: $(\forall A, B \in \mathcal{C} \cup \{T\}) [A \subseteq B \text{ ou } B \subseteq A]$

Sejam $A, B \in \mathcal{C} \cup \{T\}$. --ALVO: $A \subseteq B$ ou $B \subseteq A$ ✓

Caso $A, B \in \mathcal{C}$: ✓

| Immediate. [$\mathcal{C}$ é uma $\subseteq$ -chain] ✓

Caso $A \in \mathcal{C}$ e $B \in \{T\}$:

| Logo, $B = T = \bigcup \mathcal{C}$.

| Escolho L. --ALVO: $A \subseteq B$

| Seja $a \in A$. --ALVO: $a \in B = \bigcup \mathcal{C} \Leftrightarrow (\exists C \in \mathcal{C}) [a \in C]$

| Escolho A. ✓

Caso $A \in \{T\}$ e $B \in \mathcal{C}$:

| Similar.

Caso $A, B \in \{T\}$:

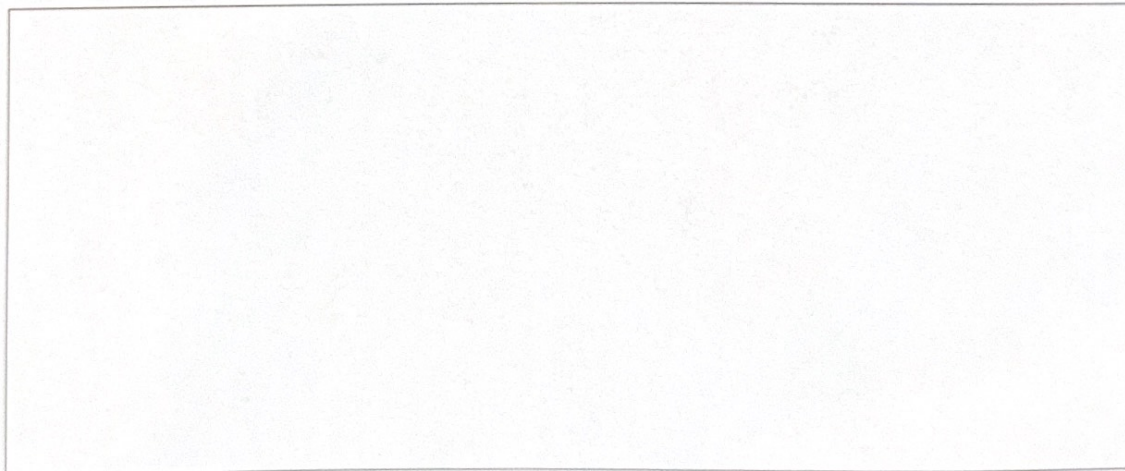
| Logo, $A = B = T$. ✓

| Immediate.

(24) I

Investiga a $(\leq_c)$ -monotonicidade das $(\times)$ e $(\rightarrow)$.

INVESTIGAÇÃO.



(24) J

Seja $f : A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{ x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f \}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma* das 4 inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixa isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

Seja $x \in F$. -- $f x$ é um membro arbitrário de $f[F]$ ✓
-- ALVO: $f x \in F$ ✓
Logo, $f x \in F$. [$f x = x$] ✓

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

Seja $x \in F$. -- ALVO: $x \in f[F]$ ✓
Logo, $f x \in f[F]$. [def. de $f[F]$] ✓
Logo, $x \in f[F]$. [$f x = x$] ✓

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$.

Seja $x \in f^{-1}[F]$. -- ALVO: $x \in F$. ✓
Ou seja, $f x \in F$. [def. de $f^{-1}[F]$] ✓
~~X~~ Logo, $x \in F$. [$f x = x$] MWE
↓
G
X não tens isso nos dados

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$.

Seja $x \in F$. -- ALVO: $x \in f^{-1}[F] \Leftrightarrow f x \in F$. ✓
Logo, $f x \in F$. [$f x = x$] ✓

Só isso mesmo.

(28) L

Escolhe exatamente um dos L1, L2.

(21) L1. Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain, e seja $T = \bigcup \mathcal{C}$. Demonstre: $\mathcal{C} \cup \{T\}$ é uma chain.

(28) L2. Seja $(A_n)_n$ uma seqüência de conjuntos. Definimos os conjuntos

$$A_* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j \quad A^* = \bigcap_{i=0}^{\infty} \bigcup_{j=i}^{\infty} A_j.$$

Demonstre que $A_* \subseteq A^*$.

