
Nome:

12/04/2019

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $\forall x(\text{Colar}(x) \rightarrow \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2}))$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo.
- XI. Os pontos bônus são considerados apenas para quem consiga passar sem.³
- XII. Responda em ambos os G, H.

Lembram-se: $[a]_{\sim}$: a classe de equivalência do a através da \sim ; A/\sim : o conjunto quociente do A sobre a \sim .

Glossário.

$x R x$	(reflexiva)
$x \not R x$	(irreflexiva)
$x R y \implies y R x$	(simétrica)
$x R y \implies y \not R x$	(assimétrica)
$x R y \ \& \ y R z \implies x R z$	(transitiva)
reflexiva & transitiva	(preordem)
reflexiva & transitiva & simétrica	(relação de equivalência)
reflexiva & transitiva & antissimétrica	(ordem (parcial))

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

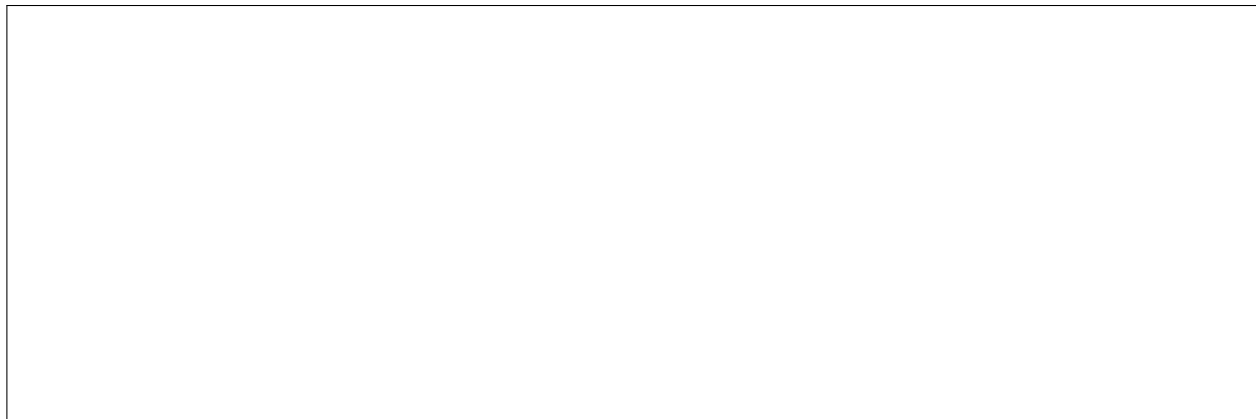
³Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

(18) **G**

(9) **G1.** Seja $R : \text{Rel}(A, A)$, simétrica e transitiva. Demonstre que:

