

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

~~(SEJA $k \in \mathbb{Z}$ $n^2 - 1$ NUNCA VAI SER PRIMO. POIS, $n^2 - 1 = (n-1)(n+1)$) APENAS PARA OS NÚMEROS $(2 \text{ e } -2)$ $n^2 - 1 = (n-1)(n+1)$, PARA TODOS OS DEMAIS CASOS $n^2 - 1$ É A MULTIPLICAÇÃO DE DOIS NÚMEROS DIFERENTES NÃO SENDO ^{NEM} ELE PRÓPRIO ^{NEM} 1. (nem -1, nem...)~~

NÃO ESTA PROVADO. (não faz sentido essa frase.)
(a ideia é correta)

D2 Prove ou refuta a afirmação: para todo $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

COMO $m \mid x-1$ e $n \mid x-1$

$mp = x-1$ $nq = x-1$ ← introduza/declare tuas variáveis!!

~~$mp + nq = x-1$~~ QUERO MOSTRAR $mn \mid x-1$

POIS $p = n$ OU $q = m$, TEMOS

~~$mn(p+q) = x-1$~~

$mn = x-1$

$mn \mid x-1 = x \equiv 1 \pmod{mn}$

de onde tu tirou essas igualdades?!

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

$n=2$ tome $n^2 - 1$ com $n \in \mathbb{Z}$, desta forma temos que $\forall p \in \mathbb{Z}$ tal que $\tau(p | (n^2 - 1))$ temos n sendo primo.

? mesmo?

D2 Prove ou refuta a afirmação: para todo $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Suponha $x = 5$, $m = 2$ e $n = 4$, desta forma temos $5 \equiv 1 \pmod{2}$ e $5 \equiv 1 \pmod{4}$ que equivale a $\begin{cases} 2 | 5 - 1 = 0 \\ 4 | 5 - 1 = 0 \end{cases}$

no entanto as equações " $5 \equiv 1 \pmod{2 \cdot 4}$ " temos que $8 | 5 - 1$ que não é verdade; Portanto a afirmação é inválida.

OK

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

$$n^2 - 1 = (n+1)(n-1)$$

Como $n^2 - 1$ é um produto de inteiros, esse número só pode ser primo se um dos fatores for 1 (ou -1!).

Se tomarmos $n+1 = 1$, teremos que $n^2 - 1 = 0 - 1$, um número não primo, restando apenas o caso em que $n-1 = 1$, que leva a $n^2 - 1 = 3$

(faltou o $n = -2$),

x

D2 Prove ou refuta a afirmação: para todo $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

CONTRA-EXEMPLO:

$x = 31$
 $n = 6$
 $m = 10$

Verifique que realmente é!!

tu precisas:

?

- ① $31 \equiv 1 \pmod{10}$ ✓
- ② $31 \equiv 1 \pmod{6}$ ✓
- ③ $31 \not\equiv 1 \pmod{60}$ ✓

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

D2 Prove ou refuta a afirmação: para todo $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Suponha que $x \equiv 1 \pmod{m}$ e $x \equiv 1 \pmod{n}$ é verdadeira

Pela def de congruência $x-1 \mid m$ e $x-1 \mid n$ ~~(F)~~ $m \mid (x-1)$ e $n \mid (x-1)$ ✓

pela def de div, $\exists k_1, k_2$ tal que $m = (x-1)k_1$ e $n = (x-1)k_2$

então $mn = (x-1)k_1k_2$ ✓

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

Apenas para 2 e -2 . ✓

$$n^2 - 1 = (n-1)(n+1)$$

→ Tem que ser ímpar o resultado pois exceto o "2" todos os primos são ímpares e na multiplicação os 2 tem que ser ímpares

NÃO SOU CAPAZ DE ORGANIZAR. ✗

↳ como isso prova que $n^2 - 1$ não é primo se $n \notin \{2, -2\}$?

D2 Prove ou refuta a afirmação: para todo $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

$$m \mid x-1 \rightarrow x-1 = k_1 \cdot m \rightarrow x = k_1 \cdot m + 1$$

$$n \mid x-1 \rightarrow x-1 = k_2 \cdot n \rightarrow x = k_2 \cdot n + 1$$

$$k_1 \cdot m + 1 = k_2 \cdot n + 1$$

$$k_1 \cdot m = k_2 \cdot n$$

$$x = mn + 1$$

NÃO SOU CAPAZ DE ORGANIZAR. ✗

??

leia com calma!