RESOLUÇÃO DA L2.

Seja $x \in T$ $x \in \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j$ ✓

Seja $m: \mathbb{N} \rightarrow T$ $x \in \bigcap_{j=m}^{\infty} A_j$ ✓

Seja $Y \in T$ $Y \in \bigcup_{j=\emptyset}^{\infty} A_j$ ✗ Qual teu alvo neste momento?

~~Seja $m: \mathbb{N} \rightarrow T$ $Y \in A_m$~~

Seja $m: \mathbb{N} \rightarrow T$ $Y \in A_m$

~~Escolha~~
como .

(24) I

Investiga a $(\leq_c)$ -monotonicidade das $(\times)$ e $(\rightarrow)$.

INVESTIGAÇÃO.

(24) J

Seja $f : A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{ x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f \}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma das 4* inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixe isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

Suponha $x \in f[F]$ ✓
Seja $a \in F$ tal $fa = x$ ✓
Como $a \in F$, logo $fa = a$ ✓
Logo $a = x$, ~~pois f é injetiva~~ ✓
Logo $fx = x$ ✓. Logo $x \in F$.

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

Suponha $x \in F$ ✓
Logo $fx = x$ ✓
Escolho x ✓
imediato

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$.

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$.

Só isso mesmo.

(28) L

Escolhe exatamente um dos L1, L2.

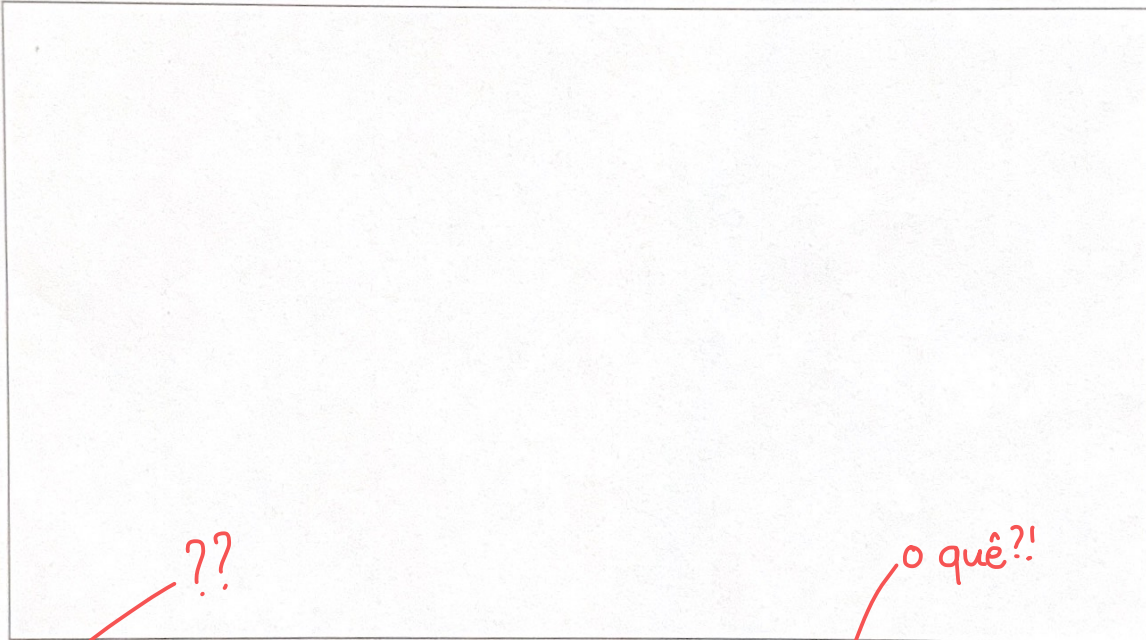
(21) L1. Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain, e seja $T = \bigcup \mathcal{C}$. Demonstre: $\mathcal{C} \cup \{T\}$ é uma chain.

(28) L2. Seja $(A_n)_n$ uma seqüência de conjuntos. Definimos os conjuntos

$$A_* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j \quad A^* = \bigcap_{i=0}^{\infty} \bigcup_{j=i}^{\infty} A_j.$$

Demonstre que $A_* \subseteq A^*$.

RESOLUÇÃO DA _____



??

o quê?!

