
Nome:

2022-12-07

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2})]$.²
- VI. Responda dentro das caixas indicadas.
- VII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- VIII. Escolha até 2 dos A, B, C, D, E.³

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Provas violando essa regra (com respostas em mais problemas) não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(12) **A**

Escolha **exatamente um** dos **A1**, **A2**.

(9) **A1.** Sejam G grupo e $a, b \in G$.

Demonstre pelos axiomas que $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$.

(12) **A2.** Sejam G grupo e $H \subseteq G$ tais que H habitado e para quaisquer $a, b \in H$, $ab^{-1} \in H$.

Demonstre: $H \leq G$.

DEMONSTRAÇÃO DE _____ .

(18) **B**

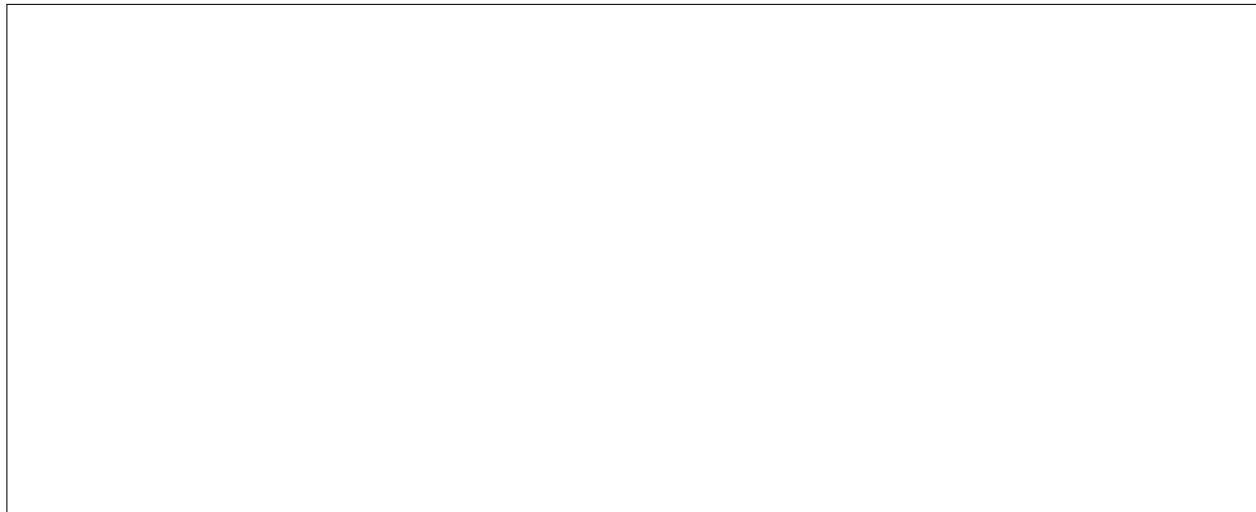
Sejam G grupo e \mathcal{H} família habitada de subgrupos de G . Demonstre que $\bigcap \mathcal{H} \leq \mathcal{G}$.

DEMONSTRAÇÃO.

(18) **C**

Sejam G grupo e $H, K \leq G$ tais que $HK \leq G$. Demonstre: $HK = KH$.

DEMONSTRAÇÃO.



(24) **D**

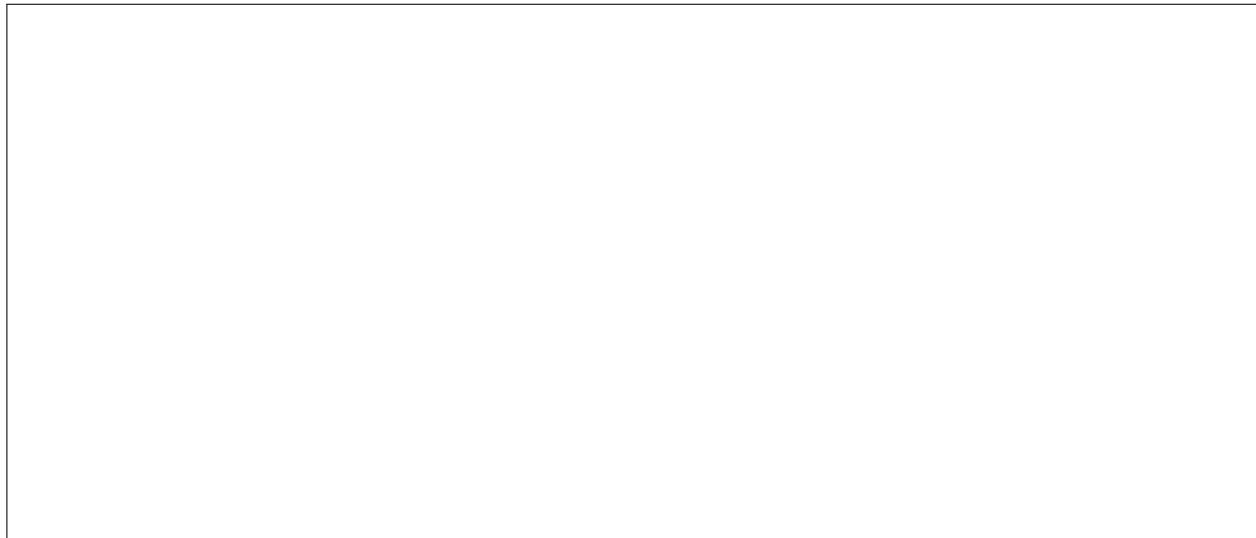
(12) **D1.** Sejam \mathcal{A}, \mathcal{B} grupos e $\varphi : A \rightarrow B$. Desenha três diagramas cuja comutatividade significa que φ é um homomorfismo.