$$R \text{ reflexiva} \iff (\forall x \in A) (\exists y \in A) [x R y].$$

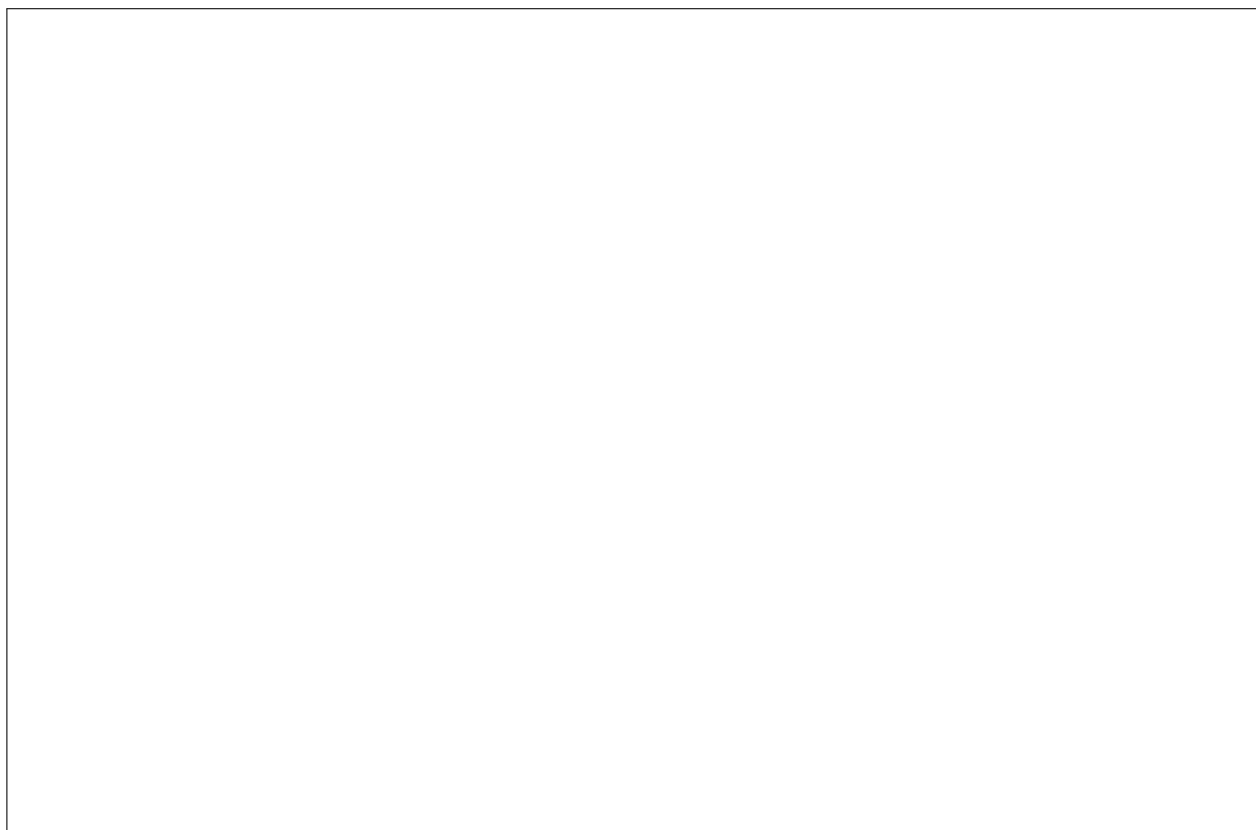
DEMONSTRAÇÃO.



(9) **G2.** Seja \sim uma relação de equivalência num conjunto X , e sejam $a, b \in X$. Os seguintes são equivalentes:

$$(i) a \sim b; \quad (ii) [a] \subseteq [b]; \quad (iii) [a] \cap [b] \neq \emptyset.$$

DEMONSTRAÇÃO.

