
Nome:

2022-05-23

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2})]$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- XI. Os pontos bônus podem ser usados para aumentar uma nota de qualquer unidade, dado que a nota original é pelo menos 5,0.³
- XII. Escolhe até 2 dos F, G, H.⁴

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

⁴Provas violando essa regra (com respostas em mais problemas) não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(21) **F**

Sejam $f : A \rightarrow A$, e F o conjunto de todos os fixpoints da f :

$$F = \{ x \in A \mid x \text{ é um fixpoint da } f \}.$$

(8) **F1.** Demonstre: $f[F] = F$.

DEMONSTRAÇÃO.

(5) **F2.** Demonstre: $f^{-1}[F] \supseteq F$.

DEMONSTRAÇÃO.

(8) **F3.** Demonstre que $f^{-1}[F] \subseteq F$ escolhendo **um** extra dado dos:

(i) f é injetora; (ii) f é sobrejetora.

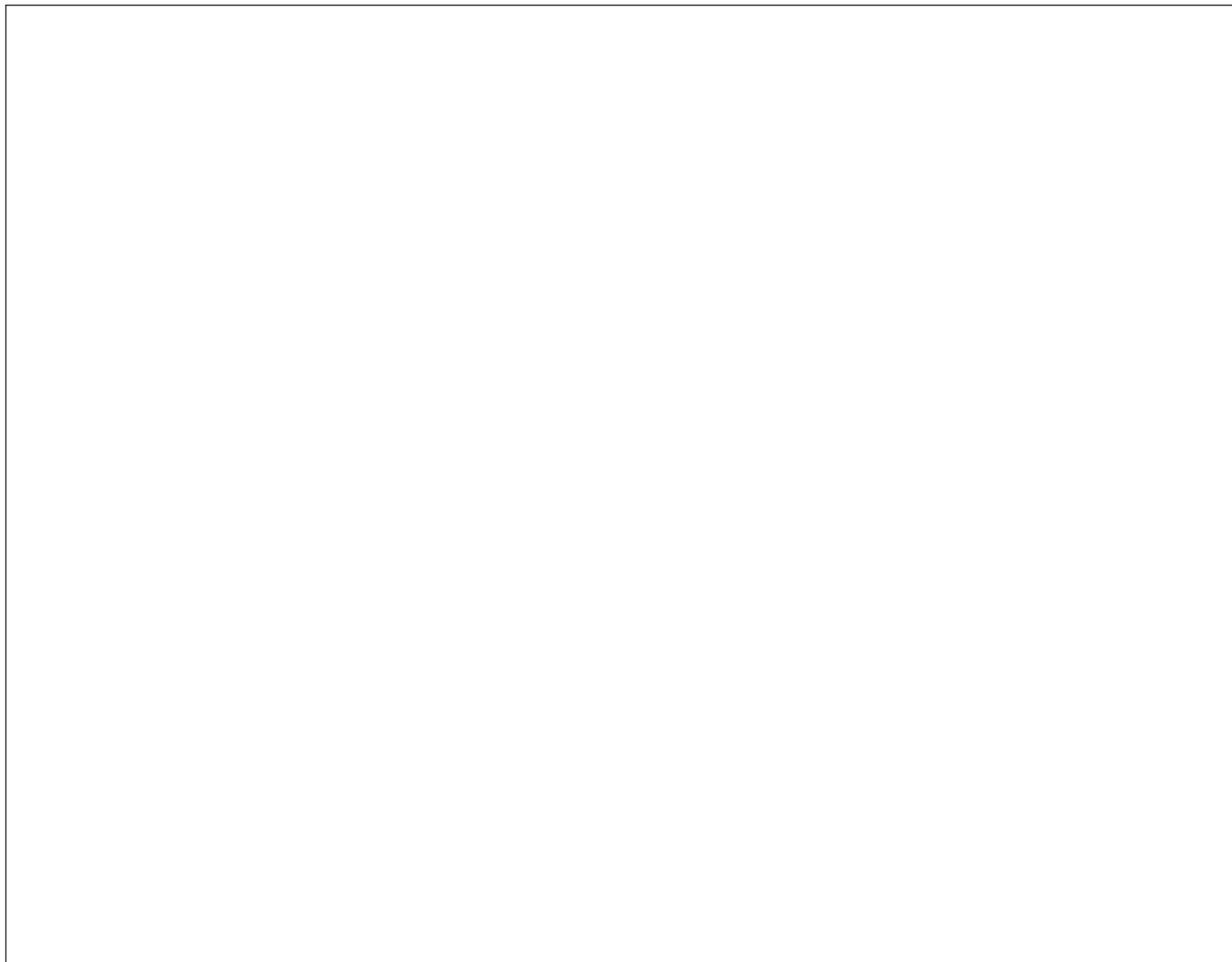
DEMONSTRAÇÃO COM EXTRA DADO __ .

(21) **G**

Sejam $A \xrightarrow{f} B$. Demonstre:

$$f(-) \text{ sobrejetora} \iff f^{-1}[-] \text{ injetora.}$$

DEMONSTRAÇÃO.



(21) **H**

Seja $f : A \rightarrow A$ endomapa tal que $f^3 = \text{id}_A$.

(7) **H1.** Dê um exemplo disso, com $f \neq \text{id}_A$.

EXEMPLO.

(14) **H2.** A afirmação

f é bijetora

é verdadeira?

Responda «sim» e demonstre; «não» e refute; ou, se os dados não são suficientes para concluir, responda «depende» e mostre um exemplo e um contraexemplo.

RESPOSTA.

Só isso mesmo.

RASCUNHO