I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

VOU FAZER A PROVA POR INDUÇÃO EM N

BASE N = 0 isso é o que tu queres provar!

$$\boxed{\sum_{i=0}^{0} F_0 = F_{0+2} - 1} = F_2 - 1 = F_1 + F_0 - 1 = 1 + 0 - 1 = 0$$

$F_0 = 0$ [cuidado na escrita]

SEJA UM $K \in \mathbb{Z}$, ~~VOU SUPONHA~~ tal que $\sum_{i=0}^{K} F_i = F_{K+2} - 1$ (H.I.)

(VOU PROVAR PARA K + 1)

$$\sum_{i=0}^{K+1} F_i = \left(\sum_{i=0}^{K} F_{K+2} \right) + F_{K+1}$$ ~~HI~~ PROPRIEDADE SOMATORIO

i

$$= F_{K+2} - 1 + F_{K+1}$$ (HI)

$$= (F_{K+2} + F_{K+1}) - 1$$ (ASSOCIATIVA E COMUTATIVA) + DEF DE F_N

$$= F_{K+3} - 1$$

ASSIM!

$\therefore$ LOGO $\sum_{i=0}^{N} F_i = F_{N+2} - 1$

pleonasmo

"para todo $n \in \mathbb{N}$,"

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA. 0 ∈ ℕ.

CASO BASE: 1

$$\sum_{i=0}^{1} f_i = f_3 - 1$$

$$0 + 1 = 2 - 1$$

$f_0 = 0$
$f_1 = 1$
$f_2 = 1$
$f_3 = 2$
$f_4 = 3$

HIPÓTESE:

PARA ALGUM n, $\sum_{i=0}^{n} f_i = f_{n+2} - 1$

PASSO:

$$\sum_{i=0}^{n+1} f_i = f_{n+3} - 1 \quad \boxed{\Rightarrow}$$

$$\cancel{f_{n+1}} + \sum_{i=0}^{n} f_i = f_{n+2} + \cancel{f_{n+1}} - 1 \quad \boxed{\Rightarrow}$$

CUIDADO! com essa direção, você tá supondo o que tu queres provar, e concluindo algo que já tens!

$$\sum_{i=0}^{n} f_i = f_{n+2} - 1$$ VERDADEIRO PELA HIPÓTESE

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$
\begin{aligned}
F_0 &= 0 \\
F_1 &= 1 \\
F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n
\end{aligned}
$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

Cuidado com a direção!!

PROVA.

Caso base ($m = 0$)

$\sum_{i=0}^{0} f_i = f_{0+2} - 1 \boxed{\rightarrow} f_0 = f_2 - 1 \boxed{\Rightarrow}$ $0 = f_1 + f_0 - 1$

$0 = 1 + 0 - 1$

- verdadeiro

Passo Indutivo: No caso base eu provei que a expressão é verdadeira para $m=0$, ~~falta provar que ela é válida para um valor qualquer "k", e~~ se é válida para "k" também é válida para o seu sucessor "k+1".

Hipótese: $m = k$

$\sum_{i=0}^{k} F_i = F_{k+2} - 1$

$F_{k+2} = F_{k+1} + F_k$

Tese $\boxed{k = k+1}$

$\sum_{i=0}^{k+1} F_i = F_{k+1+2} - 1 \Rightarrow \sum_{i=0}^{k} F_i + F_{k+1} = F_{k+3} - 1$

Hipótese

$F_{k+2} - 1 + F_{k+1} = F_{k+3} - 1$

Hipótese

$F_{k+2} + F_{k+1} - 1 = F_{k+2} + F_{k+1} - 1$

NÃO SOU CAPAZ DE OPINAR

ideia correta mas a forma de "indução" é errada.

k núnca será igual ao k+1 !!

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA. $\sum_{i=0}^{n} F_i = F_0 + F_1 + F_2 + \dots + F_n$

Por indução:

Base ($n=0$): $\sum_{i=0}^{0} F_i = F_{0+2} - 1 \Rightarrow F_2 - 1 = F_1 + F_0 - 1 = 0$.