RESPOSTA.



(12) **D2.** Sejam \mathcal{A}, \mathcal{B} grupos e $\varphi : A \rightarrow B$ tal que φ respeita a operação binária do \mathcal{A} . Demonstre que φ é um homomorfismo.

DEMONSTRAÇÃO.

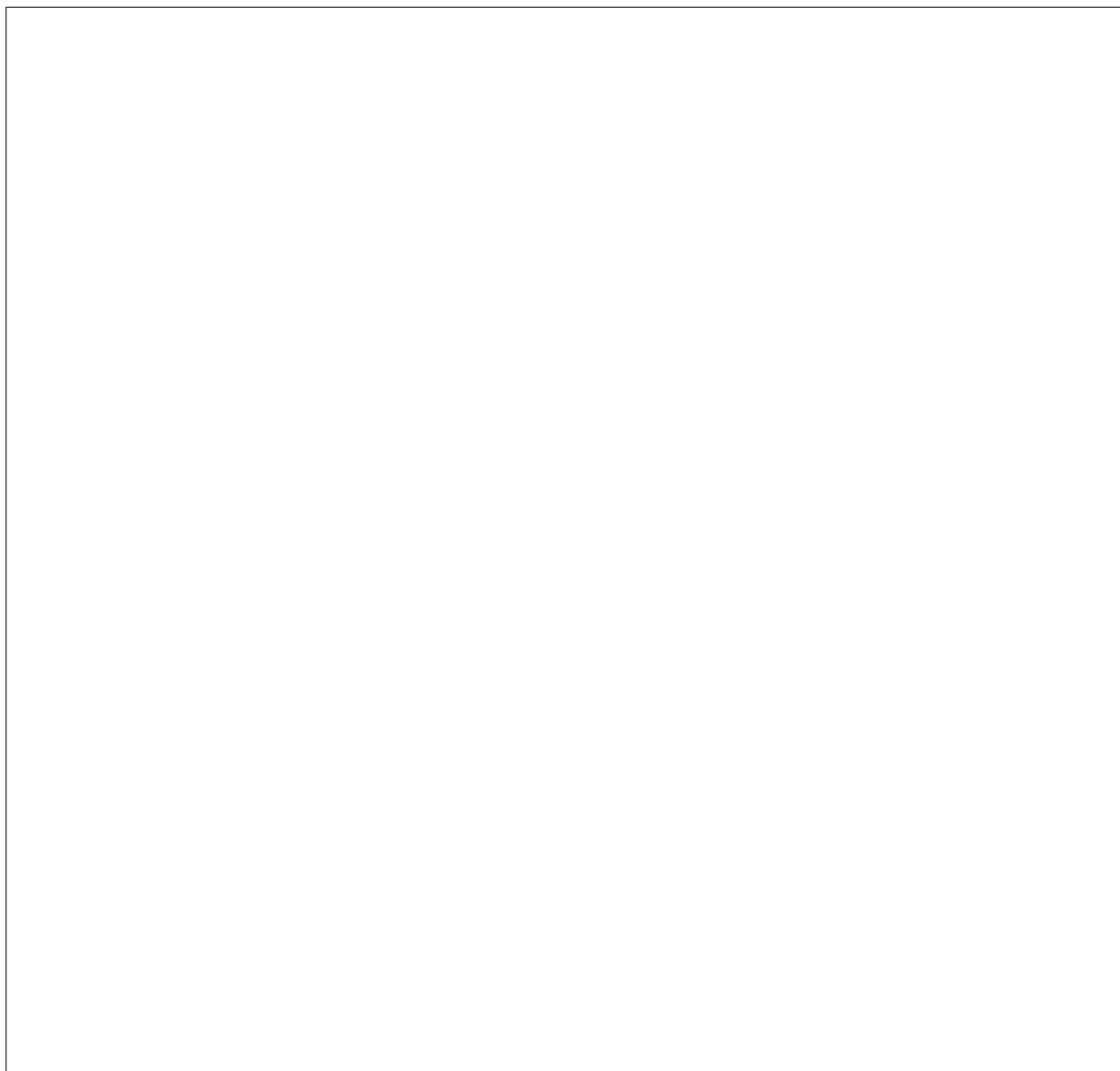


(24) **E**

Sejam grupos \mathcal{A} , \mathcal{B} e homomorfismo $\varphi : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$.

