

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Seja  $n$  inteiro,  $n$  é ímpar se e somente se ~~existe~~ não existe  $k$  inteiro tal que  $2 \cdot k = n$ . ✓

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Seja  $a$  inteiro.

Calculamos:

$$a \cdot 1 = a$$

Como  $1$  é inteiro, logo  $a \mid a$ . [pela definição] ✓

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Sejam  $a, b, c$  inteiros tais que  $a \mid b$  e  $b \mid c$ .

~~Pela definição~~ existem  $k$  e  $q$  inteiros tais que  $a \cdot k = b$  e  $b \cdot q = c$ .  
sejam

Calculamos:

$$b \cdot q = c$$

inverta esses dois! →  
 $= a \cdot k \cdot q$  [substituindo  $b$ ]

$$\begin{aligned} c &= bq \\ &= (ak)q \\ &= a(kq) \end{aligned}$$

~~Pela definição~~  
como  $(k \cdot q)$  é inteiro, ~~pela definição~~  $a \cdot k \cdot q = c$ , (pela definição)  $a \mid c$ . ✓

A ✓

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Um inteiro  $x$  é dito ímpar quando pode ser escrito na forma  $2k+1=x$  para algum  $k$  inteiro.

B

B1. ✓ Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Demonstração:

Seja  $a \in \mathbb{Z}$ . Considere o produto  $a \cdot 1 = a$ . Como  $1 \in \mathbb{Z}$ ,  $a \mid a$  pela Definição 1.

B2. ✓ Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Demonstração:

Sejam  $a, b, c, k_{ab}, k_{bc} \in \mathbb{Z}$ , tal que  $a k_{ab} = b$  [1] e  $b k_{bc} = c$  [2]. (calculamos)

$$c = b k_{bc} \quad [2]$$

$$= (a k_{ab}) k_{bc} \quad [1]$$

$$= a (k_{ab} k_{bc}) \quad [\text{assoc. mult.}]$$

Como  $k_{ab} k_{bc} \in \mathbb{Z}$ ,  $a \mid c$  pela Def. 1

PARCEM PARCES DA EXPRESSÃO,  
NÃO ESCRIVA SÃO PRÓXIMO ✓

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Seja  $n \in \mathbb{Z}$ .  $n$  é um número ímpar se e só se  $n = 2x + 1$ , com  $x \in \mathbb{Z}$ .

~~Demonstração~~

desna forma  $n$  pode não ser ímpar e mesmo assim

$$n = 2k + 1.$$

como??

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Para mostrar que  $a \mid a$ , basta achar um número  $q \in \mathbb{Z}$  que satisfaça  $a \cdot q = a$ .

Caso  $q = 1$  temos Não use caso aqui, pois o  $q$  nem tá no escopo de tua demonstração.

Como  $a \cdot 1 = a$ ,  $1 \in \mathbb{Z}$ , logo  $a \mid a$ .

Logo,  $a \mid a$  para todo inteiro  $a$ .

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Se  $a \mid b$ , então  $\exists q \in \mathbb{Z}$  tal que  $aq = b$ . (I)

Se  $b \mid c$ , então  $\exists p \in \mathbb{Z}$  tal que  $bp = c$ . (II)

Substituindo I em II, temos:

$$aqp = c.$$

Note que  $(q \cdot p) \in \mathbb{Z}$ , logo  $a \mid c$ .

"se"? isso deve ser usado como fato.

Depois tu já sabe que  $a \mid b$  e  $b \mid c$ .

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Seja  $x$  um número inteiro. Dizemos que  $x$  é ímpar se existe um número inteiro  $k$  t.q.  $x = 2k + 1$ .

UMA DEFINIÇÃO DEVE VALER PARA OS DOIS SENTIDOS.

É comum considerar esse "se" em definições como sinônimo de "sse".

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Seja  $a$  um número inteiro.  
Como  $a \cdot 1 = a$  e  $1 \in \mathbb{Z}$ , realmente  $a \mid a$ .

SÓ FALTOU EXPLICAR A DEFINIÇÃO USADA, MAS TÁ CORRETO.

Ficou claro! Não precisaria repetir a definição.

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Sejam  $a, b, c$  números inteiros t.q.  $a \mid b$  &  $b \mid c$ .

Sejam  $x, y$  inteiros t.q.  $ax = b$  e  $by = c$ .

Calculamos:  $by = c$  ← teu cálculo terminou aqui. Poderia juntar:

Seço  $\rightarrow axy = c$  [por (1)]

Como o produto  $xy \in \mathbb{Z}$ , temos que  $a \mid c$ .

$$\begin{aligned} c &= by \\ &= (ax)y \\ &= a(xy). \end{aligned}$$

solicita  
↑  
(forma)

## A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

O número  $x \in \mathbb{N}$  é ímpar quando  $\exists k \in \mathbb{N}$  tal que  $x = 2k + 1$ . ✓

escreva "existe"

## B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Vamos Demonstrar.

Pela definição 1:  $\exists q \in \mathbb{Z}$  tal que  $a \cdot q = b$  ✓

~~$\exists k \in \mathbb{Z}$  tal que  $b \cdot k = a$~~

Usando a definição 1; para  $a \mid a$  deve existir um  $k \in \mathbb{Z}$  tal que  $a \cdot k = a$   
de fato existe,  $k = 1$ ,  $a \cdot 1 = a$ . Então,  $a \mid a$ .

Ficou complexo demais.

« Como  $a \cdot 1 = a$  e  $1 \in \mathbb{Z}$ , logo  $a \mid a$  ».

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Vamos Demonstrar:

Pela definição 1:  $\exists q \in \mathbb{Z}$  tal que  $a \cdot q = b$  (1) ✓

$\exists k \in \mathbb{Z}$  tal que  $b \cdot k = c$  (2)

Substituindo (1) em (2):

$a \cdot q \cdot k = c$ , sendo  $q \cdot k = l \in \mathbb{Z}$

$a \cdot l = c$ , ou seja  $a \mid c$ . ✓

não use "sendo"

pra que esse nome?

A

⊕

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO. imagine, em C:  $\text{int } 2*x+1;$

Seja  $(2n+1) \in \mathbb{N}$ . Dizemos que  $2n+1$  é ímpar se, e somente se,  $2n+1$  não for divisível por 2. ✓  
↳ não seria par se for divisível por 2?

