D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

(~~SEJA $K \in \mathbb{Z}$ $N^2 - 1$ NUNCA VAI SER PRIMO~~.
~~POIS, $N^2 - 1 = (N-1)(N+1)$~~) APENAS PARA OS NÚMEROS
$(2 \in -2)$ $N^2 - 1 = (N-1)(N+1)$, PARA TODOS OS DEMAIS
CASOS $N^2 - 1$ É A MULTIPLICAÇÃO DE DOIS NÚMEROS
DIFERENTES NÃO SENDO nem ELE PROPRIO NEM 1. (nem -1, nem...)

(não faz sentido essa frase)

NÃO ESTÁ PROVADO.

(a ideia é correta)

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{ll} x \equiv 1 & (\text{mod } m) \\ x \equiv 1 & (\text{mod } n) \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \quad (\text{mod } mn)$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

COMO $M \mid X - 1$ E $N \mid X - 1$

$MP = X - 1$ $\quad$ $Nq = X - 1$

introduza/declare tuas variáveis!!

~~$MP + 1 = X$~~ QUERO MOSTRAR $MN \mid X - 1$

PARA $\underline{P = N}$ OU $\underline{q = M}$, TEMOS

~~$MN(p+q) = x - 1$~~

$MN = X - 1$

$MN \mid X - 1 = X \equiv 1 \ (\text{MOD } MN)$

de onde tu tirou essas igualdades?!

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

$n = 2$

tome $n^2 - 1$ com $n \in \mathbb{Z}$, desta forma temos que $\forall p \in \mathbb{Z}$ tal que $\neg(p \mid (n^2 - 1))$ temos n sendo primo.

?

? Mesmo.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Suponha $x = 5$, $m = 2$ e $n = 4$, desta forma temos

$5 \equiv 1 \bmod 2$ e $5 \equiv 1 \bmod 4$ que equivale a $\begin{cases} 2 \mid 5 - 1 = 0 \\ 4 \mid 5 - 1 = 0 \end{cases}$

??

no entanto ao efetuar "$5 \equiv 1 \bmod 2.4$" temos que $\{8 \mid 5 - 1$ "$\nmid$" o que não é verdade; Portanto a afirmação é inválida

OK

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{ll} x \equiv 1 & \pmod{m} \\ x \equiv 1 & \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

$n^2 - 1 = (n+1)(n-1)$

COMO $n^2 - 1$ É UM PRODUTO DE INTEIROS, ESSE NÚMERO SÓ PODE SER PRIMO SE UM DOS fatores for 1 (ou −1!)
SE TOMARMOS $n + 1 = 1$, TEREMOS QUE $n^2 - 1 = -1$, UM NÚMERO NÃO PRIMO, RESTANDO APENAS O CASO EM QUE $n - 1 = 1$, QUE LEVA A $n^2 - 1 = 3$

✓

(faltou o $n = -2$),

✗

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

CONTRA-EXEMPLO:

$X = 31$

$n = 6$

$m = 10$

✓

Verifique que realmente é!!

?

tu precisas:

① $31 \equiv 1 \pmod{10}$ ✓

② $31 \equiv 1 \pmod{6}$ ✓

③ $31 \not\equiv 1 \pmod{60}$ ✓

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{ll} x \equiv 1 & \pmod{m} \\ x \equiv 1 & \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Suponha que $x \equiv 1 \pmod{m}$ é verdade
$x \equiv 1 \pmod{n}$

Pela def de congruência $\cancel{x-1 \mid m}$ e $\cancel{x-1 \mid n}$ F $m \mid (x-1)$ e $n \mid (x-1)$

pela def de div, $\exists k_1, k_2$ tal que $m = (x-1)k_1$ e $n = (x-1) \cdot k_2$

2

então $mn = (x-1)k_2 \times k_1$

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

Resposta & Prova.

Apenas para 2 e -2.

$n^2 - 1 = n^2 - 1^2 = (n+1)(n-1)$

→ Tem que ser impar o resultado pois exceto o "2" todos os primos são impares e na multiplicação os 2 tem que ser impares

NÃO SOU CAPAZ DE ORNAR.

como isso prova que n^2-1 não é primo se $n \notin \{2,-2\}$?

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

Prova ou Refutação.