(24) I

$$A \leq_c B \Leftrightarrow (\exists f \text{ bij}) [A \xrightarrow{f} B]$$

Investiga a $(\leq_c)$ -monotonicidade das $(\times)$ e $(\rightarrow)$.
INVESTIGAÇÃO.

$$A \leq_c B \Rightarrow A^c \leq_c B^c ?$$

Sejam A, B e $f(A \rightarrow B)$, tal que $A \leq_c B$

Sejam C e $g(C \rightarrow A)$ e $h(C \rightarrow B)$.

Como a função $f(h(i)) = g(i)$, então temos

uma **bij** ~~composição~~ que vai de B^c para A^c

qual seja a composição com f . Assim $(\rightarrow)$ é inversamente
 $(\leq_c)$ -monotônica. A pairing faz o mesmo papel para

$A \times C \rightarrow A \times B$, sendo bijetiva, logo $(\times)$ é $(\leq_c)$ monotônica.

nada a ver
com f isso.

$$B^c \rightarrow A^c$$

$$(A \rightarrow B) \times (C \rightarrow A) \xrightarrow{\text{bij}} (C \rightarrow B)$$

$(\leq_c)$ -antitona

$$(C \rightarrow A) \leq_{\text{bij}} (C \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)$$

(24) J

Seja $f : A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f\}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma* das 4 inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixe isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$. Se $x \in f[F] \Rightarrow x \in F$

~~Seja $x \in A$, t.q. $fx \in f[F]$.~~ (Estranho começo.)
Seja $x \in A$, t.q. $fx \in f[F]$.
tome $x \in F$ pela definição de pré-imagem.
logo x é fixpoint, então $fx = x$.
Logo, $fx \in F$, pela substituição da igualdade.

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$. Se $x \in F \rightarrow x \in f[F]$

Seja $x \in A$, t.q. $x \in F$, logo $fx \in f[F]$, pela definição.
Logo $x = fx$.
Já que $fx \in f[F]$, então $x \in f[F]$.

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$. Se $x \in f^{-1}[F] \rightarrow x \in F$

Seja $x \in A$, t.q. $x \in f^{-1}[F]$.
Assuma que f é injetiva.
tome fx .
pela definição de $f^{-1}[F]$, $fx \in F$. Logo fx é fixpoint, então $f(fx) = fx$.
pela inj., $x = fx$. Logo $x \in F$.

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$. Se $x \in F \rightarrow x \in f^{-1}[F]$

Seja $x \in A$ t.q. $x \in F$.
logo x é fixpoint, então $fx = x$.
logo fx é fixpoint, então $fx \in F$.
Já que $fx \in F$, $x \in f^{-1}[F]$, pela definição.

Só isso mesmo.

(24) J

Seja $f : A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f\}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma das* 4 inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixe isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

Seja $y \in f[F]$. ✓
Seja $x \in F$ t.q. $f x = y$. ✓
Imediato pela escolha de x . ~

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

Seja $x \in F$.
Escolho x .
Como x é fixpoint do f , $f x = x$.
Logo $x \in f[F]$. ✓

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$. Extra hipótese: f sobre

Seja $x \in f^{-1}[F]$.
Logo $f x \in F$. X
Como f sobre, $x \in F$. ?

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$.

Seja $x \in F$.
Basta demonstrar $f x \in F$. ✓
Similar à J2. ~

Só isso mesmo.

(28) L

Escolhe exatamente um dos L1, L2.

