
Nome:

2025-04-28

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2})]$.²
- VI. Responda dentro das caixas indicadas.
- VII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- VIII. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- IX. **Escolha até 3 dos A, T, J, D.**
- X. Provas violando as restrições de escolha não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

(16) **A**

- (5) **A1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta \times (\alpha + \beta) \cong \delta \times \alpha + \delta \times \beta$
RESOLUÇÃO.

- (5) **A2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\alpha^2 \cong \alpha \times \alpha$, onde $\mathbf{2} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{1} + \mathbf{1}$.
RESOLUÇÃO.

- (6) **A3. Escolha uma** das tuas respostas dos **A1, A2** e demonstre **exatamente uma** das duas equações que precisa demonstrar para estabelecer o isomorfismo escolhido.
DEMONSTRAÇÃO DA _____.

(16) **T**

Defina **exatamente duas** funções iguais às seguintes, evitando pontinhos (estilo tácito).

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \qquad g : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \qquad h : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$
$$f \stackrel{\text{def}}{=} (4n)^2 + 1 \qquad g \stackrel{\text{def}}{=} (n + 2m)^2 \qquad h \stackrel{\text{def}}{=} n^3 + m^3 + 3n^2m + 3nm^2 + 1.$$

DEFINIÇÕES.

(16) **J**

Demonstre/refute **até duas** das **(J1)–(J3)**:

Para quaisquer $A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$:

J1.(o) respeita sobrejetividade; **J2.** $g \circ f$ bij $\implies f$ sobre; **J3.** $g \circ f$ bij $\implies g$ sobre.

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO DA _____ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO DA _____ .

(16) **D**

Sejam $D : \text{Set } \alpha$ e $\mathcal{A} : \text{Set } (\text{Set } \alpha)$. Demonstre: $\bigcup \{ D \cap A \mid A \in \mathcal{A} \} = D \cap \bigcup \mathcal{A}$.

DEMONSTRAÇÃO.

Só isso mesmo.

RASCUNHO