(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{I}$-família de conjuntos.

DEFINIÇÃO.

não seqüência!

Contexto!!

$x \in \bigcap_i \mathcal{J}_i \overset{\text{df}}{\iff} (\forall i \in \mathbb{N})[x \in \mathcal{J}_i]$

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i \in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i \in I} B_i \subseteq \bigcup_{i \in I}(A \cap B_i)$.

DEMONSTRAÇÃO.

(8) **B** *Escolha **uma** das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.

(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.

DEFINIÇÃO.

apenas uma regra de formação!

Ty: $\dfrac{\alpha \; :?}{\alpha + \beta : ?}$ $\dfrac{\beta}{\alpha + \beta}$ ✗

intro: $\dfrac{a : \alpha}{\mathrm{l}.a : \alpha + \beta}$ $\dfrac{v : \beta}{\mathrm{r}.v : \alpha + \beta}$ ✓

Elim: $\dfrac{w : \alpha + \beta \quad f : \alpha \to \gamma \quad g : \beta \to \gamma}{\left(\begin{array}{l}\text{Case } w \text{ of:} \\ \quad \mathrm{l}.a \rightsquigarrow f\,a \\ \quad \mathrm{r}.v \rightsquigarrow g\,v\end{array}\right) : \gamma}$ ✓

(β) $\left(\begin{array}{l}\text{Case } \mathrm{l}.a \text{ of:} \\ \quad \mathrm{l}.a \rightsquigarrow f\,a \\ \quad \mathrm{r}.v \rightsquigarrow g\,v\end{array}\right) = f\,a$ ✓

$\left(\begin{array}{l}\text{Case } \mathrm{r}.v \text{ of:} \\ \quad \mathrm{l}.a \rightsquigarrow f\,a \\ \quad \mathrm{r}.v \rightsquigarrow g\,v\end{array}\right) = g\,v$ ✓

(η) $\left(\begin{array}{l}\text{Case } w \text{ of:} \\ \quad \mathrm{l}.a \rightsquigarrow \mathrm{l}.a \\ \quad \mathrm{r}.v \rightsquigarrow \mathrm{r}.v\end{array}\right) = w$ ✓

(18) **C**

~~*Escolha uma das* **B1, B2**~~

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^\alpha \delta^\beta$

RESOLUÇÃO.

$F : ((\alpha+\beta) \to \delta) \to ((\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta))$

$F f = \langle \lambda a{:}\alpha.\ f\,(\ell\,a),\ \lambda b{:}\beta.\ f\,(r\,b) \rangle$ ✓

$G : ((\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta)) \to ((\alpha+\beta) \to \delta)$

$G \langle f, g \rangle = \lambda w. \left(\begin{array}{l} \text{case } w \text{ of:} \\ \ell\,a \mapsto f a \\ r\,b \mapsto g b \end{array} \right)$ ✓

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

RESOLUÇÃO.

$F : \mathbb{N} \to (\mathbb{N}+1)$

$F = \lambda n{:}\mathbb{N}.\ \ell\,n$

assim o r.* não vai ter tradução fiel!

$G : (\mathbb{N}+1) \to \mathbb{N}$

$G\ \ell\,a = a$

$G\ r\,b = ?$

pois é!

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1, C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA C1.

não faz sentido juntar assim! É uma conjunção!

Basta demonstrar que $(\forall f, g)[F \circ G\ g = g\ \&\ G \circ F\ f = f]$

Sejam $f : ((\alpha+\beta) \to \delta)$ e $g : ((\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta))$

Parte $(F \circ G)\, g = g$:

não foi assim tua def. Por que mudou?

Calc:

$(F \circ G)\, g = F(G\, g)$ [o.1]

$= F(\lambda w. (\text{case } w \text{ of: } \ell\,a \mapsto g.1\,a \quad r\,b \mapsto g.2\,b))$ ✓ [G]

~~$= \langle \lambda a. \lambda w (\text{case } w \text{ of: } \ell\,a \mapsto g.1\,a \quad r\,b \mapsto g\ldots$~~

$= \langle \lambda a.\ \lambda w(\text{case } w \text{ of: } \ell\,a \mapsto g.1\,a \quad r\,b \mapsto g.2\,b)(\ell\,a), \lambda b.\ \lambda w(\text{case } \ldots)(r\,b) \rangle$ ✓ [F]

necessários!!

$= \langle \lambda a (g.1\,a), \lambda b. (g.2\,b) \rangle$ [(β.1)+ e (β.2)+]

$= \langle g.1, g.2 \rangle$ ✓ [η×(→)]

$= g$ ✓ [(η)×]

Parte $G \circ F\, f = f$:

~~Calc~~

~~$G \circ F f$~~ $= G(F f)$ [o.1]

$= G(\langle \lambda a. f(\ell a), \lambda b. f(r\,b) \rangle)$ [F]

$= \lambda w. (\text{case } w \text{ of } \ldots\ \ell\,a \mapsto \lambda a. f(\ell\,a) \quad r\,b \mapsto \lambda b. f(r\,b))$

~~Case~~

Calc:

$G \circ F f = G(F f)$ [o.1] ✓

$= G(\langle \lambda a. f\,\ell\,a, \lambda b. f\,r\,b \rangle)$ ✓ [F]

$= \lambda w. \left(\begin{array}{l} \text{case } w \text{ of:} \\ \ell\,a \mapsto (\lambda a. f\,\ell\,a)\,a \\ r\,b \mapsto (\lambda b. f\,r\,b)\,b \end{array} \right)$ ✓ [G e as duas β ×]

$= \lambda w \left(\begin{array}{l} \text{case } w \text{ of:} \\ \ell\,a \mapsto f\,\ell\,a \\ r\,b \mapsto f\,r\,b \end{array} \right)$ [duas reduções (β) →]

$= f$ [

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{I}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

não faz sentido esse nome

I.

Sejam J um conjunto de índices e $(A_i)_{i \in J}$ uma família. Definimos que um certo (a_i) ? pertence a sua interseção $\bigcap_{i \in J} A_i$ sse para todo $i \in J$ $a_i \in A_i$. Em símbolos: $a \in \bigcap_{i \in J} A \iff (\forall i \in J)[a_i \in A_i]$.

x

assim teria uma I-família de a_i's também

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i \in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i \in I} B_i \subseteq \boxed{\bigcup_{i \in I}(A \cap B_i)}$.
DEMONSTRAÇÃO.

Seja x tq $x \in A \cap \bigcup_{i \in I} B_i$, ou seja, $x \in A$ & $x \in \bigcup_{i \in I} B_i$.
Basta demonstrar que $\boxed{x \in A \cup (\bigcup_{i \in I} B_i)}$. X ??
Esc-L.

(8) **B** *Escolha* ***uma*** *das* **B1, B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

Type form.:

$$\frac{\alpha : \text{Type} \qquad \beta : \text{Type}}{\alpha + \beta : \text{Type}}$$

Elim:

$$\frac{w : \alpha + \beta \qquad f : \alpha \to \gamma \qquad g : \beta \to \gamma}{\left(\begin{array}{l}\text{Case } w \text{ of} \\ \quad l.a \leadsto fa \\ \quad r.b \leadsto gb\end{array}\right)}$$

(η): $\left(\begin{array}{l}\text{Case } w \text{ of} \\ \quad l.a \to l.a \\ \quad r.b \to r.b\end{array}\right) = w$

Intro:

$$\frac{a : \alpha}{l.a : \alpha + \beta} \qquad \frac{b : \beta}{r.b : \alpha + \beta}$$

Eqs:

(β_1): $\left(\begin{array}{l}\text{Case } l.a \text{ of} \\ \quad l.a \to fa \\ \quad r.b \to gb\end{array}\right) = fa$

(β_2): Similar

(18) **C**

Escolha uma das **B1**, **B2**

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

Resolução.

$F : (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta) \to (\alpha + \beta) \to \delta$

$F\ f\ g =$

$G : (\alpha+\beta) \to \delta \to (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta$

$G\ g =$

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

Resolução.

$F : (\mathrm{Nat} + \mathrm{Unit}) \to \mathrm{Nat}$

$F = \lambda w.$ case w of

$\ \ \mathrm{l}a \rightsquigarrow$

$\ \ \mathrm{r}b \rightsquigarrow$

$G : \mathrm{Nat} \to (\mathrm{Nat} + \mathrm{Unit})$

$G = \lambda n.\ \mathrm{l}.n$

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

Demonstração da ____ .

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{I}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

Seja $\mathcal{A}$ uma $\mathcal{I}$-família de conjuntos e I um conjunto indexador de $\mathcal{A}$. Dizemos que:

$$x \in \bigcap_{i \in I} \mathcal{A}_i \iff (\forall A \in \mathcal{A}_i)[x \in A]$$

não faz sentido

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i\in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i\in I} B_i \subseteq \bigcup_{i\in I}(A \cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

cadê os índices?

Seja $x \in A \cap \bigcup_{i \in I} B_i$.
Logo $x \in A$ e $x \in \bigcup_{i \in I} B_i$.

?

para continuar é só traduzir o que isso significa!

(8) **B** *Escolha* ***uma*** *das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

Introdução

$$\frac{a : \alpha \quad b : \beta}{\langle a, b\rangle : \alpha \times \beta}$$

Eliminação

$$\frac{\langle a, b\rangle : \alpha \times \beta}{\langle a, b\rangle \ell : \alpha \quad \cancel{\langle a, b\rangle R : \beta}}$$

esse é o uso!!

apenas uma conclusão em cada regra!