$m \mid x - 1 \rightarrow x - 1 = k_1 . m \rightarrow x = k_1 . m + 1$

$n \mid x - 1 \rightarrow x - 1 = k_2 . n \rightarrow x = k_2 . n + 1$

$k_1 . m + 1 = k_2 . n + 1$ $\quad x = mn + \Pi$

$k_1 . m = k_2 . n$

NÃO SOU CAPAZ DE ORNAR.

??

leia com calma!

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

Não.
Contra-exemplo: $n = 0$.
$0^2 - 1 = -1$ (não é primo).

(Isso prova/me ignore

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

$m = 6$, $n = 2$, $x = 7$

~~$x \equiv 1 \pmod{m} \Rightarrow m \mid (x-1)$~~ Alvo: $mn \mid (x-1)$
~~$x \equiv 1 \pmod{n} \Rightarrow n \mid (x-1)$~~

~~$\therefore m \mid (x-1)$ & $n \mid (x-1) \Rightarrow m \cdot p = x-1$ & $n \cdot q = x-1$ $(p, q \in \mathbb{Z})$~~

~~$\Rightarrow mp = nq$~~

~~$\Rightarrow m \mid nq$~~

Assumindo os valores: $m = 6$, $n = 2$ e $x = 7$ encontramos um contra exemplo:

$$\left.\begin{array}{l} 6 \mid 7-1 \\ 2 \mid 7-1 \end{array}\right\} \Rightarrow 6 \mid 6 \text{ e } 2 \mid 6$$

Calculando:
$12 \cdot x = 6$
$x = \frac{6}{12}$
$\therefore x \notin \mathbb{Z}$
$\therefore 12 \nmid 6$

(Cuidado na escrita)

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
Resposta & Prova.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

Prova ou Refutação.

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{aligned} x &\equiv 1 \pmod{m} \\ x &\equiv 1 \pmod{n} \end{aligned}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
Resposta & Prova.

ou -1

como $n^2 - 1 = (n+1)(n-1)$
teremos o produto de dois números e que para n^2-1 ser primo um dos números deve ser 1, já que primos só são divisíveis por 1 ou por eles mesmos.
nesse caso: n só pode ser 0 ou 2, mas para $n = 0$, teremos $1 \cdot (-1)$, portanto o n só pode ser 2.

?

tem razão!

Verifique que 2^2-1 é primo!

(Faltou o $n := -2$).

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

Prova ou Refutação.

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{aligned} x &\equiv 1 \pmod{m} \\ x &\equiv 1 \pmod{n} \end{aligned}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{ll} x \equiv 1 & \pmod{m} \\ x \equiv 1 & \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

FALSA!

TOMANDO $x = 22$, $m = 21$ E $n = 7$.

$22 \equiv 1 \pmod{21}$

$22 \equiv 1 \pmod{7}$

PORÉM $22 \not\equiv 1 \pmod{147}$.

22 não é congruente com 1 mod 147.

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{ll} x \equiv 1 & \pmod{m} \\ x \equiv 1 & \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
Resposta & Prova.

?

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

Prova ou Refutação.

?

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{aligned} x &\equiv 1 \pmod{m} \\ x &\equiv 1 \pmod{n} \end{aligned}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

Para todos os n [illegible] pares.

$4^2 - 1 = 15$, não primo.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{ll} x \equiv 1 & (\text{mod } m) \\ x \equiv 1 & (\text{mod } n) \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \quad (\text{mod } mn)$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Se $x \equiv 1 \pmod{m}$ e $x \equiv 1 \pmod{n}$, então
$m \mid x-1$ e $n \mid x-1$.
Pelo ~~teorema~~ definição da divisibilidade, temos que $\exists q \in \mathbb{Z}$ tal que
$x - 1 = m.\boxed{q}^{(i)}$ e $x - 1 = n\boxed{q}^{(ii)}$, ~~[illegible]~~
Substituindo (i) em (ii), temos que $m.q = n.q$.
Então $m.n \mid x-1$ e, portanto, $x \equiv 1 \pmod{mn}$.

CUIDADO!
mesmo problema aqui.
tem que escolher variáveis diferentes!

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

$2^2 - 1 = 3$

- Faltou a prova

(−2 também)

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

$5 \equiv 1 \pmod{2}$

$5 \equiv 1 \pmod{4}$

$5 \equiv 5 \pmod{8}$

Portanto a afirmação é falsa.

- Poderia ter desenvolvido melhor

como?

D

evite!

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?
RESPOSTA & PROVA.

Apenas $\boxed{\text{p/}}$ $n = 2$; ×

falta a prova.

E o -2.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left.\begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array}\right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.