
Nome:

2025-05-23

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2})]$.²
- VI. Responda dentro das caixas indicadas.
- VII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- VIII. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- IX. **Escolha até 2 dos L, M, J.**
- X. Provas violando as restrições de escolha não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

Definição. Seja $\mathcal{A}$ uma família de conjuntos. Chamamos a $\mathcal{A}$ de $\subseteq$ -chain sse todos os seus membros são $(\subseteq)$ -compráveis, ou seja, sse:

para todo $A, B \in \mathcal{A}$, temos $A \subseteq B$ ou $B \subseteq A$.

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

(28) **L**

*Escolhe **exatamente um** dos **L1**, **L2**.*

(21) **L1.** Seja $\mathcal{C}$ uma $\subseteq$ -chain, e seja $T = \bigcup \mathcal{C}$. Demonstre: $\mathcal{C} \cup \{T\}$ é uma chain.

(28) **L2.** Seja $(A_n)_n$ uma seqüência de conjuntos. Definimos os conjuntos

$$A_* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \bigcap_{j=i}^{\infty} A_j \quad A^* = \bigcap_{i=0}^{\infty} \bigcup_{j=i}^{\infty} A_j.$$

Demonstre que $A_* \subseteq A^*$.

RESOLUÇÃO DA _____ .

(24) **I**

Investiga a $(\leq_c)$ -monotonicidade das $(\times)$ e $(\rightarrow)$.

INVESTIGAÇÃO.

(24) **J**

Seja $f : A \rightarrow A$, e seja F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{ x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f \}$$

Demonstre as igualdades seguintes:

$$f[F] = F$$

$$f^{-1}[F] = F$$

Em *exatamente uma das* 4 inclusões podes assumir como hipótese extra que f é injetiva, ou que f é sobrejetiva (tua escolha). Deixe isso claro na primeira linha da tua demonstração.

J1. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \subseteq F$.

J2. DEMONSTRAÇÃO DE $f[F] \supseteq F$.

J3. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \subseteq F$.

J4. DEMONSTRAÇÃO DE $f^{-1}[F] \supseteq F$.

Só isso mesmo.

RASCUNHO