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Sejam  $a, b, k \in \mathbb{Z}$ . pra que declarar tres inteiros arbitrários??  
Por definição, temos que  $a \mid b$  se, e somente se  $a \cdot k = b$ . não tem nada a ver um k com o outro. ✓  
Logo, para demonstrarmos a afirmação, precisamos demonstrar que  $ak = a$ .  
Tomemos  $k=1$ . ← k foi declarado como arbitrário, não pode supor isso aqui!  
De fato,  
 $ak = a$   
 $\Rightarrow a \cdot 1 = a \quad [k=1]$   
 $\Rightarrow a = a$   
Portanto  $a \mid a$ .

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Sejam  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . e logo sejam  
Suponha que  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , isto é, existem  $q, k \in \mathbb{Z}$  tais que  $aq = b$  e  $bk = c$ . ✓  
Perceba que, como  $aq = b$  e  $bk = c$ , podemos substituir  $b$  por  $aq$ . Temos, então:  
 $bk = c$   
 $\Rightarrow (aq)k = c$   
 $\Rightarrow aqk = c \rightarrow ???$   
 $\Rightarrow a(qk) = c$   
Portanto temos que  $a \mid c$ , pois  $qk \in \mathbb{Z}$ . ✓

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Um número par é qualquer número  $\in \mathbb{N}$  que pode ser escrito da maneira  $2p$  com  $p \in \mathbb{N}$ .  
Um número ímpar é qualquer número  $p \in \mathbb{N}$  adicionado 1.

escrito da maneira?

esquiroto.

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Por meio da definição 1, temos que  $a \mid a$ , pois existe um  $q = 1$  tal que  $a \cdot 1 = a$ .

??

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

Declare!

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Se  $a \mid b$  então  $a \cdot q' = b$  sendo  $q'$  um inteiro qualquer.  
Se  $b \mid c$  então  $b \cdot q'' = c$  sendo  $q''$  um inteiro qualquer.

Modificando a segunda equação, temos:

$$b \cdot q'' = c \Rightarrow (a \cdot q') \cdot q'' = c \Rightarrow a \cdot (q' \cdot q'') = c$$

Logo,  $a \mid c$ .

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Um número ímpar é dado por um  $a \in \mathbb{Z}$ , com,  $a \neq 0$ , da forma:  
 $2q+1, q \in \mathbb{Z}$ .

"um número é dado por outro"

B

essa frase não faz sentido.

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Dado um inteiro  $a$ , temos que  $a \mid a$  se existe um  $q \in \mathbb{Z}$  que satisfaz  $a = q \cdot a$ .

Para um valor  $k, k \in \mathbb{Z}, k=0$ , temos:

se  $\begin{cases} k=0 \\ 0=0 \end{cases}$

Portanto será verdade para um  $k+1$ :  
 $k+1 = q \cdot (k+1)$   
 $k+1 = qk + q$   
 $k+1 = q(k+1)$

decida

isso é indução?

parece que tu conduziu  $0=0$ .

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

tu sabes disso!

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

em vez de traduzir teu dado, use!

"seja  $q \in \mathbb{Z} \text{ t.q. } \dots$ ".

Se  $a \mid b$  então existe um  $q \in \mathbb{Z}$  que satisfaz  $aq = b$  e se  $b \mid c$  existe um  $q_1 \in \mathbb{Z}$  que satisfaz  $bq_1 = c$ . Portanto, vemos que para  $bq_1 = c$ , temos:  $aq \cdot q_1 = c$

Assim,  $a \cdot q' = c$  donde que  $a \mid c$ .

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Considere  $k$  e  $n$  números,  $k$  é ímpar se puder ser escrito na forma  $k = 2n + 1$ .

$k := 7$

$n := 5$  ... então 7 não é ímpar?

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Temos que a operação  $\cdot$  é definida para todos os inteiros e que para todo o inteiro  $x$ ,  $x \cdot 1 = x$ .

Como, sempre existe um inteiro  $q$  que para todo o inteiro  $a$ , satisfaz  $a \cdot q = a$ , que é  $q = 1$ , logo  $a \mid a$ , para todo o inteiro  $a$ .

Cuidado, ficou complicado.

faltou conexão entre as conclusões

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Como  $a \mid b$ , temos que existe  $q_1$  inteiro que satisfaz  $a \cdot q_1 = b$ . De forma semelhante, como  $b \mid c$ , então existe  $q_2$  inteiro tal que  $b \cdot q_2 = c$ .

Para que  $a \mid c$ , precisaremos de pelo menos um  $q_3$  tal que  $a \cdot q_3 = c$ . Mas,  $c = b \cdot q_2$  e  $b = a \cdot q_1$ , logo  $a \cdot q_3 = a \cdot q_1 \cdot q_2$ , e finalmente  $q_3 = q_1 \cdot q_2$ .

Como  $q_1$  e  $q_2$  são inteiros e existem,  $q_1 \cdot q_2$  também existe e é um inteiro, logo  $q_3$  também é inteiro.

Provando então que  $a \mid c$ .

→ tá concluindo algo que envolve o  $q_3$  que não foi definido/declarado.

cuidado!

conclusão ficou dubia

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

É um número (inteiro) ímpar que pode ser escrito da forma  $2 \cdot k + 1$  onde  $k$  é um inteiro. ~~qualquer~~

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

~~SUPONHA QUE  $a \mid a$  NÃO SEJA VERDADE.~~  
~~ISSO QUER DIZER QUE  $a$  NÃO PODE~~  
~~SER ESCRITO DA FORMA  $ka$  ONDE  $k$~~   
~~É UM INTEIRO QUALQUER, O QUE É UMA~~  
~~CONTRADIÇÃO QUANDO  $a = a$ , JÁ QUE~~  
 $a$  PODE SER ESCRITO COMO  $a \cdot 1$ .

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Se  $a \mid b$ , ENTÃO  $b = h \cdot a$  com  $h \in \mathbb{Z}$   
Se  $b \mid c$ , ENTÃO  $c = c' \cdot b$  com  $c' \in \mathbb{Z}$   
Assim,  $c = c' \cdot (h \cdot a)$ .  
Como  $a$  DIVIDE QUALQUER  $k \cdot a$  com  $k \in \mathbb{Z}$ ,  
 $a \mid (h \cdot c') \cdot a$ , Logo  $a \mid c$ .

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

$x$  é ímpar, se e somente se existe um  $k \in \mathbb{Z}$  tal que  $x = 2k + 1$ . ok!