~~Uso~~

$$\cancel{\frac{w : \langle a, b\rangle}{w.\ell = a \quad w.R = b}}$$

??

?

Equações

$\langle a, b\rangle . \ell = a$
$\langle a, b\rangle . R = b$

$\langle w.\ell, w.R\rangle = w$

(18) **C**

~~*Escolha uma das* **B1, B2**~~

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

RESOLUÇÃO.

F: (

G: (

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

RESOLUÇÃO.

(6) **C3.** **Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA _____ .

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{I}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

texto! ?? aceitável sse definir a toSet!

~~$A : \mathcal{I}\text{-fam} \to \text{Set}\ \mathcal{I}$~~

~~$A \quad = \mathcal{U}$~~

~~$A\{A_1, A_2\} = A_1 \cap A_2$~~

$\bigcap \text{fam} \stackrel{\text{def}}{=} \bigcap \text{toSet}(\text{fam})$

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i \in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i \in I} B_i \subseteq \bigcup_{i \in I}(A \cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

Seja $x \in A \cap \bigcup_{i \in I} B_i$.

traduza!!

(8) **B** *Escolha* ***uma*** *das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

$(+)$ -

$$\frac{\alpha : \text{Ty} \quad \beta : \text{Ty}}{\alpha + \beta : \text{Ty}}$$ ✓

$(+)$ - Intro

$$\frac{a : \alpha}{\ell \cdot a : \alpha + \beta} \qquad \frac{b : \beta}{r \cdot b : \alpha + \beta}$$ ✓

$(+)$ - Elim

$$\frac{x : \alpha + \beta \quad f : \alpha \to \delta \quad g : \beta \to \delta}{[f \mid g]\ x : \delta}$$ ✓

(β) :

$$[\overset{f}{\cancel{id}} \mid \overset{g}{\cancel{id}}]\ \ell \cdot a = \overset{f}{\cancel{\ell}} \cdot a$$

$$[\underset{f}{\cancel{id}} \mid \underset{g}{\cancel{id}}]\ r \cdot b = \underset{g}{\cancel{r}} \cdot b$$ X

(η) : $x : \alpha + \beta$ ✓

$$[\ell \cdot \_ \mid r \cdot \_]\ x = x$$

For fun! (not the answer) $(+)$-Elim $\dfrac{x : \alpha + \beta}{\lambda f . \lambda g . [f \mid g] x}$:P

Para pensar: qual o problema escolher esse como resposta?

(18) **C** ~~Escolha uma das B1, B2~~

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

RESOLUÇÃO.

$F : (\alpha+\beta \to \delta) \to ((\alpha\to\delta)\times(\beta\to\delta))$

$F\, f = \langle \lambda k.\, f\, \ell{\cdot}k,\ \lambda \ell.\, f\, r{\cdot}\ell \rangle$

escolha ruim de nome

$G : ((\alpha\to\delta)\times(\beta\to\delta)) \to (\alpha+\beta\to\delta)$

$G\ w = \lambda x.\, [w{\cdot}1 \mid w{\cdot}2]\ x$

melhor: $G\,(f,g) = \dots$

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N}+1$.

RESOLUÇÃO.

$F : \mathbb{N} \to \mathbb{N}+1$

$F\ n = \ell{\cdot}n$

quem vai pro $r\,\star$?

$G : \mathbb{N}+1 \to \mathbb{N}$

$G\ x = \text{case } x \text{ of}$
$\quad \mid \ell{\cdot}n = n$
$\quad \mid r{\cdot}\star = 1$

assim vai ter conflito intraduzível!

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA C1.

Sejam α, β, δ : Type.
Vou demonstrar que F e G servem.

Parte $(F\circ G = id)$:
Seja $w : (\alpha\to\delta)\times(\beta\to\delta)$.
Calculamos:

$$\begin{aligned}
(F\circ G)\, w &= F(G\, w) && [\text{Comp.def}]\\
&= F(\lambda x.\, [w{\cdot}1 \mid w{\cdot}2]\, x) && [G]\\
&= \langle \lambda k.\, (\lambda x.\, [w{\cdot}1 \mid w{\cdot}2]\, x)\, \ell{\cdot}k,\ \lambda \ell.\, (\lambda x.\, [w{\cdot}1 \mid w{\cdot}2]\, x)\, r{\cdot}\ell \rangle && [F]\\
&= \langle \lambda k.\, [w{\cdot}1 \mid w{\cdot}2]\, \ell{\cdot}k,\ \lambda \ell.\, [w{\cdot}1 \mid w{\cdot}2]\, r{\cdot}\ell \rangle && \left[\begin{matrix}\text{App-}\lambda^{(\beta\to)}\\ \text{App-}\lambda_{(\beta\to)}\end{matrix}\right]\\
&= \langle \lambda k.\, w{\cdot}1\, k,\ \lambda \ell.\, w{\cdot}2\, \ell \rangle && \left[\begin{matrix}\text{cases}\\ \text{cases}\end{matrix}\right]\\
&= \langle w{\cdot}1,\ w{\cdot}2 \rangle && [\eta\to]\\
&= w && [\eta\times]\\
&= id\ w && [\leftarrow id]
\end{aligned}$$

~~Logo $(F\circ G) = id$.~~

~~caso $x = r{\cdot}b$~~

Parte $(G\circ F = id)$:
Seja $f : \alpha+\beta \to \delta$
Calculamos:

$$\begin{aligned}
(G\circ F)\, f &= G(F\, f) && [\text{Comp.def}]\\
&= G\langle \lambda k.\, f\, \ell{\cdot}k,\ \lambda \ell.\, f\, r{\cdot}\ell \rangle && [F]\\
&= \lambda x.\, [\lambda k.\, f\, \ell{\cdot}k \mid \lambda \ell.\, f\, r{\cdot}\ell]\, x && [G]\\
&= \lambda x.\, \text{case } x \text{ of} \ \mid \ell{\cdot}a \rightsquigarrow f\, \ell{\cdot}a \ \mid r{\cdot}b \rightsquigarrow f\, r{\cdot}b. && [\text{App-}\lambda_{(\beta\to)}]\\
&= \boxed{\lambda x.\, f\, x} && [\beta\to]\\
&= f && [\eta]\\
&= id\ f. && [\leftarrow id]
\end{aligned}$$

~~Separo o x em casos.~~

~~Caso $x = \ell{\cdot}a$~~:

~~Calculemos:~~

~~$\lambda x.\, \text{case } \ell{\cdot}a \text{ of } \mid \ell{\cdot}a \rightsquigarrow f\, \ell{\cdot}a \mid r{\cdot}b \rightsquigarrow f\, r{\cdot}b = \lambda \ell a.\, f\, \ell{\cdot}a\ [\beta\to]$~~
~~$= f\ [\beta\to]$~~
~~$= id\ f.\ [\leftarrow id]$~~

isso não é justificável com β.

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{J}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

(con)texto! → é o conjunto de indices

$x \in \bigcap \mathcal{J} \overset{def}{\iff} (\forall C \in \mathcal{J})[x \in C]$

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i \in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i \in I} B_i \subseteq \bigcup_{i \in I}(A \cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

(8) **B** *Escolha* ***uma*** *das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

B2.

$$\frac{\alpha : Ty \qquad \beta : Ty}{\alpha + \beta : Ty} \checkmark \qquad \frac{w : \alpha + \beta \qquad f : \alpha \to \gamma \qquad g : \beta \to \gamma}{\left(\begin{array}{l} \text{case } w \text{ of} \\ \quad l.a \to f a \\ \quad r.b \to g b \end{array}\right) : \gamma} \checkmark$$

$$\frac{a : \alpha}{l.a : \alpha + \beta} \qquad \frac{b : \beta}{r.b : \alpha + \beta}$$

β & η ?

(18) C

Escolha ~~uma das~~ ~~B1, B2~~

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^\alpha \delta^\beta$

RESOLUÇÃO.

$F : ((\alpha+\beta) \to \delta) \to ((\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta))$

$F f = \langle \lambda a. f\, \ell.a, \lambda b. f\, r.b \rangle$ ✓

$G : ((\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta)) \to ((\alpha+\beta) \to \delta)$

$G\, g \doteq \lambda w.$ case w of
$\ell.a \to (g.\ell)\, a$
$r.b \to (g.r)\, b$ ✓

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

RESOLUÇÃO.

$F : \mathbb{N} \to (\mathbb{N}+1)$

$F n = \ell.n$

$G : (\mathbb{N}+1) \to \mathbb{N}$

$G w =$ case w of
$\ell.n \to n$
$r.* \to 42$ — assim 42 fica intraduzível

o r.* ficou solto!

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA C2.

nome ruim

Basta demonstrar que $(\forall f, g, w)[(F \circ G)\, g = g \wedge (G \circ F)\, f = f]$

Seja $f : (\alpha+\beta) \to \delta$, $g : (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta)$,

Parte $(F \circ G)\, g = g$:

$F(G g) = \langle \lambda a. (G g)\, \ell.a, \lambda b. (G g)\, r.b \rangle$
$= \langle \lambda a. (g.\ell) a, \lambda b. (g.r) b \rangle$) pulou!
$= \langle g.\ell\, a, g.r\, b \rangle$ — (η) - $(\to)$
$= g$ — $\cancel{(\beta)}$ (η) - $(\times)$

Parte $(G \circ F)\, f = f$:

$G(F f) = G \langle \lambda a. f\, \ell.a, \lambda b. f\, r.b \rangle$ ✓
$=$

sorry ☹

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{I}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

Seja $(A_i)_I$ uma família indexada por I. Dizemos que um x qualquer, de tipo certo, pertence na $\bigcap_{i \in I} A_i$ sse $(\forall i \in I)[x \in A_i]$.

