
Nome:

13/09/2017

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $\forall x(\text{Colar}(x) \rightarrow \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2}))$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra, antes de usá-la.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo.
- XI. Os pontos bônus são considerados apenas para quem consiga passar sem.³
- XII. Escolha até 3 dos E, F, G, H para responder.⁴

Lembre-se a notação:

$$\begin{aligned} (A \rightarrow B) &\stackrel{\text{def}}{=} \{f \mid f : A \rightarrow B\} & f : A \mapsto B &\stackrel{\text{def}}{\iff} f \text{ é função injetora de } A \text{ para } B \\ f[X] &\stackrel{\text{def}}{=} \text{a imagem de } X \subseteq \text{dom}f \text{ através da } f & f : A \twoheadrightarrow B &\stackrel{\text{def}}{\iff} f \text{ é função sobrejetora de } A \text{ para } B \\ f^{-1}[Y] &\stackrel{\text{def}}{=} \text{a preimagem de } Y \subseteq \text{cod}f \text{ através da } f & f : A \mapsto\!\!\!\rightarrow B &\stackrel{\text{def}}{\iff} f \text{ é função bijetora de } A \text{ para } B \end{aligned}$$

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

⁴Provas com respostas nas 4 partes não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(24) **E**

(12) **E1.** Defina *completamente* [redacted] e [redacted].
DEFINIÇÃO.

(12) **E2.** Seja [redacted] uma relação de equivalência num conjunto A , [redacted]. Prove que:

$$[redacted] \iff [redacted]$$

onde [redacted] [redacted] de equivalência [redacted] [redacted]. Seja específico nas tuas justificativas.

PROVA.

(24) **F**

(12) **F1.** Sejam $f : X \rightarrow Y$ e \sim uma relação binária de equivalência em Y . Prove que:

$$f^{-1}(y) = \bigcup_{y' \sim y} f^{-1}(y')$$

PROVA.

(12) **F2.** Seja \sim e defina a relação binária \approx no X pela

$$x \approx y \stackrel{\text{def}}{\iff} x \sim y.$$

Ela é uma relação de equivalência?

PROVA/REFUTAÇÃO.

(24) **G**

(16) **G1.** Seja S o conjunto de todos os strings *não vazios* dum alfabeto Σ , com $|\Sigma| \geq 2$. Considere a função $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ definida pela:

$$f(xy) = \begin{cases} xy, & \text{se } x \neq y \\ xyx, & \text{se } x = y \end{cases}$$

onde xy é o string xy , e onde denotamos a concatenação de strings por juxtaposição.

(i) A f é injetora?

PROVA/REFUTAÇÃO.

(ii) A f é sobrejetora?

PROVA/REFUTAÇÃO.

(8) **G2.** Seja \mathcal{P} o conjunto de todas as pessoas. Considere as R e S definidas pelas

$R(x, y) \iff x$ é pai de y

$S(x, y) \iff x$ é irmão de y

Prove ou refute: $R \circ S \subseteq S \circ R$.

PROVA/REFUTAÇÃO.