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Seja  $a \in \mathbb{Z}$  e  $q = 1$ . Assim,  $aq = a$ . Logo,  $a \mid a$ . ok!

tá ok, o leitor  
supostamente  
sabe as definições envolvidas.

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Sejam  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . ~~tal que~~ Suponha que  $a \mid b$  e  $b \mid c$ . Logo, temos que existem  $q_1, q_2 \in \mathbb{Z}$ , tal que  $a \cdot q_1 = b$  e  $b \cdot q_2 = c$ . tais que

Dessa forma  $b \cdot q_2 = a \cdot q_1 \cdot q_2 = c$ . Seja  $q_1 \cdot q_2 = q$ . Assim  $a \cdot q = c$ . Portanto  $a \mid c$ . ok!!

declare com "sejam".

Depois de seja use a coisa que tá sendo declarada.

Mas pra que dar nome?

Já que escreveu "logo" é implícito que tá usando a afirmação anterior. Tá ok.

A

não jogue fórmulas secas no teu texto.

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

$$\forall n \in \mathbb{Z} [n \text{ é ímpar} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{Z}) [n = 2k + 1]]$$

Seja  $n$  um número inteiro,  $n$  é ímpar sse existe um número  $k$  inteiro tal que  $n = 2k + 1$ .

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

$$(\forall a \in \mathbb{Z}) [a \mid a] \Leftrightarrow (\forall a \in \mathbb{Z}) (\exists x \in \mathbb{Z}) [a \mid a \Rightarrow ax = a] \quad (\text{DEFINIÇÃO 1})$$

PROVA. Seja  $a \in \mathbb{Z}$  t.q.  $a \mid a$ . Ou seja, existe um  $x \in \mathbb{Z}$  t.q.  $ax = a$ .  
Pela regra da igualdade da multiplicação,  $ax$  é o mesmo que  $a$ , ou seja,  $x$  pode apenas ser 1. Como  $1 \mid a$ , logo  $a \mid a$ .  $\square$

*na verdade a conclusão deveria ser uma conclusão não se aplica - o 1 divide a a não implica no  $a \mid a$ .*

*0.5 = 0 mas  $5 \neq 1$ .*

*existente! começou roubando..*

*uma afirmação é nem alvo, não pode ser com  $a=a$   $b=a$*

*você não deveria permitir esse dado que existe. Você ainda está tentando provar que existe.*

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

$$(\forall a, b, c \in \mathbb{Z}) [a \mid b \ \& \ b \mid c \Rightarrow a \mid c]$$

PROVA. Sejam  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  tais que  $a \mid b$  e  $b \mid c$ .  $\checkmark$

Calculamos:  $a \mid b \Leftrightarrow (\exists x \in \mathbb{Z}) [ax = b]$ . (I) [DEF. 1 com  $a=a, b=b$ ]

$b \mid c \Leftrightarrow (\exists y \in \mathbb{Z}) [by = c]$ . (II) [DEF. 1 com  $a=b, b=c$ ]

$by = c \Leftrightarrow (ax)y = c$  [I]  $\leftarrow$  cuidado: tecnicamente  $x, y$  nunca foram declarados

$c = a(xy)$ . (III)  $\leftarrow$  deve "seja"  $x, y$ . Não repita definições, escreva apenas.

$a \mid c \Leftrightarrow (\exists z \in \mathbb{Z}) [az = c]$  [DEF. 1 com  $a=a, b=c$ ]

$az = c \Leftrightarrow az = a(xy)$  [III]

$a(z) = a(xy)$ .

Como  $a(z) = a(xy)$ , por B1,  $a \mid c$ .  $\square$

*Seja  $x \in \mathbb{Z}$  t.q.  $ax = b$ . (a|b).*

*o a conclusão não parece conter, pois não é o fator apenas o /ato da igualdade está satisfeita que faz o  $a \mid c$ . falta uma inferência importante. ~~se  $x \in \mathbb{Z}$~~   $\leftarrow$  sim, o  $xy \in \mathbb{Z}$ .*

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Um número ímpar é <sup>um</sup> todo número <sup>arbitrário</sup> que ~~é~~ não é divisível por 2. ✓  
 $S = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \nmid x\}$  ← inteiro foi correto. -3 é ímpar

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Demonstração: Seja  $a \in \mathbb{Z}$ . ✓  
 Por definição,  $a \mid a$  se existe  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $aq = a$ .  
 Se  $q = 1$ , então  $a \cdot 1 = a$  é verdadeiro.  
 Como existe  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $aq = a$ , logo para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ . ✓  
 ✓ Lógica corretíssima, cuidado na escrita.  
 → Essa frase parece uma implicação, e nesse caso parece que no teu escopo já existe um  $q$ , mas não é o caso.

nunca escreva "é verdadeiro" depois duma afirmação em casos como esse, pois já é implícito.

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Demonstração: Seja  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . ✓ ... tais que  $a \mid b$  e  $b \mid c$ .  
 Sendo  $a \mid b$ , por definição, <sup>seja</sup> existe  $q_1 \in \mathbb{Z}$  tal que  $aq_1 = b$  ou que,  
 $b \mid c$ , por definição, <sup>seja</sup> existe  $q_2 \in \mathbb{Z}$  tal que  $bq_2 = c$ .  
 Tendo as duas afirmações acima ~~como verdade~~ podemos substituir a equação I em II e temos que  $a \cdot q_1 \cdot q_2 = c$ , tendo  $q_1 \cdot q_2 = q_3$ , temos que existe um  $q_3 \in \mathbb{Z}$  tal que  $a \cdot q_3 = c$ , logo para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ . ✓

Assim ganhando esses dois dados.

→ desnecessário dar nome.  
 Basta observar que  $q_1, q_2 \in \mathbb{Z}$ .

## A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

SEJA  $a \in \mathbb{Z}$ , ~~SE  $a \equiv 1 \pmod{2}$ , ENTÃO  $a$  É ÍMPAR~~  
 $a$  É ÍMPAR SSE  $a \equiv 1 \pmod{2}$ . ✓  
nã é a definição que usei  
porém parece correto. ✓

## B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

bastaria  $a \cdot 1 = a$  sem nada de  $q$ .

SEJA  $q \in \mathbb{Z}$ , SABENDO QUE  $a \cdot q = a$  PARA  $q = 1$  ENTÃO  
PELA DEFINIÇÃO 1,  $a \mid a$ . ✓  
✓

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

"se"? é teu dado! começa "sejando" e depois supondo  
DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO. e depois sejando teus  $q, r$ .