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

Não.

Contra-exemplo: $n=0$.

$$0^2 - 1 = -1 \text{ (não é primo).}$$

(Isso prova / me ignore)

D2 Prove ou refuta a afirmação: para todo $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

$$m=6 \quad x=7 \\ n=2$$

~~$x \equiv 1 \pmod{m} \Rightarrow m \mid (x-1)$~~
 ~~$x \equiv 1 \pmod{n} \Rightarrow n \mid (x-1)$~~
 ~~\dots~~
 ~~$\therefore m \mid (x-1) \ \& \ n \mid (x-1) \Rightarrow m \cdot n = x-1 \ \& \ n \cdot q = x-1 \ (p, q \in \mathbb{Z})$~~
 ~~$\Rightarrow m \cdot n = x-1$~~
 ~~$\Rightarrow m \cdot n \cdot q$~~
Assumindo os valores:
 $m=6, n=2$ e $x=7$
encontramos um
contra exemplo:

~~$\Rightarrow m \cdot n = x-1$~~
 ~~$\Rightarrow m \cdot n = (x-1)$~~
 ~~$\Rightarrow m \cdot n = (x-1)$~~
 ~~$\Rightarrow m \cdot n = (x-1)$~~
 ~~$\Rightarrow m \cdot n = (x-1)$~~

$$\left. \begin{array}{l} 6 \mid 7-1 \\ 2 \mid 7-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{~~6~~ } 6 \mid 6 \ \& \ 2 \mid 6$$

Calculando:

$$\text{~~12~~ } 12 \cdot x = 6$$

$$\text{~~x~~ } x = \frac{6}{12}$$

$$\text{~~x~~ } \therefore x \notin \mathbb{Z}$$

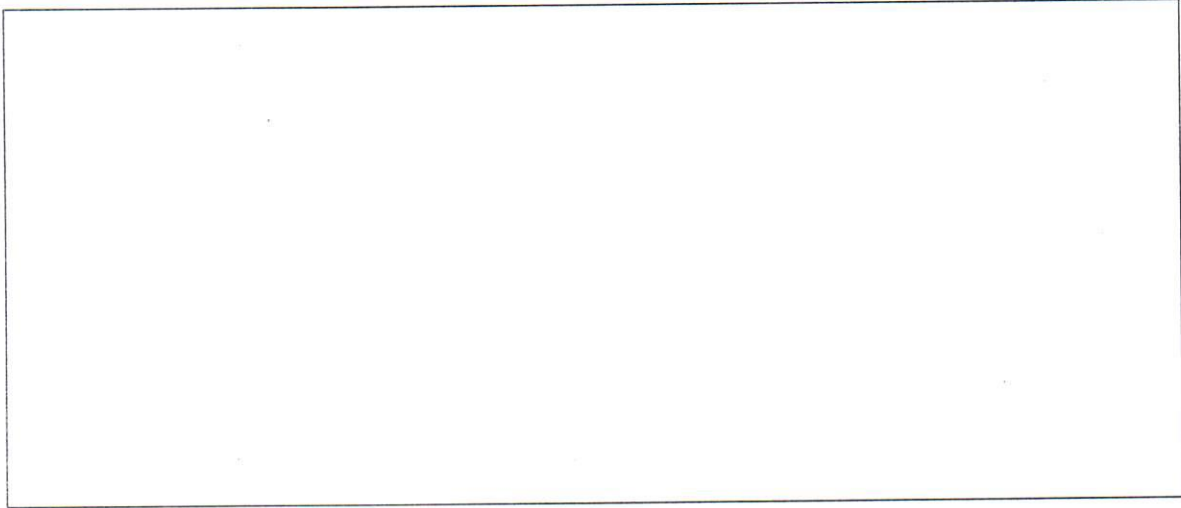
$$\text{~~12~~ } \therefore 12 \nmid 6$$

(Cuidado na escrita)