à

ficou esquisito

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i \in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i \in I} B_i \subseteq \bigcup_{i \in I}(A \cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

Seja $x \in A \cap \bigcup_{i \in I} B_i$.

TRADUZAAA!

(8) **B** *Escolha **uma** das* **B1, B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

(intro) $\dfrac{a : \alpha}{\mathtt{l}.a : \alpha + \beta}$ $\qquad \dfrac{b : \beta}{\mathtt{r}.b : \alpha + \beta}$

(elim) $\dfrac{w : \alpha + \beta \quad f : \alpha \to \gamma \quad g : \beta \to \gamma}{\begin{pmatrix} \text{case } w \text{ of} \\ \mathtt{l}.a \leadsto fa \\ \mathtt{r}.b \leadsto gb \end{pmatrix} : \gamma}$

(formation) $\dfrac{\alpha : \mathrm{Ty} \quad \beta : \mathrm{Ty}}{\alpha + \beta : \mathrm{Ty}}$

(β): $\begin{pmatrix} \text{case } \mathtt{l}.a \text{ of} \\ \mathtt{l}.a \leadsto fa \\ \mathtt{r}.b \leadsto gb \end{pmatrix} = fa$

$\begin{pmatrix} \text{case } \mathtt{r}.b \text{ of} \\ \mathtt{l}.a \leadsto fa \\ \mathtt{r}.b \leadsto gb \end{pmatrix} = gb$

(η): $\begin{pmatrix} \text{case } w \text{ of} \\ \mathtt{l}.a \leadsto \mathtt{l}.a \\ \mathtt{r}.b \leadsto \mathtt{r}.b \end{pmatrix} = w$

(18) **C**

[redacted] B1, B2

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

RESOLUÇÃO.

$F : \delta^{\alpha+\beta} \to \delta^{\alpha} \times \delta^{\beta}$. $F f = \langle \lambda a. f\,(l.a),\ \lambda b. f\,(r.b) \rangle$	$G : \delta^{\alpha} \times \delta^{\beta} \to \delta^{\alpha+\beta}$ $G u = \lambda v. \left(\begin{array}{l} \text{case } v \text{ of} \\ l.a \rightsquigarrow (u.l)\,a \\ r.b \rightsquigarrow (u.r)\,b \end{array}\right)$

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

RESOLUÇÃO.

$f : N \to N + 1$ $f\,0 = r.\star$ $f\,Sn = l.n$	$g : N + 1 \to N$ $g\,w = \left(\begin{array}{l} \text{case } w \text{ of} \\ l.n \rightsquigarrow Sn \\ r.\star \rightsquigarrow 0 \end{array}\right)$

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA C1 .

$(F \circ G = id)$:

Seja $u : \delta^{\alpha} \times \delta^{\beta}$.

Calculamos:

$$\begin{aligned}
(F \circ G)\,u &= F(G\,u) \\
&= F\left(\lambda v \left(\begin{array}{l} \text{case } v \text{ of} \\ l.a \rightsquigarrow u.l\,a \\ r.b \rightsquigarrow u.r\,b \end{array}\right)\right) \\
&= \left\langle \lambda a. \lambda v \left(\begin{array}{l} \text{case } v \text{ of} \\ l.a \rightsquigarrow u.l\,a \\ r.b \rightsquigarrow u.r\,b \end{array}\right) l.a,\ \lambda b. \lambda v \left(\begin{array}{l} \text{case } v \text{ of} \\ l.a \rightsquigarrow u.l\,a \\ r.b \rightsquigarrow u.r\,b \end{array}\right) r.b \right\rangle \\
&= u \quad ((\times)\text{-}\eta \text{ e } (+)\text{-}\eta) \\
&= id\ u.
\end{aligned}$$

pulou demais!

$(G \circ F = id)$:

Seja $f : (\alpha+\beta) \to \delta$,

Calculamos:

$$\begin{aligned}
(G \circ F)\,f &= G(F\,f) \\
&= G \langle \lambda a. f\,(l\,a),\ \lambda b. f\,(r.b) \rangle \\
&= \lambda w. \left(\begin{array}{l} \text{case } w \text{ of} \\ l\,a \rightsquigarrow (\lambda a. f\,l\,a) \\ l.b \rightsquigarrow (\lambda b. f\,r.b) \end{array}\right) \\
&\overset{?}{=} f \quad ((+)\text{-}\eta) \\
&= id\ f.
\end{aligned}$$

milagroso! compare com tua $(+)$-η na B2.

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{J}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

sombreamento de x!

??

Seja $\mathcal{A}^{\mathcal{J}}$ uma $\mathcal{J}$-família indexada de conjuntos, definimos sua interseção por: $\boxed{x} \in \bigcap \mathcal{A}^{\mathcal{J}} \overset{\text{def}}{\iff} \boxed{(\forall x)}(\exists i \in \mathcal{J})[x \in \mathcal{A}_i^{\mathcal{J}}]$

$\forall$

??

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i\in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i\in I} B_i \subseteq \bigcup_{i\in I}(A \cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

$(\forall i \in I)[x \in A \,\&\, x \in B_i]$

Suponha $x \in A \cap \bigcup_{i\in I} \cancel{\cdot} B_i$

Logo $x \in A$ & $(\cancel{\forall} i \in I)[x \in B_i]$. #1

$\exists$

Seja $i \in I$. X

Logo $x \in A$. [#1 L]

Logo $x \in B_i$. [(#1 R) i]

■

(8) **B** *Escolha **uma** das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

Soma B2

(Introdução)
$$\frac{\alpha : \text{Type} \quad \beta : \text{Type}}{\alpha + \beta : \text{Type}}$$

(Desconstrução)
$$\frac{w : \alpha + \beta}{L.\, w : \alpha + \beta} \qquad \frac{w : \alpha + \beta}{R.\, w : \alpha + \beta}$$

X X X X

confundiu/misturou com

(Uso) mesma coisa!

$w : \alpha + \beta \quad f : \alpha \to \gamma \quad g : \beta \to \gamma$

cases x of w
$L.\, w \rightsquigarrow f\ x$ $\boxed{: ?}$
$R.\, w \rightsquigarrow g\ x$

crucial!!

(Redução)
(β)

(η)
$f\ L.w + g\ R.w = w$

type error!

(18) **C** ~~*Escolha uma das* **B1**, **B2**~~ X

não tem como usar o λ para criar um padrão desses

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

RESOLUÇÃO.

$F : (\alpha+\beta \to \gamma) \to ((\alpha \to \gamma) \times (\beta \to \gamma))$ F (cases x of W $l.\ x = Y$ $M.\ x = Y$) $= (\lambda\_.Y, \lambda\_.Y)$ X esse não é um construtor	$G : ((\alpha \to \gamma) \times (\beta \to \gamma)) \to (\alpha+\beta \to \gamma)$ $G(\lambda\_.Y, \lambda\_.Y) =$ cases x of W $l.\ x = Y$ $M.\ x = Y$

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

RESOLUÇÃO.

F : Nat → Nat + Unit F 0 = Right * F x = Left x ? ↳ e quem vai para o left 0?	G : Nat + Unit → Nat G (Left x) = x G (Rigth _) = 0 conflito!

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA C2 .

qual teu alvo??

Seja x : Nat. Seja x' : Nat + Unit. Separo x em casos pela TRI. ??? Tá pensando nos inteiros?? Caso x = 0 : Calculemos : (G ∘ F) 0 = G Rigth * = 0 Caso x > 0 : Calculemos : (G ∘ F) x = G Left x = x	Caso x < 0 : Similar. Logo (G ∘ F) = Id_{Nat} . Separo x' em casos pelo (+)-uso. Caso Left : Calculemos : (F ∘ G)(Left Y) = F Y = Y 0? Caso Right : Calculemos : (F ∘ G)(Rigth *) = F 0 = Rigth * . Logo (F ∘ G) = $Id_{Nat+Unit}$.

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{I}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

solto esquisito!

Seja $(A_i)_{i \in I}$ uma família indexada de conjuntos. A $\bigcap_{i \in I}$ é definida pela.

$$x \in \bigcap_{i \in I} A_i \overset{\text{def}}{\iff} (\forall i \in I)[x \in A_i]$$

✓

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i \in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i \in I} B_i \subseteq \bigcup_{i \in I}(A \cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

Seja $x \in A \cap \bigcup_{i \in I} B_i$, ou seja, $x \in A$ e $x \in \bigcup_{i \in I} B_i$

Seja $i \in I$ tq $x \in B_i$. ✓

Como $x \in A$ e $x \in B_i$, logo $x \in A \cap B_i$. [def $\cap$]

Logo...?

(8) **B** *Escolha* ***uma*** *das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

(+) - form $\dfrac{\alpha : Ty \quad \beta : Ty}{\alpha + \beta : Ty}$ ✓

(+) - Intr $\dfrac{w : \alpha + \beta}{l.a : \alpha}$ ✗ $\dfrac{w : \alpha + \beta}{r.b : \beta}$ ✗

confundiu com (×)!