PELA DEFINIÇÃO 1,  
SE  $a \mid b$ , ENTÃO EXISTE UM  $q \in \mathbb{Z}$  TAL QUE  $a \cdot q = b$ . (I)  
E SE  $b \mid c$ , ENTÃO EXISTE UM  $r \in \mathbb{Z}$  TAL QUE  $b \cdot r = c$ . (II)  
PARA PROVARMOS QUE  $a \mid c$ , PRECISAMOS ACHAR UM  $d \in \mathbb{Z}$  TAL QUE  
ENTÃO,  $a \cdot d = c$  O  $d$  nem tá no escopo aqui e parece  
que tu já tá afirmando coisas  
 $a \cdot d = b \cdot r \rightarrow r = a \cdot q?$  ~~(II)~~ escreve ele.  
 $= (a \cdot q) \cdot b$  (I)  
 $\Rightarrow d = q \cdot b$  (DIVISÃO POR  $a$ )  
COMO  $q \cdot b \in \mathbb{Z}$ , ENTÃO  $d \in \mathbb{Z}$ , LOGO  $a \mid c$ .  $\hookrightarrow$  se  $a=0$ ?  
Acho que eventualmente ele trocou o " $b$ " com o " $a$ ", mas o raciocínio  
parece ok. ✓  
cuidado, não "compileriz" ✓

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Números ímpares são aqueles que, quando divididos pelo número 2, não irão resultar em um número inteiro.

o problema com essa definição é que pressupõe a operação de divisão entre reais. A ideia é usar a relação de "dividir" e ficar dentro do território familiar dos inteiros.

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

isso não entendi o motivo de escrever.

Utilizando o Def. 1, podemos provar que, para todo inteiro  $a$ , temos que  $a \mid a$ . Para que  $a$  possa dividir  $a$ , a condição de existir um inteiro  $q$  tal que  $a \cdot q = a$  deve ser atendida. Se  $a \cdot q = a$ , então  $q = \frac{a}{a}$ , o que resulta em  $q = 1$ .

Portanto, como a condição foi atendida, para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$  é verdadeira.

Cuidado com teu texto, acaba complicando coisas simples.

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Dados  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  quaisquer, iremos demonstrar que se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ . Por meio da Definição 1, se  $a \mid b$ , então existe um inteiro  $q$  tal que  $a \cdot q = b$  (I).

Na proposição inicial, também temos que  $b \mid c$ , o que implica que, pela def. 1, existe um inteiro  $p$  tal que  $b \cdot p = c$  (II), também temos que, como  $a \mid b$ , então podemos escrever (II) da seguinte forma, usando (I),  $(a \cdot q) \cdot p = c$ , ou então  $a \cdot (q \cdot p) = c$ . Logo, a afirmação é verdadeira.

FALTOU DIZER QUE  
 $q \cdot p \in \mathbb{Z}$ .

"como  $a \mid b$ , seja  $a \cdot q = b$ "

$q$  inteiro t.q...

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Para  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $n$  é ímpar se, e somente se, existir  $k \in \mathbb{Z}$  tal que  $n = 2 \cdot k + 1$ .

legal  $\Rightarrow$

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Seja  $a \in \mathbb{Z}$ .  
Depois,  
mostre isso:

Vou demonstrar a afirmação.  
Pela definição de divisibilidade,  $a \mid a$  sse existe  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $a \cdot q = a$ .  $\leftarrow$  não precisa repetir.  
Ora,  $a \cdot 1 = a$  e  $1 \in \mathbb{Z}$ .  
Portanto, como  $a$  é arbitrário, para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

acho legal escrever que escolheu  $q=1$ , é óbvio mas torna-se melhor.

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Vou demonstrar a afirmação.  
~~Suponha que~~  
Sejam  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Suponha que  $a \mid b$  e  $b \mid c$ . Assim, temos  
 $a \cdot q = b$   $q \in \mathbb{Z}$  e  $b \cdot k = c$   $k \in \mathbb{Z}$ .  
Substituindo I em II, teremos:  
 $a \cdot q \cdot k = c$ . Um produto de inteiros é sempre inteiro e portanto,  
 $q \cdot k = p$ ,  $p \in \mathbb{Z}$ . Assim,  $a \cdot p = c$ .  
Pela definição de divisibilidade, então,  $a \mid c$ .

não use vírgulas mágicas!  
«Sejam  $q, k \in \mathbb{Z} + q \dots$ »

0

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Suponha  $a \in \mathbb{Z}$ .  
 $a$  é ímpar quando  $\frac{a}{2} \notin \mathbb{Z}$ . ✓

essa definição pressupõe o  $\div$

Ó pra definir sem sair do conjunto dos inteiros.

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

a!a quer dizer que  $\exists q \in \mathbb{Z}$ ,  $a \cdot q = a$ .

~~Para~~ De fato, existe um  $q$  que satisfaça

$$a \cdot q = a \Rightarrow q = \frac{a}{a} \Rightarrow q = 1.$$

Logo,  $q = 1, \forall a$ .

?

re  $a=0$ ?

↑??

→ tua conclusão é que  $q=1$ ?

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

usamos igualdade entre objetos, não afirmações.

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

$$a \mid b \Leftrightarrow \exists z \in \mathbb{Z}, a \cdot z = b \quad (i)$$

$$b \mid c \Leftrightarrow \exists y \in \mathbb{Z}, b \cdot y = c \Rightarrow b = \frac{c}{y} \quad (ii) \rightarrow \text{se } y=0?$$

Substituindo (ii) em (i), temos:

$$a \cdot z = \frac{c}{y} \Rightarrow a \cdot \frac{z}{y} = c \Rightarrow a \cdot k = c \Rightarrow a \mid c.$$

$$a \cdot x \cdot y = c$$

Pode pensar em um número IR ✓

quem é  $k$ ?  
pois é.

essas não são implicações mesmo.  
Quis dizer: "Logo".

A



Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Seja  $x \in \mathbb{Z}$ ,  $x$  é ímpar se puder ser representado como:  $x = 2y + 1$  com  $y \in \mathbb{Z}$ .  
*evite*

B

O que significa representar um número?