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

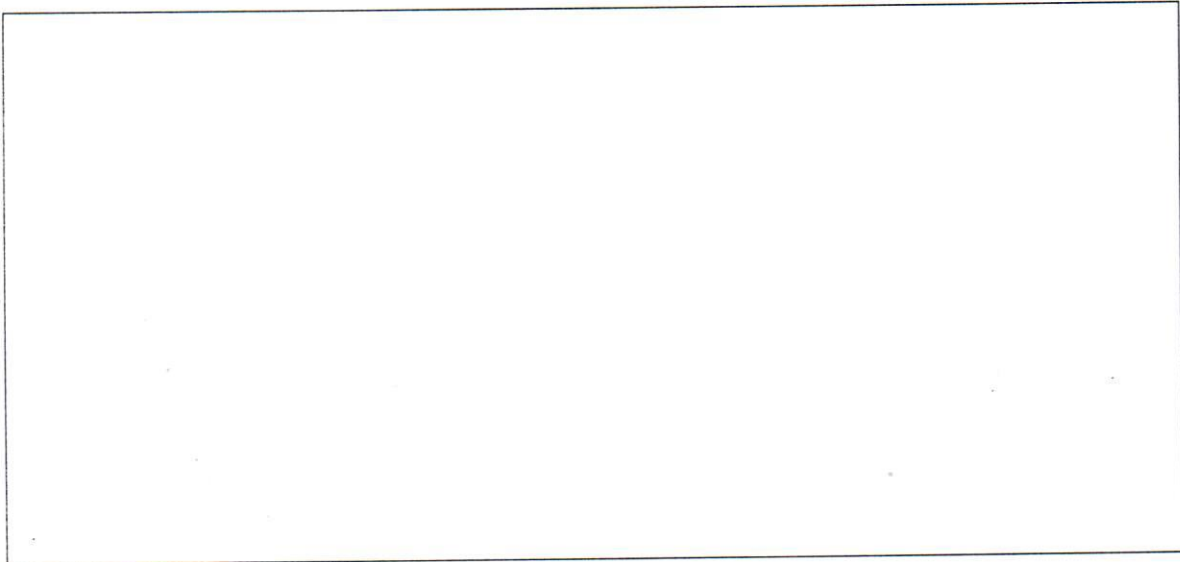
RESPOSTA & PROVA.



D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.



D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

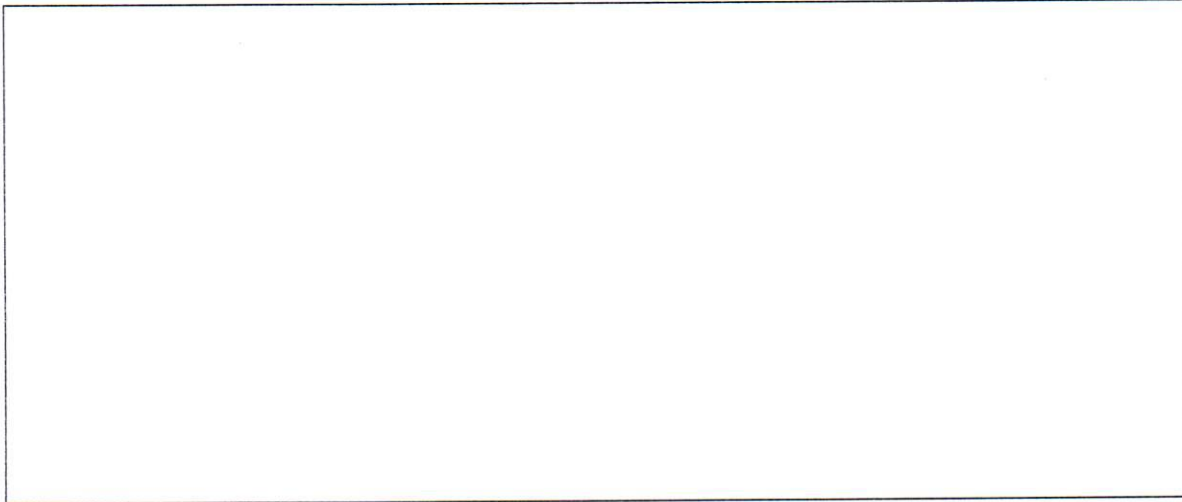
$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