(+) - elim $\dfrac{w : \alpha + \beta \quad f : \alpha \to \gamma \quad g : \beta \to \gamma}{\begin{pmatrix} \text{case } w \text{ of } & l.a \mapsto fa \\ & r.b \mapsto gb \end{pmatrix} : \gamma}$

equações

(β) $\begin{pmatrix} \text{case } w \text{ of} \\ l.a \mapsto fa \\ r.b \mapsto gb \end{pmatrix}(l.a) = fa$

$\begin{pmatrix} \text{case } w \text{ of} \\ l.a \mapsto fa \\ r.b \mapsto gb \end{pmatrix}(r.b) = gb$

assim é type error

(η) $\begin{pmatrix} \text{case } x^{w} \text{ of} \\ l.x \mapsto l.x \\ r.x \mapsto g.x \end{pmatrix} = w$

✓

(18) **C** *Escolha* ***uma*** *das* **B1**, **B2**

C1 C2

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

RESOLUÇÃO.

$F : ((\alpha+\beta) \to \delta) \to ((\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta))$

$F\ f : \langle \lambda a.\ f\ l.a,\ \lambda b.\ f\ r.b \rangle$ ✓

$G : ((\alpha \to \delta) \times (\beta \times \to \delta)) \to ((\alpha+\beta) \to \delta)$?

G $F \langle f, g \rangle : \lambda_{w:\alpha+\beta}.$ case w of $l.a \to f\,a$
$r.b \to g\,b$ ✓

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.
N + Unit

RESOLUÇÃO.

$F : \text{Nat} \to (\text{Nat} + \text{Unit})$

$F\ n = l.n$ $= r.?$

$G : (\text{Nat} + \text{Unit}) \to \text{Nat}$

$G\ l.m = m$

$r.?$

(6) **C3.** **Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA C2 .

??

Basta demonstrar que $(G \circ F)\ n = n$ & $\boxed{(F \circ G)\ l.m = l.m}$

Pode $G \circ F\ n$

Calc: $G \circ F\ n = G\ (F\ n)$ [o.1]
$= G\ l.n$ [def F]
$= n$ [def G]

Pode $(F \circ G)(l.m)$

Calc: $(F \circ G)\ (l.n) = F\ (G\ (l.m))$ [o.1]
$= F\ m$ [def G] ??
$= l.m$ [def F]

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma J-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

n?

handwaving demais!!

um conjunto contendo n outros conjuntos dentro é chamado de família. A interseção dessa família, seria percorrer todos os conjuntos da família e retornar ?? somente os elementos que são em comum entre todos os n-conjuntos ??

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i\in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i\in I} B_i \subseteq \bigcup_{i\in I}(A\cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

(8) **B** *Escolha* **uma** *das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

B1

Type Formation: $\dfrac{\alpha : ty \quad \beta : ty}{\alpha\times\beta : ty}$

Introdução: $\dfrac{a : \alpha \quad b : \beta}{\langle a, b\rangle : \alpha\times\beta}$

Eliminação: $\dfrac{W : \alpha\times\beta}{W.l : \alpha \quad W.r : \beta}$

Eqs: $\dfrac{\langle a, b\rangle : \alpha\times\beta}{\langle a,b\rangle.l = a \quad \boxed{\langle a,b\rangle.r = b}}$

$\dfrac{W : \alpha\times\beta}{\langle W.l, W.r\rangle = W}$

1 conclusão só

melhor escrever as eqs sem "——".
(pode usar "$\vdash$" se quiser)

(18) **C**

~~Escolha uma das~~ ~~**B1, B2**~~

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

!

RESOLUÇÃO.

$F : ((\alpha+\beta) \to \delta) \to (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta) \to \delta$ $\quad \alpha, \beta, \delta : \mathrm{Ty}$

$G : ((\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta) \to \delta) \to (\alpha + \beta \to \delta)$

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

!

RESOLUÇÃO.

$F : \mathbb{N} \to \mathbb{N} + 1$

$G : \mathbb{N} \to \mathbb{N} - 1$

??

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA _____ .

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{I}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

(contexto!!)

$x \in \bigcap_{i \in \mathcal{I}} F_i \overset{\text{def}}{\iff} (\forall i \in \mathcal{I})[x \in F_i]$

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i \in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i \in I} B_i \subseteq \bigcup_{i \in I}(A \cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

nome ruim

Seja $x \in A \cap \bigcup_{i \in I} B_i$. (1)
Seja $n \in I$ t.q. $x \in B_n$ (2)
Basta demonstrar que $x \in (A \cap B_n)$.
Como $x \in A$ [(1).1] e $x \in B_n$ [(2)], logo $x \in (A \cap B_n)$.

(8) **B** *Escolha* ***uma*** *das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

$(+_2)$-form: $\dfrac{\alpha : Ty \quad \beta : Ty}{\alpha + \beta : Ty}$

$(+_2)$-Intro: $\dfrac{a : \alpha}{l.a : \alpha + \beta} \quad \dfrac{b : \beta}{r.b : \alpha + \beta}$

$(+_2)$-Elim: $\dfrac{W : \alpha + \beta \quad f : \alpha \to \gamma \quad g : \beta \to \gamma}{\left(\begin{array}{l}\text{case } W \text{ of:} \\ \quad l.a \rightsquigarrow f\,a \\ \quad r.b \rightsquigarrow g\,b\end{array}\right) : \gamma}$

$(+_2)$-η $\left(\begin{array}{l}\text{case } W \text{ of} \\ \quad l.a \rightsquigarrow l.a \\ \quad r.b \rightsquigarrow r.b\end{array}\right) = W$

$(+_2)$-β

(18) **C**

~~Escolha uma dos B1, B2~~

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

RESOLUÇÃO.

def. $F : (\alpha+\beta \to \delta) \to (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta)$

$F f = \langle \lambda a . f\, l.a ,\ \lambda b . f\, r.b \rangle$

def. $G : (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta) \to (\alpha+\beta \to \delta)$

$G g = \lambda w : \alpha+\beta .$ case w of:
$l.a \rightsquigarrow g.l\ a$
$r.b \rightsquigarrow g.r\ b$

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

RESOLUÇÃO.

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA C1.

$(\forall g : (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta))[F \circ G\, g = g]$

Seja $g : (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta)$.

Calc:

$F \circ G\, g = F(G\, g)$ [(∘)]

$= F(\lambda w.$ case w of: $l.a \rightsquigarrow g.l\,a$; $r.b \rightsquigarrow g.r\,b)$ [(G)]

$= \langle \lambda a. \lambda w.($case w of: $l.a \rightsquigarrow g.l\,a$; $r.b \rightsquigarrow g.r\,b)\, l.a ,\ \lambda b. \lambda w.($case w of: $l.a \rightsquigarrow g.l\,a$; $r.b \rightsquigarrow g.r\,b)\, r.b \rangle$ [(F)]

$= \langle \lambda a. g.l\,a ,\ \lambda b. g.r\,b \rangle$ [(→),β]×2

$= \langle g.l ,\ g.r \rangle$ [(→),η]×2

$= g$ [(×).η]

$(\forall f : (\alpha+\beta \to \delta))[G \circ F\, f = f]$

Seja $f : \alpha+\beta \to \delta$

Calc:

$G \circ F\, f = G(F f)$ [(∘)]

$= G(\langle \lambda a. f\,l.a ,\ \lambda b. f\,r.b \rangle)$ [(F)]

$= \lambda w.$ case w of: $l.a \rightsquigarrow (\lambda a. f\,l.a)\,a$; $r.b \rightsquigarrow (\lambda b. f\,r.b)\,b$ [(G)]

$= \lambda w.$ case w of: $l.a \rightsquigarrow f\,l.a$; $r.b \rightsquigarrow f\,r.b$ 2×[(→),β]

$= \lambda w. f\,w$ [(+).η] como?

$= f$ [(→),η]

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{I}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

Seja I um conjunto de índices: e $(A_i)_{i\in I}$ uma I-família.

$x \in \bigcap_{i\in I} A_i \overset{\text{def}}{\iff} (\forall i \in I)[x \in A_i]$

quem é

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i\in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i\in I} B_i \subseteq \bigcup_{i\in I}(A \cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

Seja $x \in A \cap \bigcup_{i\in I} B_i$. Ou seja, $x \in A$ e $x \in \bigcup_{i\in I} B_i$.
Seja $i' \in I$, basta demonstrar que $x \in (A \cap B_{i'})$.
Escolho $i := i'$.
Como $x \in A$ e $x \in B_{i'}$, logo $x \in (A \cap B_{i'})$.
■

Seria assim se fosse $(\forall i \in I)[\dots]$

não tens isso nos teus dados!

(8) **B** *Escolha* ***uma*** *das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

⇝ type-formation: $\dfrac{\alpha : ty \qquad \beta : ty}{\alpha + \beta : ty}$

β, η?

⇝ Introdução: $\dfrac{a : \alpha}{w : \alpha + \beta}$ ou $\dfrac{b : \beta}{w : \alpha + \beta}$

constutores!

