FMC2, 2022.2
(Turma T56 do Thanos)

Prova 3.1
(points: 48; bonus: $0^\flat$; time: 48')

Nome:

2022-12-07

Regras:

I. Não vires esta página antes do começo da prova.

II. Nenhuma consulta de qualquer forma.

III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).[1]

IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.

V. $(\forall x)\,[\,\mathrm{Colar}(x) \implies \neg\mathrm{Passar}(x, \mathrm{FMC2})\,]$.[2]

VI. Responda dentro das caixas indicadas.

VII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.

VIII. **Escolha até 2 dos $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E}$.**[3]

Boas provas!

[1] Ou seja, *desligue antes* da prova.
[2] Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.
[3] Provas violando essa regra (com respostas em mais problemas) não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(12) **A**

Escolha **exatamente um** dos **A1**, **A2**.

(9) **A1.** Sejam G grupo e $a, b \in G$.
Demonstre pelos axiomas que $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$.

(12) **A2.** Sejam G grupo e $H \subseteq G$ tais que H habitado e para quaisquer $a, b \in H$, $ab^{-1} \in H$.
Demonstre: $H \leq G$.

Demonstração de _____ .

(18) **B**

Sejam G grupo e $\mathcal{H}$ família habitada de subgrupos de G. Demonstre que $\bigcap \mathcal{H} \leq \mathcal{G}$.
Demonstração.

(18) **C**

Sejam G grupo e $H, K \leq G$ tais que $HK \leq G$. Demonstre: $HK = KH$.
DEMONSTRAÇÃO.

(24) **D**

(12) **D1.** Sejam $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ grupos e $\varphi : A \to B$. Desenha três diagramas cuja comutatividade significa que φ é um homomorfismo.
RESPOSTA.

(12) **D2.** Sejam $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ grupos e $\varphi : A \to B$ tal que φ respeita a operação binária do $\mathcal{A}$. Demonstre que φ é um homomorfismo.
DEMONSTRAÇÃO.

(24) **E**

Sejam grupos $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ e homomorfismo $\varphi : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$.
Demonstre que o $\ker \varphi \overset{\text{def}}{=} \{\, a \in A \;\mid\; \varphi\, a = e_B \,\}$ é um subgrupo normal do $\mathcal{A}$..
DEMONSTRAÇÃO.

Só isso mesmo.

Lemmata

Rascunho