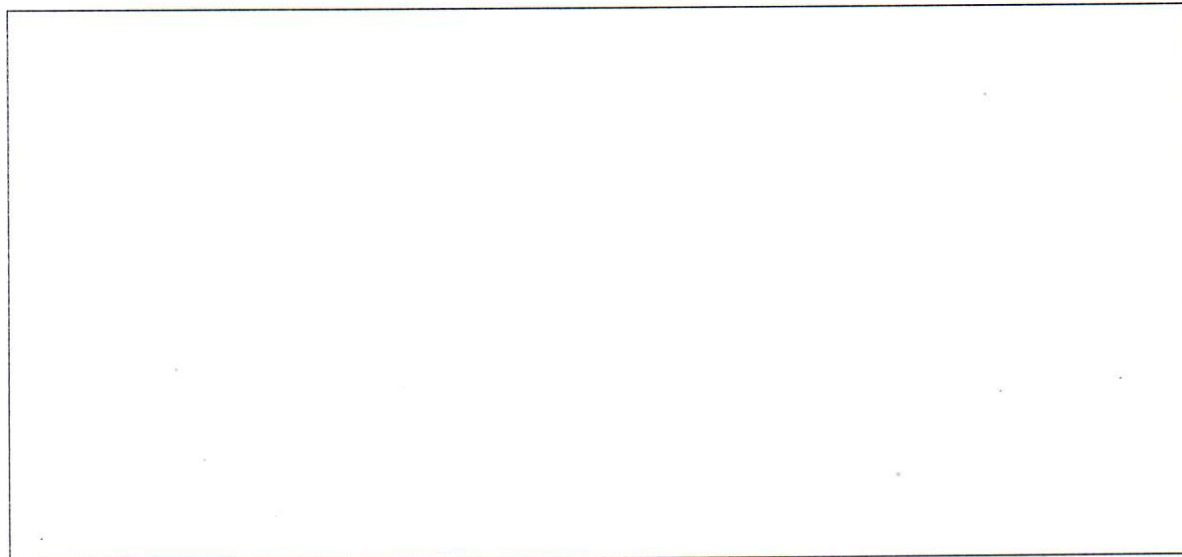
RESPOSTA & PROVA.



D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.



D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

Como $n^2 - 1 = (n + 1)(n - 1)$ ou -1

teremos o produto de dois números e que para $n^2 - 1$ ser primo um dos números deve ser 1, já que primos só são divisíveis por 1 ou por eles mesmos.

nesse caso: n só pode ser 0 ou 2, mas para $n = 0$, temos $1 \cdot (-1)$, portanto o n só pode ser 2. ?

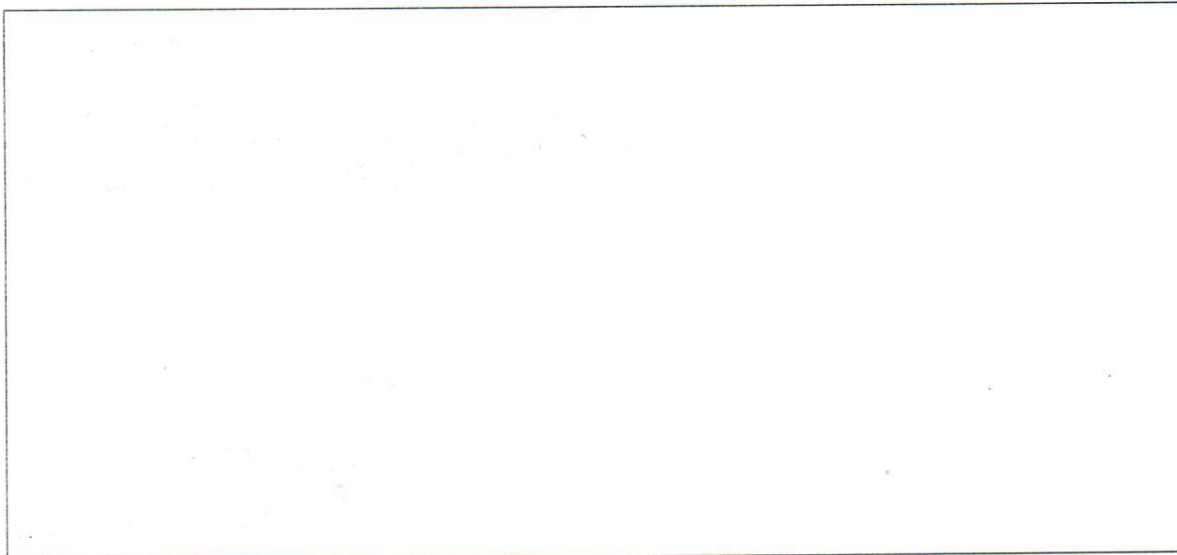
Verifique que $2^2 - 1$ é primo!
(Faltou o $n := -2$)

tem razão!