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

*para todo inteiro  $a$ ,  $a | a$ .*  
*não faz sentido demonstrar por absurdo!!* *só isso mesmo!*

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

~~Suponha que a proposição: "para todo inteiro  $a$ ,  $a | a$ " seja falsa. Sendo assim existe um inteiro  $b$  tal que  $b \nmid b$ . Pela def. de divisibilidade  $b \nmid b$  implica em existir não existir  $x \in \mathbb{Z}$  tal que  $b \cdot x = b$ , o que é um absurdo, pois dada  $x = 1$  e  $1 \in \mathbb{Z}$  temos  $b \cdot 1 = b$  para todo  $b$  pertencente aos inteiros.~~  
~~Logo, por absurdo, a proposição: "para todo inteiro  $a$ ,  $a | a$ " é verdadeira.~~

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

*para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a | b$  e  $b | c$ , então  $a | c$ .*

*Dedare os  $a, b, c$ !*

*NUNCA use como "t.q." de "existe".*

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

*io jogue símbolos e texto*  
*io é nônimo "logo"*  
Hipóteses:  $a | b$  e  $b | c$   
Te-se:  $a | c$   
 $a | b \Rightarrow \exists y \in \mathbb{Z} \mid a \cdot y = b$   
 $b | c \Rightarrow \exists z \in \mathbb{Z} \mid b \cdot z = c$   
Substituindo  $b$  da primeira hipótese na segunda, temos  
 $(a \cdot y) \cdot z = c$ , pela associatividade da multiplicação, temos:  
 $a \cdot (y \cdot z) = c$ , como  $y$  e  $z$  são inteiros suas multiplicações geram outro inteiro que ma vamos chamar de  $x$ , assim:  
 $a \cdot x = c$ , que ~~é~~ pela def. de divisibilidade, implica em  $a | c$ .  
Como queria-se provar. ✓

*que tal chamar de  $y \cdot z$  mesmo?*

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Seja  $x, k \in \mathbb{Z}$ .  $x$  é ímpar se  $x = 2k + 1$ .

$x, k$  são arbitrários inteiros,

Suponha que "teu inimigo" pegou  $x := 7$  e  $k := 3$ .

B

$$7 \neq 2 \cdot 3 + 1.$$

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

Logo... 7 não é ímpar!

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Seja  $a, k \in \mathbb{Z}$ , queremos provar que  $a \mid a$ . ~~Suponha~~  
Suponha que  $m = 1$ . Se multiplicarmos ambos os lados por  $a$ , vem que  $a = a \cdot m$ . Como  $m = 1$ , temos que  $a \cdot 1 \mid a \rightarrow a \mid a$ . Portanto provamos que  $a \mid a$ .  
Bom pergunta quem é  $m$ ?  
→ ??

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Dados  $a, b, c, k, m \in \mathbb{Z}$  e se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , queremos provar que  $a \mid c$ . Como  $a \mid b$  então  $b = a \cdot k$ . Por que?  
Como  $b \mid c$  então  $c = b \cdot m \rightarrow c = (a \cdot k) \cdot m \rightarrow c = a \cdot (k \cdot m)$ .  
Portanto  $a \mid c$ .  
por que?

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

$$n \text{ é ímpar} \stackrel{\text{def}}{=} \exists k \in \mathbb{Z} \mid n = 2 \cdot k + 1$$

nenhum

nunca use  
como "t.q." de "∃".

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Um inteiro  $a$  divide pode dividir ele mesmo, se e somente se, existe um  $k \in \mathbb{Z}$  que quando multiplicado pelo  $a$ , nos dá como resultado o próprio  $a$ ? como na multiplicação existe um número neutro que é o 1, que quando multiplicado por qualquer outro número dá como resultado o inteiro outro número. ... logo o que? ficou complexo e errado o texto.

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

não. " $a \mid b$ " & " $b = a \cdot q$ " não são afirmações sinônimas

Sabendo que  $a \mid b$  pode ser escrito como  $b = a \cdot q'$  e  $b \mid c$  pode ser escrito como  $c = b \cdot q''$ , se substituímos o  $b$  nessa sentença poderemos ver que  $a \mid c$ .

$$c = b \cdot q'' \Rightarrow c = a \cdot \underbrace{q' \cdot q''}_{k \in \mathbb{Z}} \Rightarrow c = a \cdot k \Rightarrow a \mid c$$

por que dar nome?

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Seja  $x \in \mathbb{Z}$ ,  $x$  é ímpar se e somente se existe  $k \in \mathbb{Z}$  tal que  

$$x = (2 \cdot k) + 1.$$
  
 ↑ ↑  
 redundantes

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

~~Seja~~  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $a \mid a$ .  
 Pela definição de divisão temos  $a \mid a$  sse  $\exists q$  tal que  
 $a \cdot q = a$  seja  $q = 1$  logo  $a \cdot 1 = a$ , portanto  $a \mid a$ .  
 ??  
 pra que usar um nome ( $q$ ) se tu acabou  
 nem referindo a ele?

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

$a \mid b$  logo  $\exists q_1$  tal que  $a \cdot q_1 = b$   
 $b \mid c$  logo  $\exists q_2$  tal que  $b \cdot q_2 = c$   
 $a \mid c$  sse  $\exists q_3$  tal que  $a \cdot q_3 = c$   
 ~~$a \cdot q_3 = c$~~   $(c = b \cdot q_2 \text{ e } b = a \cdot q_1)$   
 $a \cdot q_3 = b \cdot q_2$   
 $a \cdot q_3 = a \cdot q_1 \cdot q_2$   
 $a \cdot q_3 = a \cdot q_1 \cdot q_2$   
 $q_3 = q_1 \cdot q_2$   
 Se  
 portanto  $a \mid c$ .  
 parece que tu usou  
 como dado o  
 teu alvo  
 reescrevendo temos:

Considere  $a, b \in \mathbb{N}$  e  $a \mid b \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} \text{ tal que } b = a \cdot k$

A

Defina-se  $a$  como sendo par quando  $2 \mid a$ , ou seja,  $\exists k \in \mathbb{Z} \text{ tal que } a = 2 \cdot k$

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".

Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO. → Precisas dois números para formar a afirmação que um número é ímpar??

Considere  $a, b \in \mathbb{N}$ . Defina-se  $a$  como sendo par quando  $2 \mid a$ , ou seja,  $\exists k \in \mathbb{Z} \text{ tal que } a = 2 \cdot k$ . Defina-se  $b$  como sendo ímpar quando  $b = a + 1$

Poderia ser mais sucinto, mas sem problemas, exceto que  $k > 1$  era necessário.

com problemas sim.

B

o que acontece se aplicar em  $a := 2, b := 5$  a definição??

