

---

Nome:

---

13/12/2017

**Regras:**

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).<sup>1</sup>
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V.  $\forall x(\text{Colar}(x) \rightarrow \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2}))$ .<sup>2</sup>
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra, antes de usá-la.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo.
- XI. Os pontos bônus serão considerados apenas para quem conseguir passar sem.<sup>3</sup>

*Boas provas!*

---

<sup>1</sup>Ou seja, *desligue antes* da prova.

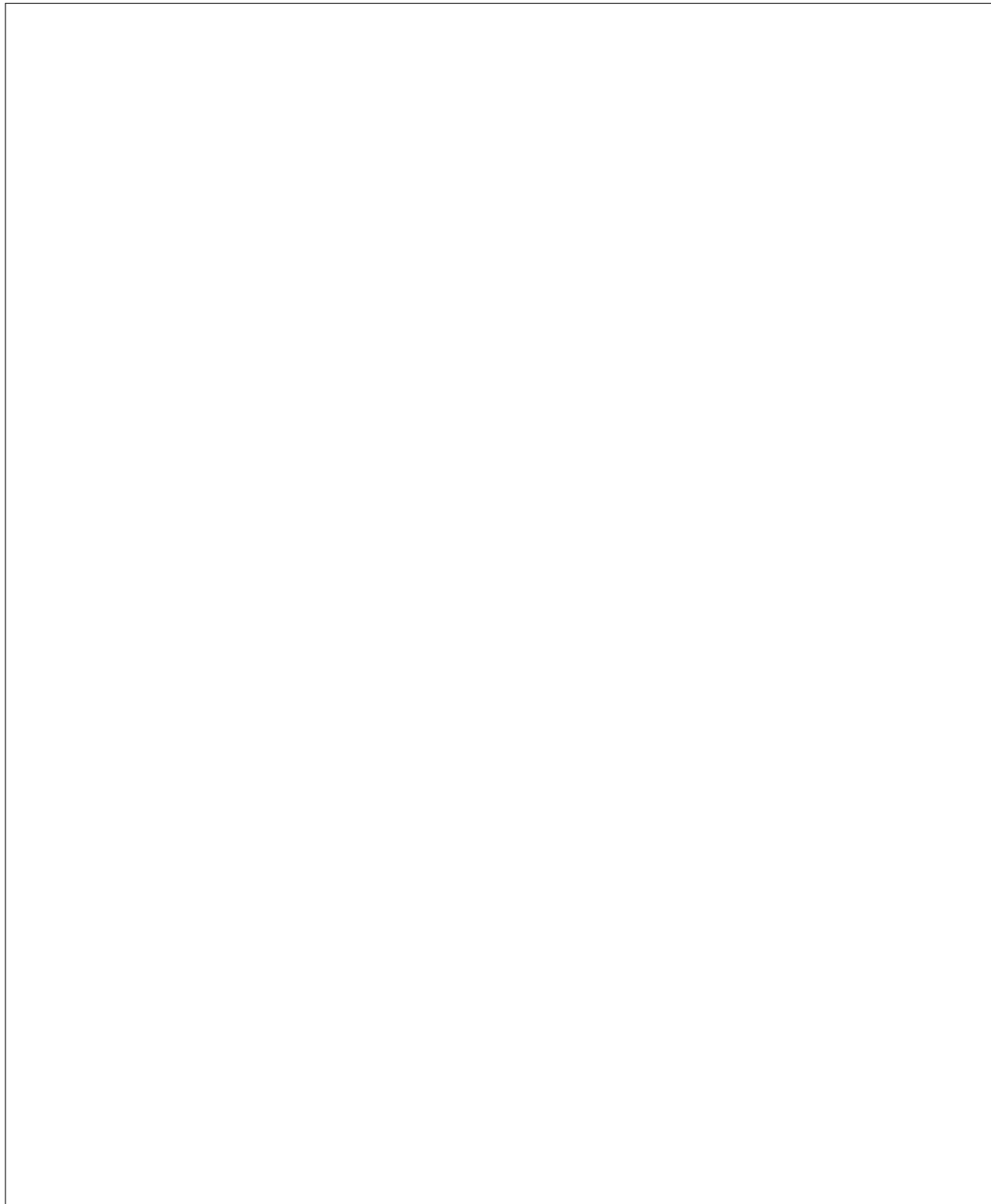
<sup>2</sup>Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

<sup>3</sup>Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

(28) C

**Cantor's theorem.** For any set  $A$ ,  $A <_c \wp A$ .

PROVA.

A large empty rectangular box with a thin black border, intended for the student to write the proof of Cantor's theorem. The box is positioned below the text and occupies most of the page's width and height.

(28) **W**

Wiener (antes de Kuratowski) implementou o par ordenado assim:

$$\langle x, y \rangle \stackrel{\text{def}}{=} \{\{\emptyset, \{x\}\}, \{\{y\}\}\}.$$

Prove pelos axiomas (ZF1)–(ZF7) que essa realmente é uma implementação de par ordenado (satisfaz as (TUP0)–(TUP2)):

(TUP0) Dados  $x, y$ , o  $\langle x, y \rangle$  é um conjunto.