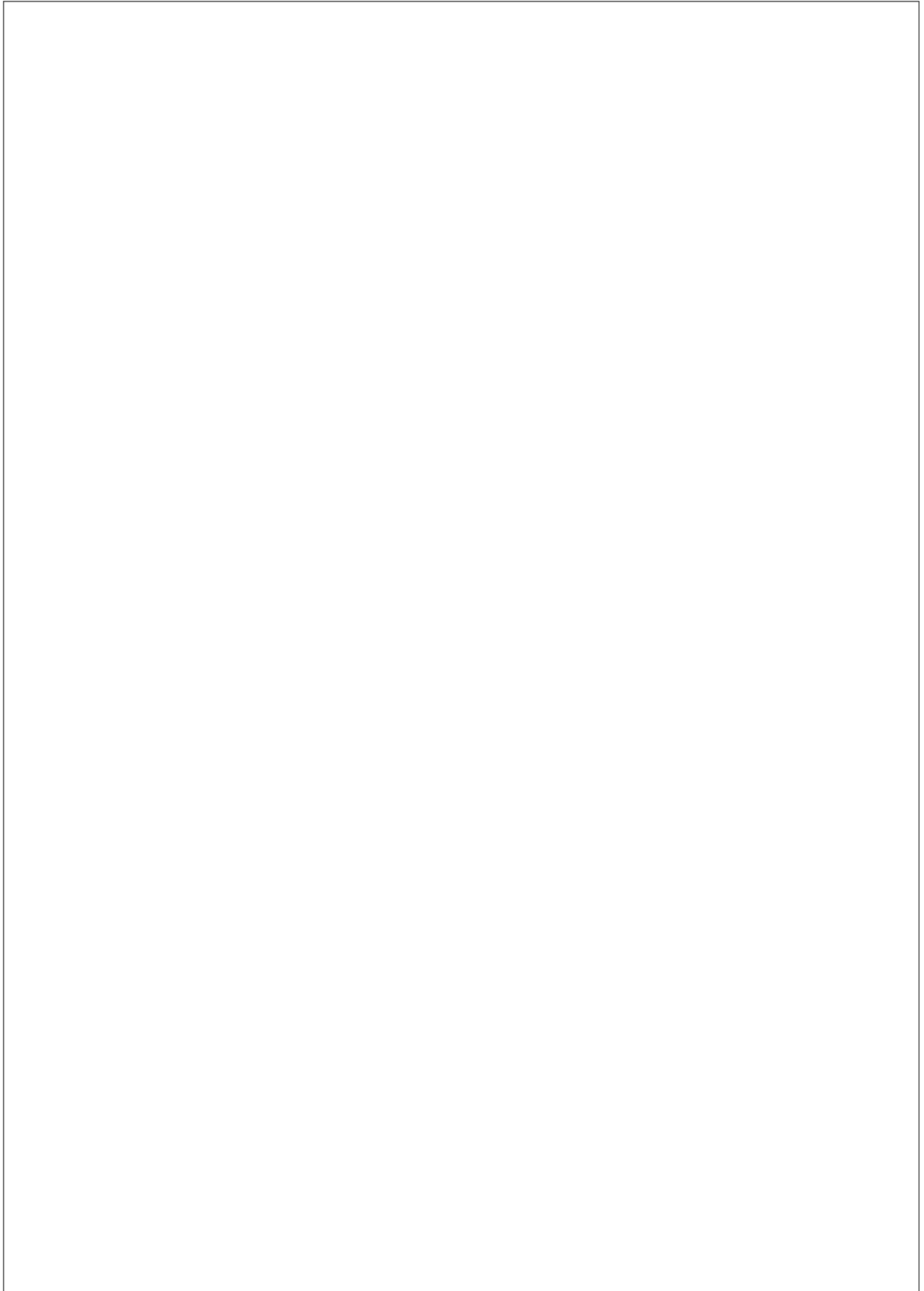
Demonstre que o $\ker \varphi \stackrel{\text{def}}{=} \{ a \in \mathcal{A} \mid \varphi a = e_B \}$ é um subgrupo normal do \mathcal{A} .

DEMONSTRAÇÃO.



Só isso mesmo.

LEMMATA



RASCUNHO