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a, a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

existe  
 $a \mid a$  se  $\exists k \in \mathbb{Z} \text{ tal que } a = a \cdot k$  (I)  
A única relação possível para  $k = 1$ , portanto  $a = a$   
faltou a conclusão, você queria provar que  $a \mid a$ , que  $a = a$  você já sabe. ✓  
não faz sentido repetir a definição. precisas fazer é usá-la.

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

$a \mid b$  se  $\exists k_1 \in \mathbb{Z} \text{ tal que } a \cdot k_1 = b$  (I)  
 $b \mid c$  se  $\exists k_2 \in \mathbb{Z} \text{ tal que } b \cdot k_2 = c$  (II)  
Substituindo (I) em (II) temos  
 $a \cdot k_1 \cdot k_2 = c$   
 $a \cdot k_3 = c$   
 $k_3 \in \mathbb{Z}$   
Portanto, segundo a definição I,  $a \mid c$  ✓

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Seja  $x \in \mathbb{Z}$  e  $k \in \mathbb{N}$ , ímpar é qualquer número  $\in \mathbb{Z}$  que pode ser escrito na forma  $xk+1$

precisa de dois números para formar a afirmação que um número é ímpar?  
não é na forma  $xk+1$ .

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Considerando a Definição 1, a afirmação  $a \mid a$  é verdadeira pois existe um número  $b$  tal que  $a \cdot b = a$ . Tal número é  $b = 1$ .

inteiro.

Pertence a qual conjunto?  
Reais? Inteiros? ...

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Seja  $k \in \mathbb{Z}$  arbitrário??  
 $L \in \mathbb{Z}$

$a \mid b \Rightarrow (a \cdot k) \mid b$  (DEF 1)

$\Rightarrow a \cdot k = b$  (DEF 1)

$\Rightarrow (a \cdot k) \mid c$  (substituição)

$\Rightarrow (a \cdot k) \cdot L \mid c$  (DEF 1)

$\Rightarrow (a) \cdot k \cdot L \mid c$

$\Rightarrow a \cdot k \cdot L = c$  (DEF 1)

Não é isso que a Def. 1 diz!

✓

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Ímpar: Todo número inteiro  $n \geq 0$  tal que, dado um  $k$  inteiro qualquer,  
passa na última posição de  $2 \cdot k + 1$ .

*-3 não é ímpar??*  
*cuidado a frase nem faz sentido*

*→ nem todo  $k$  inteiro  
tem a propriedade  
 $2k+1 = x$ ,  
logo nenhum  $n$   
será ímpar!*

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

*o faz sentido supor isso.*

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

*exatamente.*

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Seja  $a \in \mathbb{Z}$ .

Suponha  $b \in \mathbb{Z}$  tal que  $b = a$

Suponha  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $a \cdot q = b$ .

$$a \cdot q = b \\ = a \quad [b = a] \\ \Leftrightarrow a \mid a. \quad [\text{def. 3}]$$

*o que isso oferece??  
já tens um nome para referir a esse  
objeto:  $a$ .*

$a \mid b \Leftrightarrow a \mid b = a \mid a$ .  
Não se pode "supor" a resposta  
antes.

*→ como  
tu sabes  
que tal  $q \in \mathbb{Z}$  existe??*

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

*$q$  e  $k$  nem tem no escopo, como vai supor  
algo sobre eles?*

Seja  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ .

Suponha que  $a \mid b$  e  $b \mid c$ .

Suponha  $a, k \in \mathbb{Z}$ .

Suponha que:

$$a \mid b \Leftrightarrow a \cdot q = b \\ b \mid c \Leftrightarrow b \cdot k = c \\ \Leftrightarrow b = \frac{c}{k}$$

OK! desculpe.

Seja:  $a \cdot q = b$

Com não necessariamente  $\frac{c}{k}$   $[b = \frac{c}{k}]$

Não "misturar"  
igualdade com  
se  $\Leftrightarrow a \cdot (q \cdot k) = c$ . (organizando  
a equação)

Como  $(q \cdot k) \in \mathbb{Z}$ , ~~é nulo~~, pela  
def. 3, que  $a \mid c$ .

*Se  $k=0$ ?*

A



~~Escreva~~ *faltou!*

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Para ~~todo~~ *Seja*  $n \in \mathbb{Z}$ , temos:  
 $\text{ÍMPAR}(n) \stackrel{\text{def}}{\iff} 2 \mid n+1$

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Seja  $a \in \mathbb{Z}$ , provemos  $a \mid a$ .  
Pela definição 1,  $a \cdot 1 = a$ , portanto  $a \mid a$ .  
*parece que a definição 1 permitiu concluir que  $a \cdot 1 = a$ .*

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Sejam  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ , t.q.  $a \mid b$  e  $b \mid c$ .  
Provemos  $a \mid c$ .  
Aplicando a def. 1 em  $a \mid b$  e  $b \mid c$   
 $\begin{cases} a \cdot q = b & (i) \\ b \cdot q = c & (ii) \end{cases}$  *é o mesmo q?? cuidado.*  
Seja  $z \in \mathbb{Z}$  t.q.  $z = 2q$ , substituímos  $b$  em  $(ii)$  e temos  
 $(a \cdot q) \cdot q = c = a \cdot z \Rightarrow a \mid c$  já que  $z \in \mathbb{Z}$ .  
*2q  $\neq$  q<sup>2</sup> !!*

*Salto muito grande.*

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

... cadê??

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

se decidir usar indução, seja claro.  
Mas aqui não faz sentido.

para todo inteiro  $a$ ,  $a | a$ . (Acabou nem usando tua H.I.).