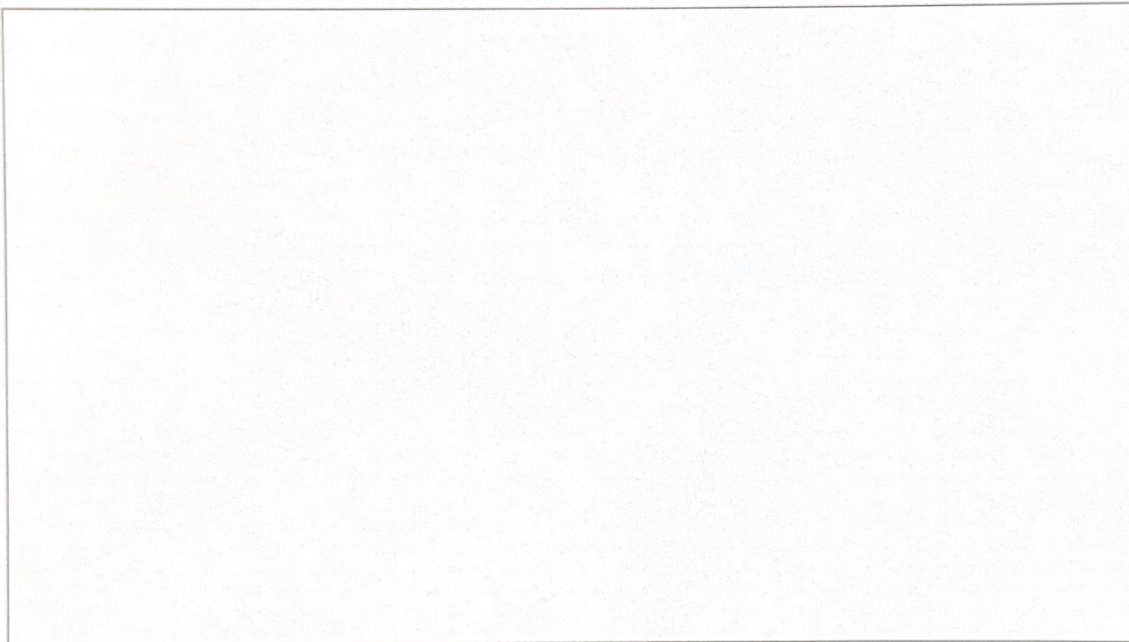
(21) L1. Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain, e seja $T = \bigcup \mathcal{C}$. Demonstre: $\mathcal{C} \cup \{T\}$ é uma chain.

(28) L2. Seja $(A_n)_n$ uma sequência de conjuntos. Definimos os conjuntos

$$A_* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j \quad A^* = \bigcap_{i=0}^{\infty} \bigcup_{j=i}^{\infty} A_j.$$

Demonstre que $A_* \subseteq A^*$.

RESOLUÇÃO DA _____.



(24) I

Investiga a $(\leq_c)$ -monotonicidade das $(\times)$ e $(\rightarrow)$.

INVESTIGAÇÃO.

Para verificar a monotonicidade, verificamos se $A_n \subseteq A_{n+1}$ para todas n , a relação $A_n \subseteq A_{n+1}$ se mantém, se isso for válida para todas n , então $\{A_n\}$ é crescente. Se, ao contrário, tivermos que $A_n \not\subseteq A_{n+1}$ para todas n , então $\{A_n\}$ é decrescente. **X**

Não há sequência de conjuntos aqui.

(24) J

Seja $f: A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f\}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma das 4* inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixe isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

Se $x \in f[F]$, então existe $y \in F$ tal que $x = f(y)$, como y é fixpoint, $f(y) = y$. Assim, $x = y$, logo $x \in F$, concluindo que $f[F] \subseteq F$.
X quem é x? quem é y?

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

Seja $x \in F$, como x é fixpoint, $f(x) = x$. Portanto $x \in f[F]$, o que mostra que $f[F] \supseteq F$.

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$.

Se $x \in f^{-1}[F]$, então $f(x) \in F$, como $f(x)$ é fixpoint, temos $f(f(x)) = f(x)$. Se f é injetiva, então $x = f(x)$, logo $x \in F$, concluindo que $f^{-1}[F] \subseteq F$.
x ∈ F.

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$.

Seja $x \in F$. Então $f(x) = x$, ou seja, $x \in f^{-1}[F]$, provando que $f^{-1}[F] \supseteq F$.



Só isso mesmo.

(28) **L**

Escolhe exatamente um dos **L1**, **L2**.

(21) **L1**. Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain, e seja $T = \bigcup \mathcal{C}$. Demonstre: $\mathcal{C} \cup \{T\}$ é uma chain.

(28) **L2**. Seja $(A_n)_n$ uma sequência de conjuntos. Definimos os conjuntos

$$A_* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j \quad A^* = \bigcap_{i=0}^{\infty} \bigcup_{j=i}^{\infty} A_j.$$

Demonstre que $A_* \subseteq A^*$.

RESOLUÇÃO DA **L2**.

use índices

Seja $x \in A_*$ ✓
logo, existe A_x tq $x \in A_x$ ~~$x \in A_x \subseteq \bigcap_{j=x}^{\infty} A_j$~~
logo, $x \in \bigcap_{j=x}^{\infty} A_j$
logo, ~~para~~ ^{algum} ~~para~~ x não é em ~~nenhum~~ A_m .
logo, $\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j \ni x$
logo, $\bigcap_{i=0}^{\infty} \bigcup_{j=i}^{\infty} A_j \ni x$
logo, $x \in A^*$

(24) **I**

Investiga a $(\leq_c)$ -monotonicidade das $(\times)$ e $(\rightarrow)$.