⇝ Eliminação: $\dfrac{\Gamma \vdash w : \alpha + \beta \qquad \Gamma, a : \alpha \vdash c : \gamma \qquad \Gamma, b : \beta \vdash c' : \gamma}{\text{case } w \text{ of: } \begin{pmatrix} w.l \mapsto c \\ w.r \mapsto c' \end{pmatrix} : \gamma}$

Γ

aprenda grego! ΰ

não faz sentido usar os juízos com contexto em uns cantos e sem contexto em outros

(18) **C**

~~Escolha uma das B1, B2~~

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

RESOLUÇÃO.

$F : (\alpha+\beta \to \delta) \to (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta)$

$F\, f = \langle \lambda a.\, f(l.a),\ \lambda b.\, f(r.b) \rangle$ ✓

$G : (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta) \to (\alpha+\beta \to \delta)$

bem melhor aqui

$G\langle f, h\rangle = \lambda w.(\text{case } w \text{ of}:$

$w.l \mapsto f(w.l)$

$w.r \mapsto g(w.l))$ ✓

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N}+1$.

RESOLUÇÃO.

$F : \mathbb{N} \to \mathbb{N}+1$

$F a = a + 1$ Type Error

$G : \mathbb{N}+1 \to \mathbb{N}$

mesma coisa

$G\, a{+}1 = \text{Case } w \text{ of}:$

$l\, x\ \cancel{w.l} \mapsto a$ quem é a??

$r.x\ \cancel{w.r} \mapsto 1$

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA C1.

$F \circ G$:

sejam $f : \alpha+\beta \to \delta$; $g : \alpha \to \delta$ e $h : \beta \to \delta$.

Calc.

$(F \circ G)(\langle g, h\rangle) = F(G\langle g, h\rangle)$

$= F(\text{case } w \ldots$?

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\boxed{\text{ℑ-família de conjuntos.}}$ ×

DEFINIÇÃO.

(con)texto!!

?

$x \in \bigcap_{i=0}^{n} \mathcal{J}_i \overset{\text{def}}{\iff} (\forall k \leq n \in \mathbb{N})[x \in \mathcal{J}_k]$

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i\in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i\in I} B_i \subseteq \bigcup_{i\in I}(A \cap B_i)$.

DEMONSTRAÇÃO.

Basta demonstrar $(\forall x)[x \in (A \cap \bigcup_{i\in I} B_i) \Rightarrow x \in (\bigcup_{i\in I}(A \cap B_i))]$.

Seja x tq. $x \in (A \cap \bigcup_{i\in I} B_i)$. ✓

Logo $x \in A$ & $x \in \bigcup_{i\in I} B_i$. $[\cap.1]$ ✓

Logo $(\exists n \in I)[x \in B_n]$. $[\cup.1]$ ✓

Seja n tq $x \in B_n$. ✓

Como $x \in A$ & $x \in B_n$, logo $x \in (A \cap B_n)$. $[\cap.1]$ ✓

Logo $x \in (\bigcup_{i\in I} A \cap B_i)$. ✓

(8) **B** *Escolha **uma** das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.

(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.

DEFINIÇÃO. B1

introdução: $\dfrac{a : \alpha \quad b : \beta}{f : \alpha \times \beta \to \gamma}$

$(\beta) : (\lambda x . x) a = a$

eliminação: $\dfrac{f : \alpha \times \beta \to \gamma}{a : \alpha \to \gamma \quad b : \beta \to \gamma}$

$(\eta) : \langle l.\omega, r.\omega \rangle = \omega$

~ confundiu!!

(18) **C**

~~Escolha uma das B1, B2~~

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^\alpha \delta^\beta$

RESOLUÇÃO.

$F : ((\alpha+\beta) \to \delta) \longrightarrow (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta)$

$F\, f = \langle \lambda a . f(\mathrm{l}.a), \lambda b . f(\mathrm{r}.b) \rangle \quad (F1)$

$G : (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta) \longrightarrow ((\alpha+\beta) \to \delta)$

$G \langle a, b \rangle = \lambda w .\ \mathrm{case}\ w\ \mathrm{of}$ — quem é f?

$\qquad \mathrm{l}.a \mapsto f a \quad (G1)$

nomes ruins! $\qquad \mathrm{r}b \mapsto f b$

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

RESOLUÇÃO.

$F : \mathbb{N} \longrightarrow (\mathbb{N}+1)$

$F\, a = a\ *$ — type error

$G : (\mathbb{N}+1) \longrightarrow \mathbb{N}$

$G\, a * = a$

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA C1 .

Parte $G \circ F$:

Seja $f : (\alpha+\beta) \to \delta$.

Calc: $(G \circ F) f = G(F f)$

$= G(\langle \lambda a . f(\mathrm{l}a), \lambda b . f(\mathrm{r}.b) \rangle) \quad [(F1)]$

$= \lambda w .\ \mathrm{case}\ w\ \mathrm{of}$

$\qquad \mathrm{l}a \mapsto (\lambda a . f(\mathrm{l}.a)) a \quad [(G1)]$

$\qquad \mathrm{r}.b \mapsto (\lambda b . f(\mathrm{r}.b)) b$

(olha tua def de G)

$= \lambda w .\ \mathrm{case}\ w\ \mathrm{of}$

$\qquad \mathrm{l}a \mapsto f(\mathrm{l}.a) \quad [(\beta(\times))]$ — $(\to)$

$\qquad \mathrm{r}.b \mapsto f(\mathrm{r}.b)$

$= f \quad [(\eta(+))]$

Parte $F \circ G$:

Sejam $a : (\alpha \to \delta)$ e $b : (\beta \to \delta)$.

Calc: $(F \circ G)\langle a, b \rangle = F(G \langle a, b \rangle)$

nomes ruins!

quem é f?

$= F(\lambda w .\ \mathrm{case}\ w\ \mathrm{of}$

$\qquad \mathrm{l}.a \mapsto f a \quad [(G1)]$

$\qquad \mathrm{r}.b \mapsto f b)$

$= \langle \lambda a (\lambda w .\ \mathrm{case}\ w\ \mathrm{of}\ \mathrm{l}a \mapsto fa,\ \mathrm{r}b \mapsto fb) \mathrm{l}a,$

$\quad \lambda b (\lambda w .\ \mathrm{case}\ w\ \mathrm{of}\ \mathrm{l}a \mapsto fa,\ \mathrm{r}b \mapsto fb) \mathrm{r}b \rangle$

$[(F1)]$ — donde eles chegaram?

$= \langle \lambda a . f a, \lambda b . f b \rangle \quad [(\beta(+))]$

$= \langle a, b \rangle \quad [(\eta(\times))]$

Só isso mesmo.

(12) **A**

era pra ser? se sim, bugou!

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{J}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

Seja $\mathcal{J}$ uma $\mathcal{J}$-família de conjuntos. $\boxed{x \in \mathcal{J}.}$??

$x \in \bigcap_{i\in I} \mathcal{J}_i \overset{def}{=} (\forall i)[x \in \mathcal{J}_i]$

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i\in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i\in I} B_i \subseteq \bigcup_{i\in I}(A \cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

Seja $x \in A \cap \bigcup_{i\in I} B_i$

Como $x \in \bigcup_{i\in I} B_i$, logo seja $i \in I$ t.q. $x \in B_i$.

não tens isso ainda, pois não usou teu dado.

Basta demonstrar que $(\exists k)[x \in A \,\&\, x \in B_k]$.

Escolho i.

e..?

(8) **B** *Escolha* ***uma*** *das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

$$(\times)\text{-F}: \frac{\alpha : Ty \quad \beta : Ty}{\alpha \times \beta : Ty}$$

$$(\times)\text{-I}: \frac{a : \alpha \quad b : \beta}{\langle a, b\rangle : \alpha \times \beta}$$

$$(\times)\text{-E}: \frac{w : \alpha \times \beta}{w.l : \alpha} \qquad \frac{w : \alpha \times \beta}{w.r : \alpha}$$

$(\beta)\ \langle a, b\rangle.l = a \qquad \langle a, b\rangle.r = b$

$(\text{eta})\ \langle w.l, w.r\rangle = w$

não lembro o símbolo :)

Baixando duolingo p/ grego pós prova :P

καλή τύχη!

(18) **C** ~~Escolha uma das B1, B2~~

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

RESOLUÇÃO.

$F : ((\alpha+\beta) \to \delta) \to (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta)$

$F f = \langle \lambda a . f . a , \lambda b . f b \rangle$

type error

$G : (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta) \to (\alpha + \beta) \to \delta$

$G\ t\ s$ = case s of

$l a \to t . l\ a$

$r . b \to t . r\ b$

✓

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

RESOLUÇÃO.

$F : \mathbb{N} \to \mathbb{N} + 1$

$F\ 0 = r . *$

WARNING: o n casa com 0.

$F\ n = l . n$

quem vai para o $l.0$?

$G : \mathbb{N} + 1 \to \mathbb{N}$

$G\ x$ = case x of

$l . n \to n$

$r . * \to 0$

conflict!

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA C2.

Parte $(G \circ F)\ n = n$:

Calculemos:

$(G \circ F) n = G(F n)$

$= G(l . n)$

$= n.$

n pode ser 0

??

$(G \circ F) 0 = G(F 0)$

$= G(r . *)$

$= 0$

Parte $(F \circ G)\ n = n$:

Caso $n = l . n$:

sombreamento

Calculemos:

$(F \circ G) n = F(G n)$

$= F n$

~~Caso~~ n.

Caso $n = r . *$:

roubou

Calculemos:

$(F \circ G)(r . *) = F(G(r . *))$

$= F\ 0$

$= r . *$

→ neste escopo tu tá usando o mesmo nome para referir a duas coisas diferentes!