D2 Prove ou refuta a afirmação: para todo $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

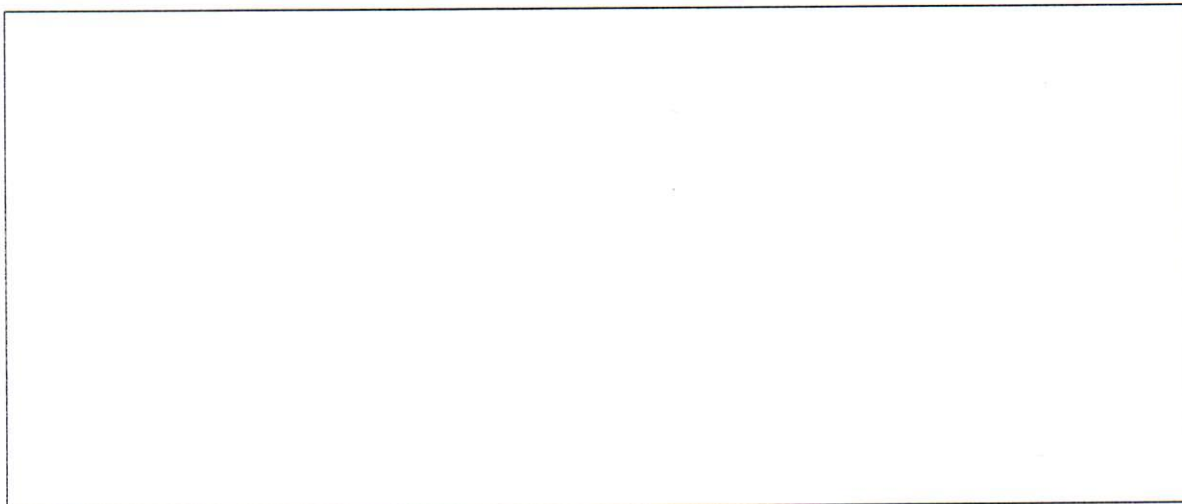
PROVA OU REFUTAÇÃO.



D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

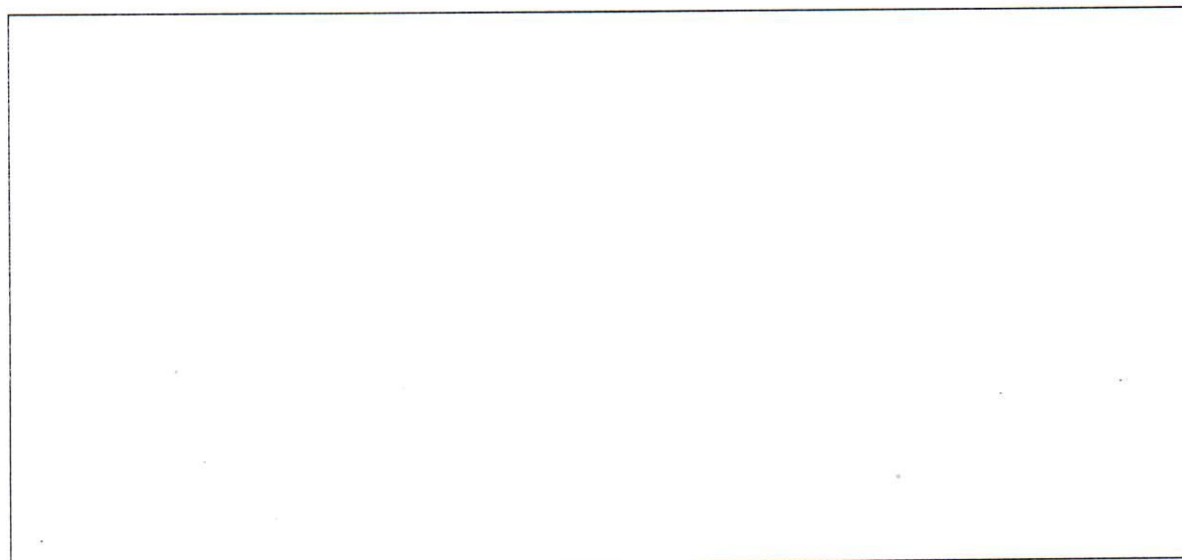
RESPOSTA & PROVA.