(TUP1)  $\langle x, y \rangle = \langle x', y' \rangle \implies x = x' \ \& \ y = y'$ .

(TUP2) Dados conjuntos  $A$  e  $B$  o  $A \times B = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A \ \& \ y \in B\}$  é conjunto.

**W1.** (TUP0).

PROVA.

**W2.** (TUP1)

PROVA.

**W3.** (TUP2)

PROVA.



(36) **L**

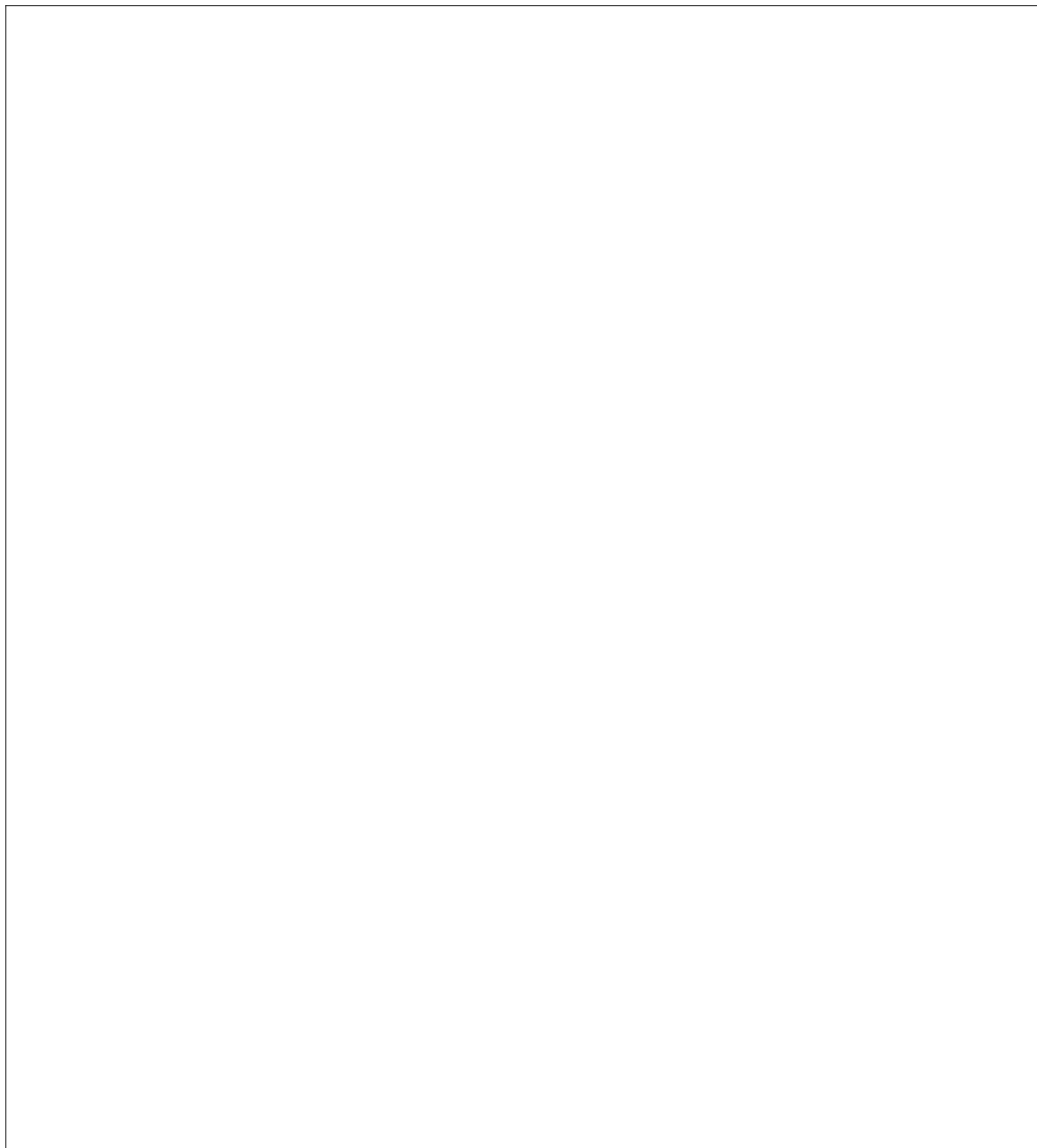
**Lagrange's theorem.** *For any finite group  $G$  and any  $a \in G$ ,  $o(a) \mid o(G)$ .*

PROVA.

(32) **F**

**Knaster–Tarski fixpoint theorem (weak).** *Let  $L$  be a complete lattice and  $F : L \rightarrow L$  a monotone function.  $F$  has a fixpoint.*

PROVA.



Só isso mesmo.

## RASCUNHO

## RASCUNHO