FMC2, 2022.1
(Turma N34 do Thanos)

Prova 2.2
(points: 68; bonus: $0^\flat$; time: 92')

Nome:

2022-07-22

Regras:

I. Não vires esta página antes do começo da prova.

II. Nenhuma consulta de qualquer forma.

III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).[1]

IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.

V. $(\forall x)\,[\,\mathrm{Colar}(x) \implies \neg\mathrm{Passar}(x, \mathrm{FMC2})\,]$.[2]

VI. Use caneta para tuas respostas.

VII. Responda dentro das caixas indicadas.

VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la.*

IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.

X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.

XI. Os pontos bônus podem ser usados para aumentar uma nota de qualquer unidade, dado que a nota original é pelo menos 5,0.[3]

Boas provas!

[1] Ou seja, *desligue antes* da prova.

[2] Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

[3] Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

(21) **P**

Sejam P e Q posets, e $\varphi : P \hookrightarrow Q$ um order-embedding, ou seja, uma função tal que:

$$x \leq_P y \iff \varphi(x) \leq_Q \varphi(y).$$

Demonstre que φ é injetora.
DEMONSTRAÇÃO.

(21) **L**

Seja P poset e $x, y \in P$. Demonstre que as afirmações seguintes são equivalentes:

(i) $x \leq y$; (ii) ${\downarrow}x \subseteq {\downarrow}y$; (iii) para todo downset D de P com $y \in D$, temos $x \in D$.

DEMONSTRAÇÃO.

(26) **W**

Sejam A conjunto e $<$ uma relação binária sobre A. Dizemos que $<$ *não possui cadeias descendentes infinitas* (c.d.i.) sse não existe seqüência $(a_n)_n$ de membros de A tal que:

$$\cdots < a_2 < a_1 < a_0.$$

Dizemos que $<$ é *bem-fundada* se cada conjunto habitado $X \subseteq A$ possui membro m tal que nenhum $x \in X$ satisfaz $x < m$. (Tal m é chamado $<$-*minimal*.)

Considere a afirmação:

$$< \text{não possui c.d.i.} \iff < \text{é bem-fundada}$$

Escolhe uma das direções para demonstrar (em detalhe). Escreva curtamente um esboço para demonstrar a outra direcção.

DEMONSTRAÇÃO.

Só isso mesmo.

Rascunho