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

*que??*  
*notação estranha?*  
*cadê as palavras?*

**Demonstração** ✓

*quem é a?*  
 $a = 1$

$1 | 1$  pois existe  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $1 \cdot q = 1$

para  $q = 1$ ,  $1 \cdot 1 = 1$  [1 é elemento neutro da multiplicação] *hmm...*

portanto,  $1 | 1$

*h indução*  
 $a = n$

$n | n$  pois existe  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $n \cdot q = n$

para  $q = 1$ ,  $n \cdot 1 = n$  [1 é elemento neutro da multiplicação] *hmm...*

portanto,  $a | a$

*"Bazuca p/ matar uma mosca"; tudo em ordem... mas faltava mostrar p/ "n+1".*

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a | b$  e  $b | c$ , então  $a | c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

**Demonstração** ✓

①  $a | b$  pois existe  $q_1 \in \mathbb{Z}$  tal que  $a \cdot q_1 = b$ ,  $a = b/q_1$

②  $b | c$  pois existe  $q_2 \in \mathbb{Z}$  tal que  $b \cdot q_2 = c$

Para  $a | c$ , deve existir um  $q_3 \in \mathbb{Z}$  tal que  $a \cdot q_3 = c$

Neste momento, vejo assim, parece que tu tá afirmando o que tá tentando demonstrar  $q_1$

$a \cdot q_3 = c$

$b/q_1 \cdot q_3 = c$  [pon ①]

$b \cdot q_3 = b \cdot q_2$  [pon ②]

$q_3 = q_2$

observe que é desnecessário dar um nome novo para o inteiro  $q_1 \cdot q_2$ . (...em  $q_1, q_2 \in \mathbb{Z}$ )

*o que/quem é a?*  
*é b?*  
*quem é c?*

*sim, precise declarar o enunciado não deu*

*que implica em...??*

Pela operação de multiplicação ser fechada entre os inteiros, prova-se que existe um  $q_3$  inteiro, e, portanto, que  $a | c$

A lógica está OK!

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

O número  $x$  é ímpar se não existe  $y \in \mathbb{Z}$  tal que  $x = 2y$ .  
em que  $y \in \mathbb{Z}$  e  $2y \in \mathbb{Z}$ .

Não responde a pergunta diretamente,  
texto confuso.

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Sabendo que um número inteiro  $a$  divide outro número inteiro  $b$  se existe um número inteiro  $q$  tal que  $a \cdot q = b$ , a afirmação é verdadeira. Isso se deve ao fato de que todo inteiro  $a$  quando multiplicado pelo inteiro 1 sempre resulta a soma sua resultando.

ficou confuso e difícil de ler

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Se  $a \mid b$  isso significa que  $b = q \cdot a$ , e se  $b \mid c$  isso significa que  $c = x \cdot b$ . Logo  $c$  é um número múltiplo de  $a$ , visto que, se  $c = x \cdot b$ , podemos afirmar que  $c = x \cdot (q \cdot a)$ . Portanto a afirmação é verdadeira.

confuso.

Tua frase tem gerúndio mas não tem verbo!

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Um <sup>inteiro</sup>  $q$  é ímpar sse existe  $r \in \mathbb{Z}$  tal que  $q = (r \cdot 2) + 1$ .

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

~~Sabemos que  $a \cdot 1 = a$ . Como, per def.,  $a \mid a$  <sup>def</sup>  $a \cdot q = a$  se tomarmos  $q = 1$ , está provado que existe o valor para  $q(1)$  tal que  $a \mid a$ .~~

→ Basta isso e observar que  $1 \in \mathbb{Z}$ .

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , <sup>suponha isso!</sup> se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

~~Pedra teus  $a, b, c$ !~~

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Tome que  $a \mid b$ , logo  $a \cdot p = b$ . Também, se  $b \mid c$  então  $b \cdot q = c$ .

Juntando, temos que  $(a \cdot p) \cdot q = c$ . Chamemos  $p \cdot q$  de  $g$ . Logo,  $a \cdot g = c$ . Portanto, como  $a \cdot g = c$ ,  $a \mid c$ .

→ Qual o problema com  $pq$ ?

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

divisão sobre o que? pois é

Seja  $x$  um inteiro, se o resto de sua divisão por 2 for maior que 0, tome-se esse  $x$  como ímpar

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

ela não existe  $x \in \mathbb{Z}$ , tal que  $a \cdot x = a$ .  
tomando  $x=1$ , temos  $a \cdot 1 = a$ , logo ela

~~existe~~



B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

em vez de repetir a definição, declare seus inteiros "sejando".

(I)  $a \mid b$  não existe  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $aq = b$  (definição  $a \mid b$ )  
(II)  $b \mid c$  não existe  $g \in \mathbb{Z}$  tal que  $bg = c$  ( "  $b \mid c$  ")

Tomando  $b = aq$  (I) e substituindo em (II)  
 $aqg = c$  (III) → pra que dar nome?

Seja  $qg = l$ , temos  $al = c$  não existem  $l \in \mathbb{Z}$ , como  $q, g \in \mathbb{Z}$ , logo  $l \in \mathbb{Z}$ , portanto  $a \mid c$

não use bolinhas! sim → muito confuso ~~prova~~

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Seja  $x$  um ~~inteiro natural~~ <sup>inteiro</sup>.  $x$  é ímpar se ~~poder ser formado por  $x = 2k + 1$~~  <sup>poder</sup> ~~ou um número natural qualquer.~~ <sub>gerundio pra que?</sub> <sup>??</sup>

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Pela definição 1,  $a \mid a$  se existe  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $a \cdot q = a$ , o que torna-se verdade para  $q = 1$ , ou seja,  $a = a$ . ✓ (só achei muito sucinto)

confuso sim.  
sucinto não, deveria ter sido!  
mas

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Pela definição 1, dados  $a, b, c, q \in \mathbb{Z}$ , temos que, se

①  $a \mid b = a \cdot q = b$  quem é?  $\hookrightarrow$  se o quê?

②  $b \mid c = b \cdot r = c$  o mesmo?!

Substituindo 1 em 2, temos que  $a \cdot q^2 = c$ , ou seja,  $a \mid c$ . ✓

X

A

8

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Quem? É um número pertencente ao conjunto dos Naturais não divisível por 2.  
inteiro

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Partindo da "Definição 1", sendo  $b = a$ ,  
~~existem~~ existe um  $q$  que satisfaz a igualdade  
 $aq = a$

Ente  $q = 1$ .

Escrito numa forma meio poética/dramática.  
veja o gabarito.