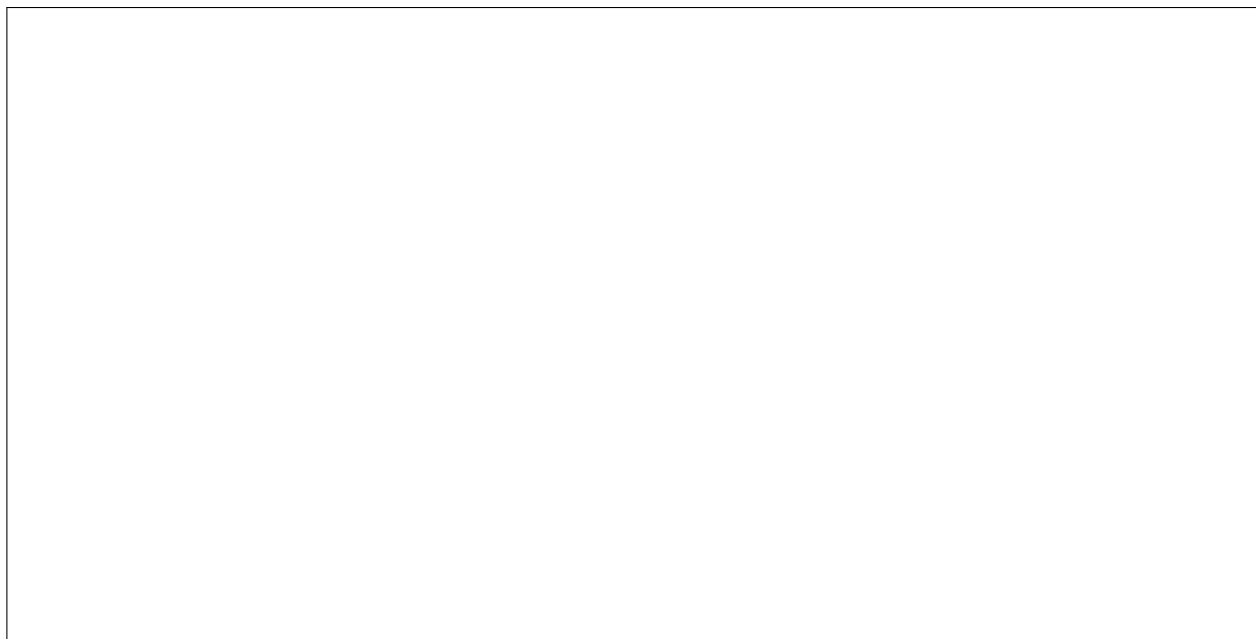


(18) **H**

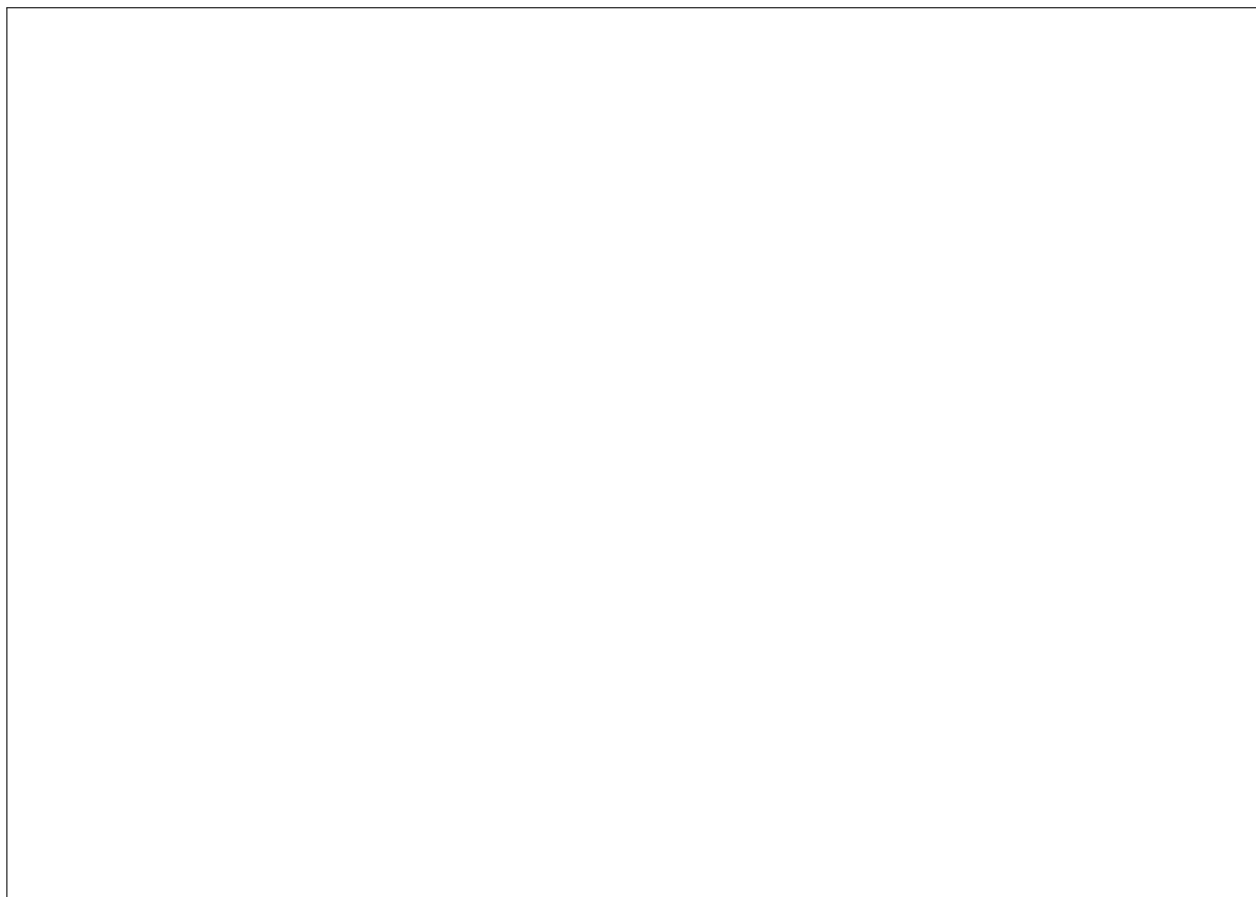
Seja $R : \text{Rel}(X, X)$. Demonstre que para todo $n, m \in \mathbb{N}$,