Passo indutivo: Vou provar que

Para todo $k \in \mathbb{N}$, $\Big(\underbrace{\sum_{i=0}^{k} F_i = F_{k+2} - 1}_{H.I.}\Big) \Rightarrow \Big(\sum_{i=0}^{k+1} F_i = F_{k+3} - 1\Big)$.

$$\sum_{i=0}^{k+1} F_i = F_{k+3} - 1$$

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{k+1} F_i &= \sum_{i=0}^{k} F_i + F_1 \quad \text{(def. } \Sigma) \quad k+1\\ &= F_{k+2} - 1 + F_1 \quad \text{(H.I.)}\\ &= F_{k+2} - 1 + 1\\ &= F_{k+2}.\end{aligned}$$

$$F_{k+3} - 1 = F_{k+3}(\ ) - F_1$$

$= F_{k+2}$. ???

começou bem mas,...

X

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

caso base: $n=0$

$$\boxed{\sum_{i=0}^{n} f_i = f_{n+2} - 1.}$$

?

$$\sum_{i=0}^{0} f_0 = f_{0+2} - 1$$

não tens isso!

$$0 = 1 - 1$$

$$0 = 0$$

Sim, 0=0, nem precisamos Fibonacci para saber disso!

passo indutivo $\sum_{i=0}^{k} f_i = f_{k+2} - 1, \forall k \in \mathbb{N}$

H.I

NÃO!

Supomos que é valido para algum $k \in \mathbb{N}$.

Prova $\sum_{i=0}^{k+1} f_i = f_{k+1+2} - 1, \forall k \in \mathbb{N}.$

$$\sum_{i=0}^{k+1} f_i = \sum_{i=0}^{k} f_i + f_{k+1}$$

$$= f_{k+2} - 1 + f_{k+1} \quad (H.I)$$

$$= f_{k+2} + f_{k+1} - 1$$

$$= f_{k+3} - 1 \quad (\text{Def. Fibonacci})$$

(o que faltou para ser 100% correto?)

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Provando o teorema por indução em n temos:

Caso base $n=0$

$$\sum_{i=0}^{0} F_0 = F_0 + 2 - 1$$

$$F_0 + 2 - 1 =$$
$$F_2 - 1 =$$
$$(F_1 + F_0) - 1 =$$
$$(1 + 0) - 1 = 0 \checkmark$$

certo! cuidado com o "alignment"

Hipótese Indutiva:

Seja $K \in \mathbb{N}$, temos:

$$\sum_{i=0}^{K} F_i = F_{K+2} - 1$$

por que? de onde? "Suponha que... para algum $K \in \mathbb{Z}$"...

Tese de Indução:

Preciso provar que:

$$\sum_{i=0}^{K+1} F_i = F_{(K+1)+2} - 1$$

Assim:

$$\sum_{i=0}^{K+1} = \left(\sum_{i=0}^{K} F_i\right) + F_{K+1} \quad \text{(somatório)} \checkmark$$
$$= (F_{K+2} - 1) + F_{K+1} \quad \text{(H.I)} \checkmark$$
$$= (F_{K+2} + F_{K+1}) - 1$$
$$= F_{K+3} - 1$$

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

PASSO BASE:

PARA $n = 0$

$F_{(0+2)} - 1 = F_2 - 1 = 1 - 1 = 0$. ✓

A FÓRMULA É VERDADEIRA.

PASSO INDUTIVO:

H.I.: SUPONHA QUE A FÓRMULA É VERDADEIRA PARA $n = k$, $k \in \mathbb{N}$.

$F_k = F_{(k+2)} - 1$

TESE: PROVAR QUE A FÓRMULA É VERDADEIRA PARA $k+1$

$F_{(k+1)} = F_{(k+3)} - 1$

SABEMOS QUE:

$F_{(k+3)} = F_k + F_{k-1}$

ASSIM:

$F_k + F_{k-1} = F_{k+3} - 1$

$F = F_{k+2} - 1$

?? QUE F É ESSE?

Boa pergunta.

$\boxed{\text{FALTOU CONCLUIR}}$ QUE e pronto.

~~$F_{k+3} - 1 = F_k + F_{k-1}$~~

CONCLUINDO:

$F_{k+3} - 1 = F_{k+2} + F_{k+1} - 1$

$= F_{k+2} + F_{k+1} - F_1$

$= F_{k+2} + F_k$??

$= F_{k+2} + F_{k+2} - 1$

$= \ldots$

AFF! Me enrolei também!

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

?

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.