INVESTIGAÇÃO.

(28) L

Escolhe exatamente um dos L1, L2.

(21) L1. Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain, e seja $T = \bigcup \mathcal{C}$. Demonstre: $\mathcal{C} \cup \{T\}$ é uma chain.

(28) L2. Seja $(A_n)_n$ uma sequência de conjuntos. Definimos os conjuntos

$$A_* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j \quad A^* = \bigcap_{i=0}^{\infty} \bigcup_{j=i}^{\infty} A_j.$$

Demonstre que $A_* \subseteq A^*$.

RESOLUÇÃO DA L2.

~~$\{A \in \mathcal{C} \mid T \subseteq A\}$~~

isso compila!

Se $\mathcal{C}$ é uma $\subseteq$ -chain e $T = \bigcup \mathcal{C}$. Para todo A pertencendo a $\mathcal{C}$, T contém A .
Como $\mathcal{C}$ é uma chain e todos os seus membros estão contidos em T logo
 $\mathcal{C} \cup \{T\}$ também é uma chain.

handwriting

(24) I

Investiga a $(\leq_c)$ -monotonicidade das $(\times)$ e $(\rightarrow)$.

INVESTIGAÇÃO.

(24) J

Seja $f : A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{ x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f \}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma das* 4 inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixe isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$.

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$.

Só isso mesmo.

(28) **L**

Escolhe exatamente um dos L1, L2.

(21) **L1.** Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain, e seja $T = \bigcup \mathcal{C}$. Demonstre: $\mathcal{C} \cup \{T\}$ é uma chain.

(28) **L2.** Seja $(A_n)_n$ uma seqüência de conjuntos. Definimos os conjuntos

$$A_* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j \quad A^* = \bigcap_{i=0}^{\infty} \bigcup_{j=i}^{\infty} A_j.$$

Demonstre que $A_* \subseteq A^*$.

RESOLUÇÃO DA _____.

(24) **I**

Investiga a $(\leq_c)$ -monotonicidade das $(\times)$ e $(\rightarrow)$.

INVESTIGAÇÃO.

(28) L

Escolhe exatamente um dos L1, L2.

(21) L1. Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain, e seja $T = \bigcup \mathcal{C}$. Demonstre: $\mathcal{C} \cup \{T\}$ é uma chain.

(28) L2. Seja $(A_n)_n$ uma sequência de conjuntos. Definimos os conjuntos

$$A_* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j \quad A^* = \bigcap_{i=0}^{\infty} \bigcup_{j=i}^{\infty} A_j.$$

Demonstre que $A_* \subseteq A^*$.

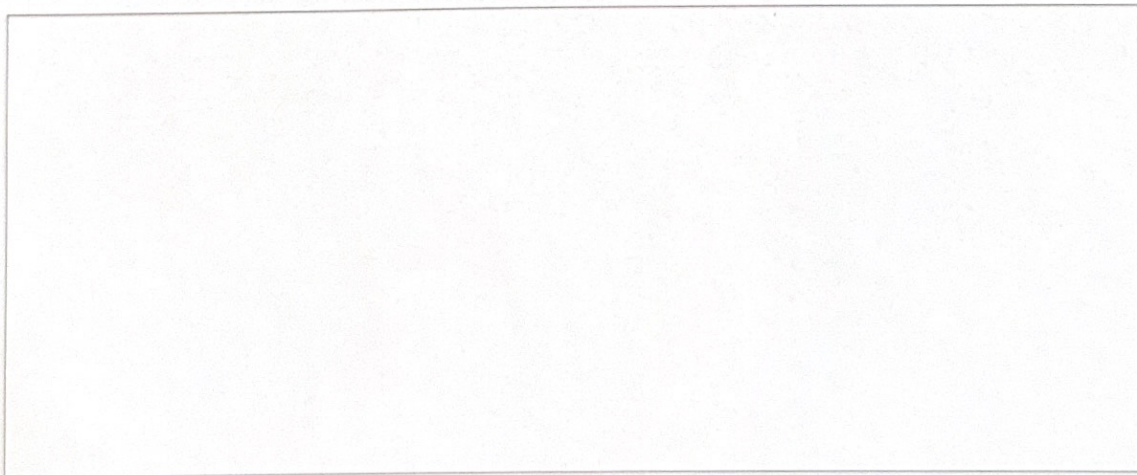
RESOLUÇÃO DA L2.