$$R^{n+m} = R^n \diamond R^m.$$

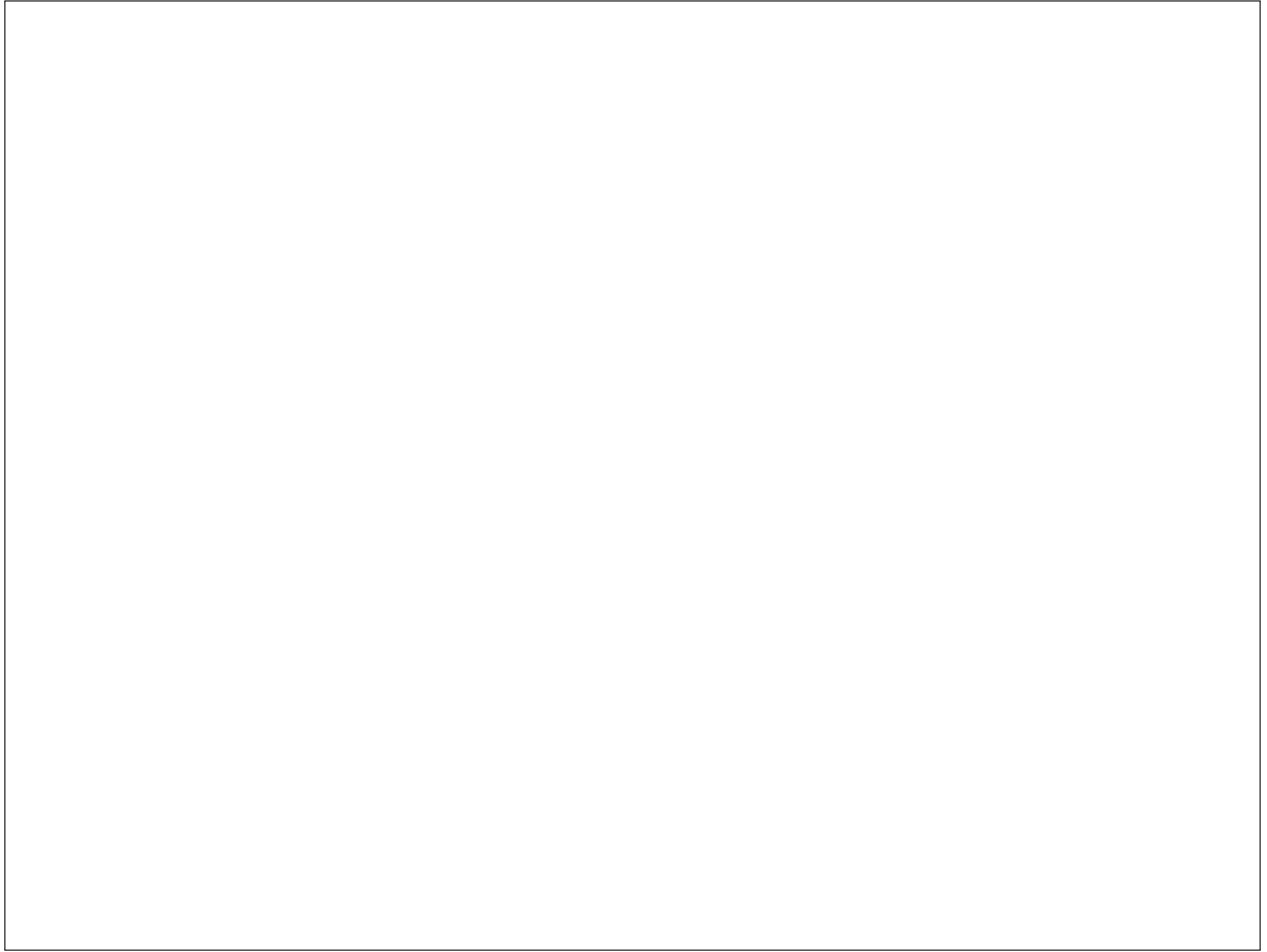
Enuncie e demonstre como lemas todas as propriedades que tu precisarás sobre a \diamond .
DEMONSTRAÇÃO.



LÉMMATA.



MAIS LÉMMATA.



Só isso mesmo.

RASCUNHO

RASCUNHO

RASCUNHO