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{I}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i \in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i \in I} B_i \subseteq \bigcup_{i \in I}(A \cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

(8) **B** *Escolha **uma** das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

Type Formation $\dfrac{\alpha : Ty \quad \beta : Ty}{\alpha \times \beta : Ty}$

Introduction $\dfrac{a : \alpha \quad b : \beta}{\langle a, b \rangle : \alpha \times \beta}$

não era pra ter construtores aqui

Elimination $\dfrac{\boxed{\langle a, b \rangle} : \alpha \times \beta}{\boxed{\langle a, b \rangle . l = a}}$ $\dfrac{\boxed{\langle a, b \rangle} : \alpha \times \beta}{\boxed{\langle a, b \rangle . r = b}}$

não era pra ter equações aqui

(β) $\dfrac{w : \alpha \times \beta}{w.l = a}$ $\dfrac{w : \alpha \times \beta}{w.r = b}$

quem é?

(η) $\dfrac{w : \alpha \times \beta}{\langle w.l, w.r \rangle = w}$

(18) **C** ~~*Escolha uma das* **B1, B2**~~

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

RESOLUÇÃO.

E

$F : \delta^{\alpha+\beta} \to \delta^{\alpha} \cdot \delta^{\beta}$

$G : \delta^{\alpha} \cdot \delta^{\beta} \to \delta^{\alpha+\beta}$

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

RESOLUÇÃO.

$F : \mathbb{N} \to \mathbb{N} + 1$

$G : \mathbb{N} + 1 \to \mathbb{N}$

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA _____ .

Só isso mesmo.

$x \in \bigcap \mathcal{A} \overset{\text{def}}{\iff} (\forall B \in A)[x \in B]$ $(A_i)_{i \in I}$ $\bigcap : \text{set}_{\text{set}} \alpha$

$\mathcal{O} = \{\{1,2,3\},\{1,2\}\}$ $\bigcap \mathcal{O} = \{1,2\}$ não $\to (\exists i)[x \in J_i]$ $(\forall i)[x \in J_i]$

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{J}$-família de conjuntos.
└ isso é o conjunto de índices, não a família!

DEFINIÇÃO.

(Con)texto

$$x \in \bigcap_{i \in w} \mathcal{J}_i \overset{\text{def}}{\iff} (\forall_{i \in w})[x \in \mathcal{J}_i]$$

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i \in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i \in I} B_i \subseteq \bigcup_{i \in I}(A \cap B_i)$.

$\boxed{\text{DEMONSTRAÇÃO.}}$

$x \in \bigcup_{i \in I} B_i \overset{\text{def}}{\iff} (\exists i)[x \in B_i]$

!

X

$x \in A \cap \bigcup_{i \in I} B_i \overset{\text{def}}{\iff} (\forall x)[x \in A \wedge (x \in \bigcup_{i \in I} B_i \iff (\exists i)[x \in B_i])]$

$x \in \bigcup_{i \in I}(A \cap B_i) \overset{\text{def}}{\iff} (\exists_{i \in I})[x \in (A \cap B_i) \iff (\forall x)[x \in A \wedge x \in B]]$

X

(8) **B** *Escolha* ***uma*** *das* **B1**, **B2**

$A : \alpha + \beta$ $\frac{a : \alpha \quad b : \beta}{\langle a,b \rangle : \alpha \times \beta}$

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.×

(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.

DEFINIÇÃO. parece rascunho!

$\frac{a : \alpha \quad \beta : \beta}{\langle a,b \rangle : \alpha \times \beta}$

$\frac{\langle a,b \rangle : \alpha \times \beta}{\langle a,b \rangle.l : \alpha \quad \langle a,b \rangle.r : \beta}$

$\langle a,b \rangle.l = a$

$\langle a,b \rangle.r = b$

B1

$w : \alpha \times \beta \iff \frac{a : \alpha \quad b : \beta}{\langle a,b \rangle : \alpha \times \beta}$?

criação

$\frac{\langle a,b \rangle : \alpha \times \beta}{\langle a,b \rangle.l : \alpha}$ w

$\frac{\langle a,b \rangle : \alpha \times \beta}{\langle a,b \rangle.r : \beta}$ w

func β ? $\langle w.l, w.r \rangle = w$ ✓

func η ? $\langle a,b \rangle : \alpha \times \beta$

$\langle a,b \rangle.l = a$

$\langle a,b \rangle.r = b$ ✓

Soma create $\frac{a : \alpha}{a : \alpha + \beta}$ $\frac{a : \beta}{a : \alpha + \beta}$ use $\frac{a : \alpha + \beta \quad f : \alpha \to \gamma}{a : \alpha}$ $\frac{a : \alpha + \beta \quad f : \beta \to \gamma}{a : \beta}$

(18) **C**

[redacted]

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

Resolução.

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

Resolução.

$F : \lambda x.$

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

Demonstração da _____ .

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{J}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO. (Contexto! ??

$$x \in \bigcap_{i=0} F_i \overset{\text{def}}{\iff} (\forall i \in \mathbb{N})[x \in F_i]$$

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i\in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i\in I} B_i \subseteq \bigcup_{i\in I}(A \cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

Seja $x \in A \cap \bigcup_{i\in I} B_i$. ✓

Logo $x \in A$ & $(\exists i \in I)[x \in B_i]$. ✓

Logo $(\exists i \in I)[x \in A \cap B_i]$. [?]

✗ Logo $x \in \bigcup_{i\in I}(A \cap B_i)$. [do nada]

Logo $A \cap \bigcup_{i\in I} B_i \subseteq \bigcup_{i\in I}(A \cap B_i)$. ← inútil (comentário fingindo de ser linha de código)

∎

(8) **B** *Escolha **uma** das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

$$\frac{\alpha : \mathrm{Type} \quad \beta : \mathrm{Type}}{\alpha + \beta : \mathrm{Type}}\ (\text{Type Form.})\ ✓$$

$$\frac{\cancel{\alpha+\beta : \mathrm{Type}} \quad a : \alpha}{\mathtt{l}.a : \alpha+\beta} \qquad \frac{\cancel{\alpha+\beta : \mathrm{Type}} \quad b : \beta}{\mathtt{r}.b : \alpha+\beta}\ (\text{Intr.})\ ✓$$

$$\begin{pmatrix} \text{case } w \text{ of} \\ \mathtt{l}.a \mapsto \mathtt{l}.a \\ \mathtt{r}.b \mapsto \mathtt{r}.b \end{pmatrix} = w\ (\eta)\ ✓$$

??

$$\frac{\cancel{\alpha+\beta : \mathrm{Type}} \quad f : \alpha \to \delta \quad g : \beta \to \delta}{\begin{pmatrix} \text{case } \boxed{w} \text{ of} \\ \mathtt{l}.a \mapsto f\,a \\ \mathtt{r}.b \mapsto g\,b \end{pmatrix} : \delta}\ (\text{Elim.})$$

$$\begin{pmatrix} \text{case } \mathtt{l}.a \text{ of} \\ \mathtt{l}.a \mapsto f\,a \\ \mathtt{r}.b \mapsto g\,b \end{pmatrix} = \cancel{\mathtt{l}.a}\ f\,a \qquad \begin{pmatrix} \text{case } \mathtt{r}.b \text{ of} \\ \mathtt{l}.a \mapsto f\,a \\ \mathtt{r}.b \mapsto g\,b \end{pmatrix} = \cancel{\mathtt{r}.b}\ g\,b \quad (\beta)$$

(18) **C**

~~Escolha uma das **B1**, **B2**~~

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

RESOLUÇÃO.

$F : (\alpha + \beta \to \delta) \to (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta)$

$F\, f = \langle \lambda a.\, f(l.a),\ \lambda b.\, f(r.b) \rangle$ ✓

$G : (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta) \to (\alpha + \beta \to \delta)$

$G \langle u, v \rangle = \lambda w.(\text{case } w \text{ of } l.a \mapsto u.a \quad r.b \mapsto v.b))$ ✓

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

RESOLUÇÃO.

$F : \mathbb{N} \to \mathbb{N} + \text{Unit}$

$F\, n = \text{case } w \text{ of}$
$\quad l.a \mapsto n'$
$\quad r.b \mapsto *$

quem é?

$G : \mathbb{N} + \text{Unit} \to \mathbb{N}$

$G\, n = n'$

$G\, * = n'$

type error

(6) **C3.** **Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA C1.

Seja $f : \alpha + \beta \to \delta$.

Vou demonstrar $(G \circ F) f = f$.

Calculamos:

$(G \circ F) f$

$= G(F f)$ ✓

$= G \langle \lambda a.\, f(l.a), \lambda b.\, f(r.b) \rangle$ [(F)] ✓

$= \lambda w.(\text{case } w \text{ of } l.a \mapsto (\lambda a.\, f(l.a))a \quad r.b \mapsto (\lambda b.\, f(r.b))b)$ [(G)] ✓

$= \lambda w.(\text{case } w \text{ of } l.a \mapsto f(l.a) \quad r.b \mapsto f(r.b))$ [(→β)] (→)

$= \lambda w.\, f\, w$ [(+η)] ?

$= f$ [(→η)] ✓

não foi essa a tua (η)

Sejam $u : \alpha \to \delta$, $v : \beta \to \delta$.

