

---

Nome:

---

12/04/2019

**Regras:**

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).<sup>1</sup>
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V.  $\forall x(\text{Colar}(x) \rightarrow \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2}))$ .<sup>2</sup>
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo.
- XI. Os pontos bônus são considerados apenas para quem consiga passar sem.<sup>3</sup>
- XII. Responda em ambos os G, H.

**Lembram-se:**  $[a]_{\sim}$ : a classe de equivalência do  $a$  através da  $\sim$ ;  $A/\sim$ : o conjunto quociente do  $A$  sobre a  $\sim$ .

**Glossário.**

$x R x$	(reflexiva)
$x \not R x$	(irreflexiva)
$x R y \implies y R x$	(simétrica)
$x R y \implies y \not R x$	(assimétrica)
$x R y \ \& \ y R z \implies x R z$	(transitiva)
reflexiva & transitiva	(preordem)
reflexiva & transitiva & simétrica	(relação de equivalência)
reflexiva & transitiva & antissimétrica	(ordem (parcial))

*Boas provas!*

---

<sup>1</sup>Ou seja, *desligue antes* da prova.

<sup>2</sup>Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

<sup>3</sup>Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

(18) **G**

Para  $A, B$ , seja  $R$  relação  $A \times B$  definida pela

$$x R y \iff x \leq y$$

Escrevemos  $\sim$  para  $R$  de equivalência.

(9) **G1.** Demonstre que para todo  $A$ ,  $\sim$  é uma relação de  $A$ .  
Como descreverias numa maneira simples  $\sim$  e  $\sim$ ? Justifique tua resposta.

DEMONSTRAÇÃO.

DESCRIÇÃO E JUSTIFICAÇÃO.

(9) **G2.** Sejam  $f, g$  definidas:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \text{ é par} \\ x+1 & \text{se } x \text{ é ímpar} \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \text{ é ímpar} \\ x+1 & \text{se } x \text{ é par} \end{cases}$$

- (i) Escreva **nas linhas acima** tipos razoáveis e válidos.
- (ii) Para cada uma das  $f, g$  decida se é  $\sim$ . Justifique (demonstre) tua resposta.

DEMONSTRAÇÃO: A  $f$                        $\sim$

DEMONSTRAÇÃO: A  $g$                        $\sim$

(18) **H**

Seja  $R : \text{Rel}(X, X)$ . Demonstre que para todo [REDACTED]

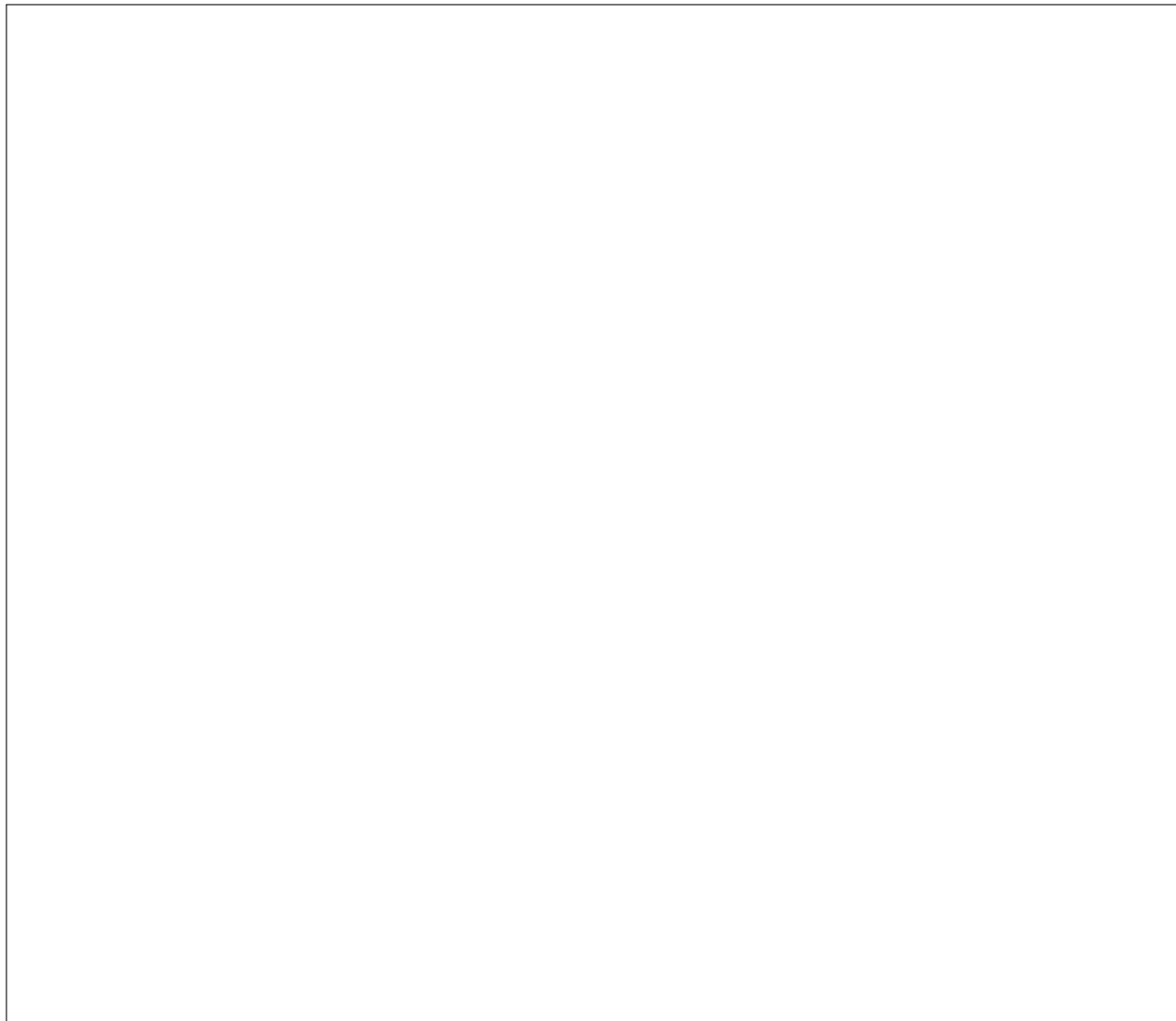
[REDACTED]

Enuncie e demonstre como lemas todas as propriedades que tu precisarás [REDACTED]

DEMONSTRAÇÃO.

LÉMMATA.

MAIS LÉMMATA.



Só isso mesmo.

RASCUNHO