
Nome:

2022-06-06

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2})]$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- XI. Os pontos bônus podem ser usados para aumentar uma nota de qualquer unidade, dado que a nota original é pelo menos 5,0.³
- XII. Escolhe até 2 dos I, J, K.⁴

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

⁴Provas violando essa regra (com respostas em mais problemas) não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(16) **I**

Aqui deixe sem demonstrar que as funções que definiu têm as propriedades necessárias (bijetividade para as $=_c$ e injetividade para as \leq_c) ou seja: apenas defina corretamente. Na parte de verificação que teus contraexemplos são válidos mesmo, calcule o suficiente para deixar claras as \neq_c .

(12) **I1.** Sejam A, A', B, B' conjuntos tais que $A =_c A'$ e $B =_c B'$. Defina funções que mostram as relações cardinais corretas, ou contraexemplos que mostram que não tem como:

- (i) $A \cup B =_c A' \cup B'$; (iii) $A \times B =_c A' \times B'$; (v) $A \uplus B =_c A' \uplus B'$;
(ii) $A \cap B =_c A' \cap B'$; (iv) $(A \rightarrow B) =_c (A' \rightarrow B')$; (vi) $\wp A =_c \wp A'$.

RESPOSTA.

(4) **I2.** Sejam A, B, C conjuntos. Para **uma** das seguintes, defina função que a estabelece:

- (2) (i) $(A \rightarrow B) \leq_c \wp(A \times B)$;
(2) (ii) $((A \times B) \rightarrow B) =_c (A \rightarrow (B \rightarrow C))$;
(4) (iii) $(0, 1] =_c (0, 1)$.

RESPOSTA.

(16) **J**

(10) **J1.** Para qualquer conjunto A , $A <_c \wp A$.
DEMONSTRAÇÃO.



(6) **J2.** Definimos recursivamente a seqüência de conjuntos: $\mathbb{N}, \wp\mathbb{N}, \wp\wp\mathbb{N}, \dots$:

$$T_0 = \mathbb{N}$$
$$T_{n+1} = \wp T_n.$$

Seja $T_\omega = \bigcup_{i=0}^{\infty} T_i$. Demonstre que T_ω tem cardinalidade estritamente maior de qualquer um dos conjuntos da seqüência $(T_i)_i$.

DEMONSTRAÇÃO.

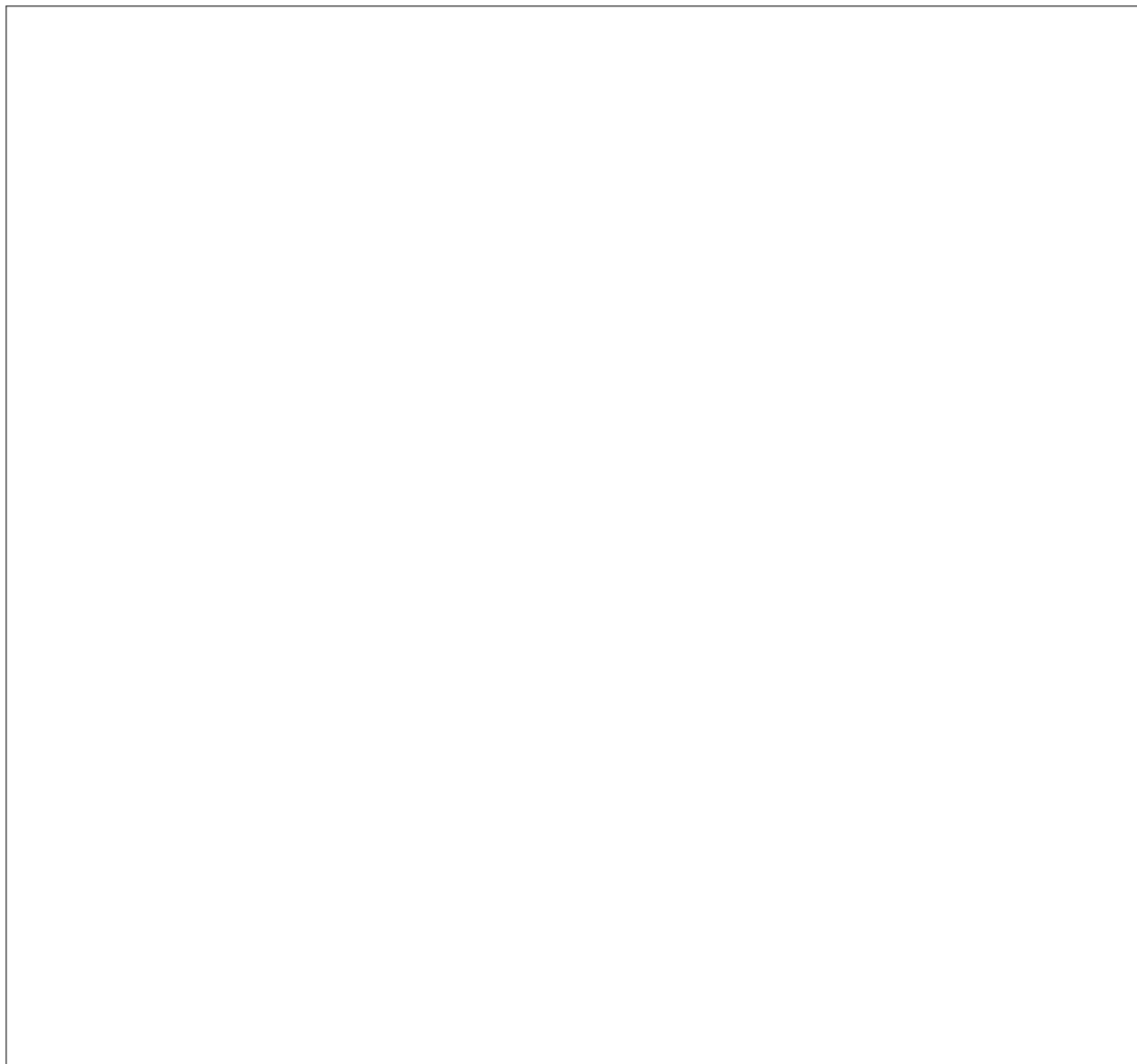


(16) **K**

Sejam $B \xrightarrow{f} C$. Demonstre a equivalência:

f injetora $\iff f$ é (\circ) -cancelável pela esquerda.

DEMONSTRAÇÃO.



Só isso mesmo.

RASCUNHO