Seja $x \in A_*$, ou seja, $x \in \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j$. ✓
Logo, seja $i \geq 0$ t.q. $x \in \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j$. ✓
Basta demonstrarmos que $x \in \bigcap_{k=0}^{\infty} \bigcup_{j=k}^{\infty} A_j$, ou seja, $x \in \bigcup_{j=k}^{\infty} A_j$,
para todo $k \geq 0$. ✓
Seja $k \geq 0$. ✓ para aplicar a (i) precisaria ter $k \geq i$.
Logo, aplico (i) em $k \geq 0$, para obtermos que $x \in A_k$.
Logo x pertence a algum membro de $\bigcup_{j=k}^{\infty} A_j$.
Logo $x \in \bigcup_{j=k}^{\infty} A_j$.

(24) I

Investiga a $(\leq_c)$ -monotonicidade das $(\times)$ e $(\rightarrow)$.

INVESTIGAÇÃO.



(24) J

Seja $f : A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f\}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma das 4* inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixe isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

Seja $x \in f[F]$. ✓
Logo seja $y \in F$ t.q. $fy = x^{(1)}$ [Def. $f[F]$] ✓
Logo y é um fixpoint da f , ou seja, $fy = y^{(2)}$ ✓
Logo $x = y$, pelas (1) e (2). ✓
Logo $x \in F$. ✓

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

Seja $x \in F$.
Logo x é um fixpoint da f , ou seja, $fx = x$. ✓
Logo $fx \in f[F]$. [Def. $f[F]$] ✓
Logo $x \in f[F]$. ✓

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$.

Seja f injetiva. ✓
Seja $x \in f^{-1}[F]$. ✓
Logo $fx \in F$. [Def. $f^{-1}[F]$] ✓
Logo $f(fx) = fx$. [Def. $f[F]$] ✓
Logo $fx = x$. [f injetiva] ✓
Logo $x = fx \in F$. ✓

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$.

Seja $x \in F$.
Logo x é um fixpoint da f , ou seja, $fx = x$. ✓
Logo $fx \in F$. ✓
Logo $x \in f^{-1}[F]$. [Def. $f^{-1}[F]$] ✓

Só isso mesmo.

(24) J

Seja $f : A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f\}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma das 4* inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixa isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

~~Seja $x \in f[F]$~~ ~~Seja $f : A \rightarrow A$ & seja $x \in f[F]$~~ $\supseteq f[F]$

e x é fixpoint de f ou seja $fx = x$ (?)

Como F é o conjunto dos fixpoint de f

~~logo $x \in F$??~~

logo $f[F] \subseteq F$

fix point (ou ponto fixo)

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

Seja $f : A \rightarrow A$ ~~injetiva~~ & $x \in F$ & sobrejetiva

~~Suponha~~ x é fixpoint de f (logo $x \in f$ ($fx = x$))

logo $f[F] \supseteq F$

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$.

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$.

Só isso mesmo.

(24) J

$$y \in f[F] \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} (\exists x \in F) [f x = y]$$

$$x \in f^{-1}[F] \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} f x \in F$$

$$x \in f \Leftrightarrow x \in A \wedge f x = x$$

Seja $f : A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f\}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em exatamente uma das 4 inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixa isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

Seja ~~$x \in F$~~ $a' \in f[F]$.

logo seja $a \in A$ t.g. $a' \in F$ & $a' = f a$. ✓

logo $a = f a$. [$a \in F$] ✓

logo $a' = a'$. [$a' = f a$] ✓

Como $a \in F$, logo $a' \in F$. ✓

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

Seja $a \in A$ t.g. $a \in F$.

logo $f a = a$.

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$.

Seja $a \in A$ t.g. $a \in f^{-1}[F]$. ✓

Assumo que f inj. ✓

logo $f a \in F$, ou seja, $f(a) \in A$ & $f(f a) = f a$.

Como f inj. & $f(f a) = f a$, logo $f a = a$. ✓

Como $f a \in F$, logo $a \in F$. ✓

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$.

Seja ~~$a \in A$~~ t.g. $a \in F$.

logo $a \in A$ & $a = a$.

logo $f a \in F$. ✓

inútil

útil

Só isso mesmo.