Seja $\langle u, v \rangle : (\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta)$.

Vou demonstrar $(F \circ G)\langle u, v \rangle = \langle u, v \rangle$ ✓

Calculamos:

$(F \circ G)\langle u, v \rangle$

$= F(G \langle u, v \rangle)$ ✓

$= F(\lambda w(\text{case } w \text{ of } l.a \mapsto u.a \quad r.b \mapsto v.b))$ [(G.1)] ✓

$= \langle \lambda a(\lambda w \text{ case of } l.a \mapsto u.a \quad r.b \mapsto u.b)\, l.a\, x,\ \lambda b(\lambda w \text{ case of } l.a \mapsto u.a \quad r.b \mapsto u.b)\, r.b \rangle$ [(F.1)]

$= \langle \lambda a.\, u.a, \lambda b.\, v.b \rangle$ [(+β)] pulou!

$= \langle u, v \rangle$ [(×η)] ✓

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma J-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

verboso demais!

Seja F uma J-família de conjuntos. A Interseção de $(F_i)_{i\in J}$ é formada por todos os x tais que $x \in F_i$ para todo $i \in J$. Em símbolos:

$x \in \bigcap_{i\in J} F_i \overset{def}{\iff} (\forall i \in J)[x \in F_i]$

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i\in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i\in I} B_i \subseteq \bigcup_{i\in I}(A \cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

Seja $x \in A \cap \bigcup_{i\in J} B_i$, ~~ou seja~~

Pela definição da União, temos que $x \in A$ e $x \in \bigcup_{i\in J} B_i$

Logo, seja $i \in J$ tal que $x \in B_i$.

Temos que $x \in A \cap B_i$, [Definição de ~~interseção~~ interseção].

Logo $x \in \bigcup_{i\in J}(A \cap B_i)$. [Definição de União].

(8) **B** *Escolha* ***uma*** *das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

Produto Binário $(\alpha \times \beta)$

Formação - $\dfrac{\alpha : \text{Type} \quad \beta : \text{Type}}{\alpha \times \beta : \text{Type}}$

Inserção - $\dfrac{a : \alpha \quad b : \beta}{\{a, b\} : \alpha \times \beta}$

Eliminação - $\dfrac{w : \alpha \times \beta}{w.l : \alpha} \quad \dfrac{w : \alpha \times \beta}{w.r : \beta}$

β - $\{a, b\}.l = a$
$\{a, b\}.r = b$

$\eta = \{w.l, w.r\} = w$

(18) **C**

~~Escolha uma~~ das **B1**, **B2**

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

RESOLUÇÃO.

$F : (\alpha \to \beta \to \delta) \to (\alpha \times \beta \to \delta)$

$F_f \stackrel{\text{def}}{=} \lambda(a{:}\alpha, b{:}\beta).\ f\,a\,b$

$G : (\alpha \times \beta \to \delta) \to (\alpha \to \beta \to \delta)$

$G_g \stackrel{\text{def}}{=} \lambda a{:}\alpha.(\lambda b{:}\beta.\ g\langle a,b\rangle)$

não foi esse o enunciado!

X

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

RESOLUÇÃO.

$F : \mathrm{Nat} \to (\mathrm{Nat} + \mathrm{Unit})$

$F_f \stackrel{\text{def}}{=} l.f$

o r.★ vai tar triste

$G : (\mathrm{Nat} + \mathrm{Unit}) \to \mathrm{Nat}$

$G_g \stackrel{\text{def}}{=}$ case g of

$l.n \to g$ type error

$r.\star \to$?

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA C1 .

Ida $(\Rightarrow)$ - $(\forall f{:}(\alpha \to \beta \to \delta))[G \circ F\, f = f]$

seja $f : (\alpha \to \beta \to \delta)$.

Calculamos:

$G \circ F\, f = G(F\, f)$ [∘]

$= G(\lambda(a{:}\alpha, b{:}\beta).\ f\,a\,b)$ [Definição de F]

$= \lambda x{:}\alpha.(\lambda y{:}\beta.(\lambda(a{:}\alpha, b{:}\beta).\ f\,a\,b)\langle x,y\rangle)$ [Definição de G]

$= \lambda x{:}\alpha.(\lambda y{:}\beta.\ f\,x\,y)$ [(→)-β)]

$= f$ [~~Def~~ Escolha de f]

enunciado!

X

Volta $(\Leftarrow)$ - $(\forall g{:}(\alpha \times \beta \to \delta))[F \circ G\, g = g]$

Seja $g : (\alpha \times \beta \to \delta)$.

Calculamos:

$F \circ G\, g = F(G\, g)$ [∘]

$= F(\lambda a{:}\alpha.(\lambda b{:}\beta.\ g\langle a,b\rangle))$ [Definição de G]

~~$= \lambda(x{:}\alpha, y{:}\beta).\ (\lambda a{:}\alpha.(\lambda b{:}\beta.\ g\langle a,b\rangle))_{x,y}$ [Definição de F]~~

$= \lambda(x{:}\alpha, y{:}\beta).((\lambda a{:}\alpha.\ (\lambda b{:}\beta.\ g\langle a,b\rangle))\, x)\, y$ [Definição de F]

$= \lambda(x{:}\alpha, y{:}\beta.\ (\lambda b{:}\beta.\ g\langle x,b\rangle)\, y$ [(→)-β]

$= \lambda(x{:}\alpha, y{:}\beta).\ g\langle x,y\rangle$ [(→)-β]

$= g$ [Escolha de g].

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{I}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

Essa frase toda não faz sentido!

Seja!

Para uma família de conjunto indexada por $i \in I$, temos A_i como membro da família. A interseção da família contém os elementos t.q para todo $i \in I$ esse elemento pertence a A_i

Não faz sentido evitar notação matemática!

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i \in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i\in I} B_i \subseteq \bigcup_{i \in I}(A \cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

~~Para demonstrar preciso mostrar que $x \in A \cap \bigcup_{i\in I} B_i \to x \in \bigcup_{i\in I}(A\cap B_i)$~~

comentário inútil.

Suponha $x \in A \cap \bigcup_{i\in I} B_i$ $\boxed{.}$ logo $x \in A$ & $x \in B_{\boxed{i}}$

quem é?

frase em imperativo só termina com $\boxed{.}$

como assim casos?

Caso $x \in A$: Imediato.

Caso $x \in B_i$: pela definição de União de família indexada de conjunto existe um $i \in I$ t.q. $x \in A \cap B_i$, logo $x \in A$ & $x \in B_i$, a partir disso imediato.

??

(8) **B** *Escolha* ***uma*** *das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

$$\frac{\alpha : \text{type} \quad \beta : \text{type}}{\alpha + \beta : \text{type}}$$

$$\frac{\alpha + \beta : \text{type}}{l.\alpha : \alpha + \beta \quad r.\beta : \alpha + \beta}$$

$$\begin{pmatrix} \text{Case } l.a \text{ of} \\ l.a \to f\,a \\ r.b \to g\,b \end{pmatrix} = f\,a$$

$$\frac{W : \alpha + \beta \quad f : \alpha \to \gamma \quad g : \alpha \to \gamma}{\begin{pmatrix} \text{Case } W \text{ of} \\ l.a \to f\,a \\ r.b \to g\,b \end{pmatrix}}$$

?

$$\begin{pmatrix} \text{Case } r.b \text{ of} \\ l.a \to f\,a \\ r.b \to g\,b \end{pmatrix} = g\,b$$

$$\begin{pmatrix} \text{Case } W \text{ of} \\ l.a \to l.a \\ r.b \to r.b \end{pmatrix} = W$$

estranha omissão

serviu algo esse λ?

(18) **C** ~~*Escolha uma das* **B1, B2**~~

Case W of
l a → f a
r b → g.b

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^\alpha \delta^\beta$
RESOLUÇÃO.

quem é?

$$F \overset{\text{def}}{=} \lambda x. \left\langle \begin{array}{l} \text{Case } l.x \text{ of} \\ \quad l.x \to f\,x \\ \quad r.x \to i\,x \end{array}, \begin{array}{l} \text{Case } r.x \text{ of} \\ \quad l.x \to f\,x \\ \quad r.x \to i\,x \end{array} \right\rangle$$

quem é?

$$G \overset{\text{def}}{=} \lambda y. \left(\begin{array}{l} \text{Case } W \text{ of} \\ \quad l.w \to y.l \\ \quad r.w \to y.r \end{array} \right)$$

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.
RESOLUÇÃO.

escreva 100 λ's.

$F = \lambda x.\, x+1$

$G = \lambda x.\, x-1$

(6) **C3.** **Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.
DEMONSTRAÇÃO DA C1.

Caso F

$x : \alpha+\beta \qquad f : \alpha \to \delta \quad i : \beta \to \delta$

$$\left(\begin{array}{l} \text{Case } l.x \text{ of} \\ \quad l.x \to f\,x \\ \quad r.x \to i\,x \end{array} \right) = f\,x$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{Case } r.x \text{ of} \\ \quad l.x \to f\,x \\ \quad r.x \to i\,x \end{array} \right) = i\,x$$

Qual teu alvo?

Caso G $\quad y : \delta^\alpha \times \delta^\beta \quad w : \alpha + \beta$

$\langle \delta^\alpha, \delta^\beta \rangle . l = \delta^\alpha$

$\langle \delta^\alpha, \delta^\beta \rangle . r = \delta^\beta$

Type error

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{I}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i \in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i \in I} B_i \subseteq \bigcup_{i \in I}(A \cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

(8) **B** *Escolha* ***uma*** *das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

(18) **C** [redacted]

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

RESOLUÇÃO.