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Tomando  $aq_1 = b$  e  $bq_2 = c$ , existe um certo  $q$  que satisfaz a igualdade  $aq = c$ , sendo esse  $q = q_1 \cdot q_2$ .

seu  $\left\{ \begin{array}{l} (aq_1)q_2 = bq_2 \\ aq_1q_2 = c \\ aq = c \end{array} \right.$

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

*Conjunto errado ✓*  
Sendo  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a$  é primo se  $\frac{a}{b}$  primo sendo igual a 0 tem  
b sendo igual a 1 ou a. ✗

*gerundio?! ✓*

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Para  $a/a$  devemos ter um  $k$  tal que,  $a \cdot k = a$ , como  
 ~~$a = a \cdot 1$~~ ,  $k = 1$ , logo  $a/a$  pois  $a \cdot 1 = a$ .  
*ordem errado! ✓*

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

*Declare  $a, b, c$ . Suponha  $a \mid b$  &  $b \mid c$ !*

*"Se"?*  
*Se*  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então existe um  $k \in \mathbb{Z}$  tal que  $a \cdot k = b$  e  
 $b \cdot k = c$ , ~~o mesmo~~ ordem temas  $a \cdot k = b$  e  $b = a \cdot k$ , logo,  
 $b \cdot k = c$   
 $(a \cdot k) \cdot k = c$   
 $a \cdot k^2 = c$   
*Se*  $q \in \mathbb{Z}$ , tal que  $q = k^2$ , temas  $a \cdot q = c$ , logo  $a \mid c$   
*mesmo?! ✓*

A

4

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Ímpar é um número inteiro que dividido por dois tenha o resto diferente de zero

melhor não presupor a noção/operação de dividir um número por outro.

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

seja  $a \in \mathbb{Z}$ , a la se existe um  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $a \cdot q = a$ .  
Suponhamos que exista um  $k \in \mathbb{Z}$  onde  $a = k$ , logo temo que  $k \cdot q = k$  ~~que???~~

Vamos tomar agora para o número  $k+1$ :

$$(k+1) \cdot q = (k+1)$$

$$k \cdot q + q = k + 1$$

$$k + q = k + 1$$

$$k - k + q = 1$$

$$q = 1$$

Logo, para todo  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $a \mid a$  é verdade

Supon que  $k \cdot q = k$ . Não é verdade.

Poderia ser  $k \cdot q = k$ .

Nem os cálculos resultassem em  $q=1$ , isso não ~~prova~~ demonstra que a afirmação a ser provada é verdadeira.

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Isso não faz sentido

## A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

$2k+1$  é uma fórmula?

Número ímpar é todo número que pode ser representado pela fórmula  $2k+1$  tal que  $k \in \mathbb{Z}$

O que significa representar um número?

## B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

quem é??

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Vamos supor  $a = a \cdot q + r$ , tal que  $r \neq 0$ , ou seja  $0 < r < a$  não divide "a".  
Desta forma, temos  
por que??  $\boxed{1 \cdot a + r} \rightarrow r = \frac{1}{q} \cdot a$ . Sabendo que  $a$  é a única fração que é igual a  $0$  e aquela que seu denominador é  $0$ , portanto a afirmação é verdadeira por absurdo. **NADA DISSO FAZ SENTIDO!!**

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Temos,  $\leftarrow$  NÃO  
 $b = q_1 \cdot a$  quem é?  
 $c = q_2 \cdot b$   
 $c = q_3 \cdot a$  Portanto  
 $c = q_2 \cdot q_1 \cdot a$  Logo, por definição,  $a \mid c$ .  
 $c = q_{21} \cdot a$  ??

~~A~~

??

0

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

~~B~~

~~B1.~~ Demonstre ou refute a afirmação:

*para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .*

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

~~B2.~~ Demonstre ou refute a afirmação:

*para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .*

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

$x \in \mathbb{Z}, \exists q, a \mid x, q \in \mathbb{Z}^*$

nada disso faz sentido.

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

$q \in \mathbb{Z}^*$   $a \cdot q = a$   
 $q = \frac{a}{a}$  ???  
 $q = 1 \square$   
todo ou nenhum?  
explique isso em português.

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

$q \in \mathbb{Z}^*$   $a \mid b$   
 $a \mid b = q \cdot a = b$   
 $b \mid c = q \cdot b = c$   
 $q \cdot q \cdot a = c = a \mid c$   
 $\tilde{c} \in \mathbb{Z}$   
De onde veio?

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Para todo  $x$  inteiro,  $x$  dividido por 2 tem resto 1.  
*acredito que seria natural*

*tua definição é uma afirmação, não, inteiro mesmo.*

B inclusive falsa. Escreva assim: "Seja  $x$  inteiro.  $x$  é ímpar sse ..."

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

$$\bullet \frac{x}{x} = 1$$

*= 0?*

$$\frac{x+1}{x+1} = 1$$

~~•~~

*parece confundir o  $|$  com o  $-$ .*

NÃO LEMBRO DE INDUÇÃO  $\leftarrow$  NADA A VER COM INDUÇÃO.

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

$$a \cdot x = ab$$

$$b \cdot y = c \rightarrow b = \frac{c}{y}$$

*??*

$$ax = \frac{c}{y} \rightarrow a \cdot x \cdot y = c$$

*Para  $x$  e  $y$  sendo inteiros quaisquer, essa frase não faz sentido.*  
~~considerando que para~~

*Seus  
símbolos  
e equações*

A

⊕

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Para todo  $x$  pertencente aos inteiros,  $x$  não é divisível por dois. isso, a divisão tem resto diferente de zero

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$ ,  $a \mid a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO. *quem é?*

*seco*

$$a \mid a \Leftrightarrow a \neq a$$

$$\Leftrightarrow q = \frac{a}{a} \leftarrow \text{se } a=0?$$

$$\Leftrightarrow q = 1$$

X Não ~~(demonstra)~~ demonstrar que  $q$  é igual a 1, só supor isso.

X

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a \mid b$  e  $b \mid c$ , então  $a \mid c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO. *quem é?*

*seco.*

$$a \mid b \Leftrightarrow a \neq b$$

$$b \mid c \Leftrightarrow b \neq c$$

~~até~~

$$\Rightarrow a \neq c$$

*e?*

✓

A

Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

$\forall x \in \mathbb{Z} \exists y = x/3$  tal que  $y \in \mathbb{Z} \vee y \notin \mathbb{Z}$   
Logo,  $\forall x \in \mathbb{Z} \wedge y \in \mathbb{Z}$  temos um ímpar

FAVORECENDO INCORRETA, SOMANDO EM  $\mathbb{Z}$  AB  
CONTRA EXEMPLO:  $6 \in \mathbb{Z}$

B

B1. Demonstre ou refute a afirmação:

$\exists x; y = 6/3 = 2$  com  $6 \in \mathbb{Z}$   
para todo inteiro  $a$ ,  $a | a$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Nada disso faz sentido.  
Português!!

B2. Demonstre ou refute a afirmação:

para quaisquer inteiros  $a, b, c$ , se  $a | b$  e  $b | c$ , então  $a | c$ .

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.