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

RESOLUÇÃO.

(6) **C3.** **Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

DEMONSTRAÇÃO DA _____ .

Só isso mesmo.

7

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma J-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

Sejam I um conjunto de índices, $(A_i)_{i\in I}$ uma ~~seqüência~~ I-família de conjuntos. $\bigcap_{i\in I} A_i \stackrel{def}{=} \{a \mid (\forall i\in I)[a\in A_i]\}$

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i\in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i\in I} B_i \subseteq \bigcup_{i\in I}(A\cap B_i)$.
DEMONSTRAÇÃO.

Seja $x \in A \cap \bigcup_{i\in I} B_i$.

como ganhou isso nos dados?

~~Como $x \in \bigcup_{i\in I} B_i$~~ Seja $i\in I$ t.q. $x \in B_i$. $[x \in \bigcup_{i\in I} B_i]$

Logo $x \in A\cap B_i$. $[x\in A$ e $x \in B_i]$

Testemunho i.

(8) **B** *Escolha* **uma** *das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

(+)-Elim: $\dfrac{w : \alpha+\beta}{\text{Case } w \text{ of } \begin{array}{l} \mid l.a \mapsto a:\alpha \\ \mid r.b \mapsto b:\beta \end{array}}$

precisa auxiliares f, g

(β) - $l.a = l.a$
$r.b = r.b$
..?

??

(+)-Intro: $\dfrac{a:\alpha \quad \cancel{\alpha+\beta : Ty}}{l.a : \alpha+\beta}$ $\dfrac{b:\beta \quad \cancel{\alpha+\beta : Ty}}{r.b : \alpha+\beta}$

(+)-Form: $\dfrac{\alpha : Ty \quad \beta : Ty}{\alpha+\beta : Ty}$

(18) **C**

~~Escolha uma das B1, B2~~

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

Resolução.

$F : ((\alpha+\beta) \to \delta) \to ((\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta))$

$F\,\phi = \langle (\lambda a.\ \phi(l.a)),\ (\lambda b.\ \phi(r.b)) \rangle$

$G : ((\alpha \to \delta) \times (\beta \to \delta)) \to ((\alpha+\beta) \to \delta)$

~~$G\,w = (\lambda x$~~ $G\langle u, v\rangle = \left(\lambda w.\ \text{case } w \text{ of } \begin{cases} l.a \mapsto u\,a \\ r.b \mapsto v\,b \end{cases}\right)$

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

Resolução.

$F : N \to (N+1)$

$F\,0 = r.*$

$F\,Sn = l.n$

$G : (N+1) \to N$

$G\,r.* = 0$

$G\,l.n = Sn$

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

Demonstração da C2.

Escolho F, G definidas pela (C2).

Sejam $n : N$, $w : N+1$.

Parte $(G \circ F)\,n$:

~~Calc. $(G \circ F) \ldots = G(F\ldots)$~~

Caso $n = 0$:

Calc: $(G\circ F)\,0 = G(F\,0)$ [def (∘)]
$= G\,r.*$ [F.1]
$= 0$ [G.1]

Caso $n = Sk$:

Calc: $(G\circ F)\,Sk = G(F\,Sk)$ [def (∘)]
$= G\,l.k$ [F.2]
$= Sk$ [G.2]

Parte $(F \circ G)\,w$:

Caso $w = r.*$:

[def (∘)] Calc: $(F\circ G)\,r.* = F(G\,r.*)$
[G.1] $= F\,0$
[F.1] $= r.*$

Caso $w = l.n'$:

[def (∘)] Calc: $(F\circ G)\,l.n' = F(G\,l.n')$
[G.2] $= F\,Sn'$
[F.2] $= l.n'$

Só isso mesmo.

(12) **A**

(4) **A1.** Defina a interseção de uma $\mathcal{I}$-família de conjuntos.
DEFINIÇÃO.

Seja $\mathcal{A}$ uma $\mathcal{I}$-Família de conjuntos do tipo α. Seja $x : \alpha$. dizemos que x pertence à interseção de $\mathcal{A}$ sse para todo A membro de $\mathcal{A}$, x pertence a A. Em símbolos: $x \in \bigcap\mathcal{A} \overset{\text{def}}{\iff} (\forall A \in \mathcal{A})[x \in A]$.

cadê os índices??

(8) **A2.** Sejam I um conjunto de índices, A um conjunto, e $(B_i)_{i\in I}$ uma família indexada de conjuntos. Demonstre: $A \cap \bigcup_{i\in I} B_i \subseteq \bigcup_{i\in I}(A \cap B_i)$.

$\to x \in \bigcup_{i\in I}(A\cap B_i) \iff (\exists i \in I)[x \in A \ \& \ x \in B_i]$

$\hookrightarrow x \in A \cap \bigcup_{i\in I} B_i \overset{\text{def}}{\iff} x \in A \ \& \ (\forall i \in I)[x \in B_i]$

DEMONSTRAÇÃO.

Seja $x \in A \cap \bigcup_{i\in I} B_i$ ① (Preciso demonstrar $x \in \bigcup_{i\in I}(A \cap B_i)$)

Seja $i \in I$.

Pela ① tenho $x \in A$.

Pela ① tenho $(\forall i \in I)[x \in B_i]$ ②

confundiu U com U ?

logo, pela ②, $x \in B_i$.

teu alvo é (∃).. não (∀)..!

(8) **B** *Escolha* ***uma*** *das* **B1**, **B2**

(6) **B1.** Defina o produto binário de tipos.
(8) **B2.** Defina a soma binária de tipos.
DEFINIÇÃO.

(+)-type Formation $\dfrac{\alpha : \text{type} \quad \beta : \text{type}}{\alpha + \beta : \text{type}}$

(+)-intro $\dfrac{a : \alpha}{\ell.a : \alpha + \beta}$, $\dfrac{b : \beta}{r.b : \alpha + \beta}$

(+)-elim $\dfrac{w : \alpha+\beta \quad f : \alpha \to \delta \quad g : \beta \to \delta}{\left(\begin{array}{l}\text{case } w \text{ of} \\ \ell.x \rightsquigarrow fx \\ r.y \rightsquigarrow gy\end{array}\right) : \delta}$

(+)-β $\left(\begin{array}{l}\text{case } \ell.a \text{ of} \\ \ell.x \rightsquigarrow fx \\ r.y \rightsquigarrow gy\end{array}\right) = fa$

$\left(\begin{array}{l}\text{case } r.b \text{ of} \\ \ell.x \rightsquigarrow fx \\ r.y \rightsquigarrow gy\end{array}\right) = gb$

(+)-η $\left(\begin{array}{l}\text{case } w \text{ of} \\ \ell.a = \ell.a \\ r.b = r.b\end{array}\right) = w$

(18) **C** *Escolha* ***uma*** *das* **B1, B2**

(6) **C1.** Defina funções F, G que estabelecem: $\delta^{\alpha+\beta} \cong \delta^{\alpha}\delta^{\beta}$

Resolução.

α+β → δ   α → δ × β → δ

F : ((α + β) → δ) → (α → δ) × (β → δ)

F t = ⟨ λa:α. t(ℓ.a), λb:β. t(r.b) ⟩

g : (α → δ) × (β → δ) → (α + β) → δ

g ⟨t_a, t_b⟩ = λ w : α+β. case w of
ℓ.a = t_a a
r.b = t_b b

(6) **C2.** Defina funções F, G que estabelecem: $\mathbb{N} \cong \mathbb{N} + 1$.

↳ não são isomorfos

Resolução.

F : ℕ → ℕ+1

F w = ℓ.w   o r.* tá ☹

g(ℕ+1) → ℕ
g(ℓ.n) = n
g(r.*) = 1 = g(ℓ.1) [e logo há conflito]

(6) **C3. Escolha uma** das tuas respostas dos **C1**, **C2** e demonstre o que precisa ser demonstrado para estabelecer o isomorfismo desejado.

Demonstração da C1.

\# Parte (∀t : α+β → δ) [(g∘F)t = t]

seja t : α+β → δ

calculamos: (g∘F)t = g(F t)   [∘]

= g⟨λa:α. t ℓ.a, λb:β. t r.b⟩   [F]

= λw:α+β. case w of
ℓ.a = (λa:α. t ℓ.a) a
r.b = (λb:β. t r.b) b   [g]

= λw:α+β. case w of   [(→).β]
ℓ.a = t ℓ.a
r.b = t r.b

[(→).η] como?

= t

\# Parte (∀t : (α → δ) × (β → δ)) [(F∘G)t = t]

seja t : (α → δ) × (β → δ)

calculamos: (F∘g)t = F(g t)   [∘]

= F(λw:α+β. case w of
ℓ.a = t.ℓ a
r.b = t.r b)   [g]

[F]

= ⟨λa:α. (case w of ℓ.x = t.ℓ x, r.y = t.r y)(ℓ.a), λb:β. (case w of ℓ.x = t.ℓ x, r.y = t.r y)(r.b)⟩

Só isso mesmo.

= ⟨λa:α. t.ℓ a, λb:β. t.r b⟩   [+.β] ✗ não foi

= ⟨t.ℓ, t.r⟩   [(→).η] ✓

= t   [×.η] ✓