D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

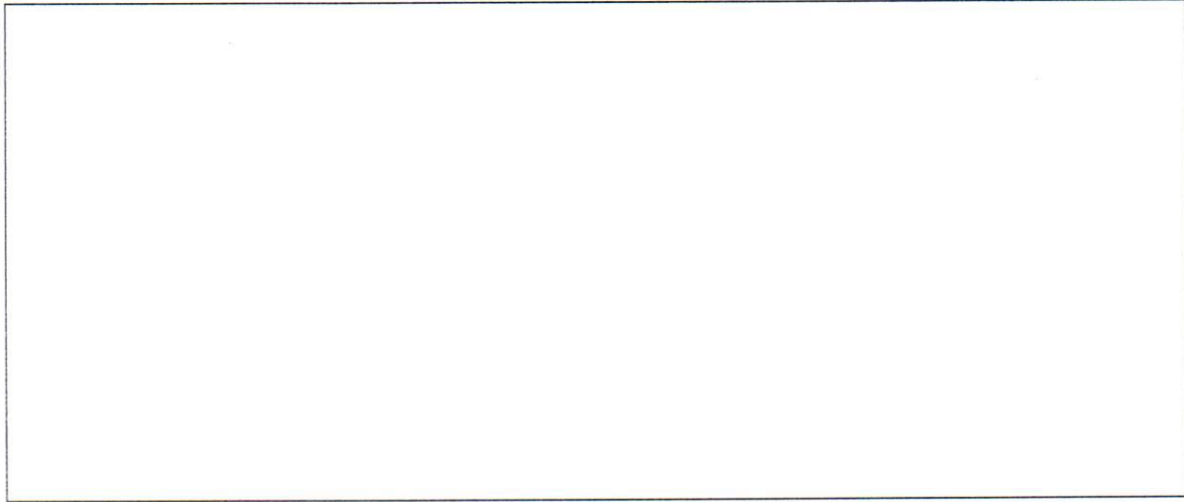
PROVA OU REFUTAÇÃO.



D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

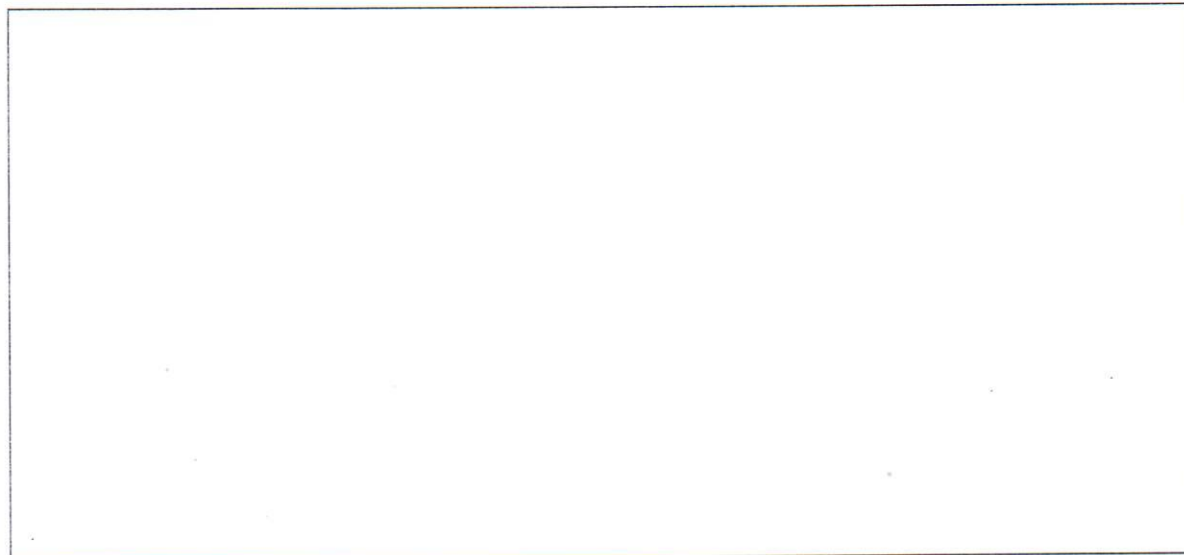
RESPOSTA & PROVA.



D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

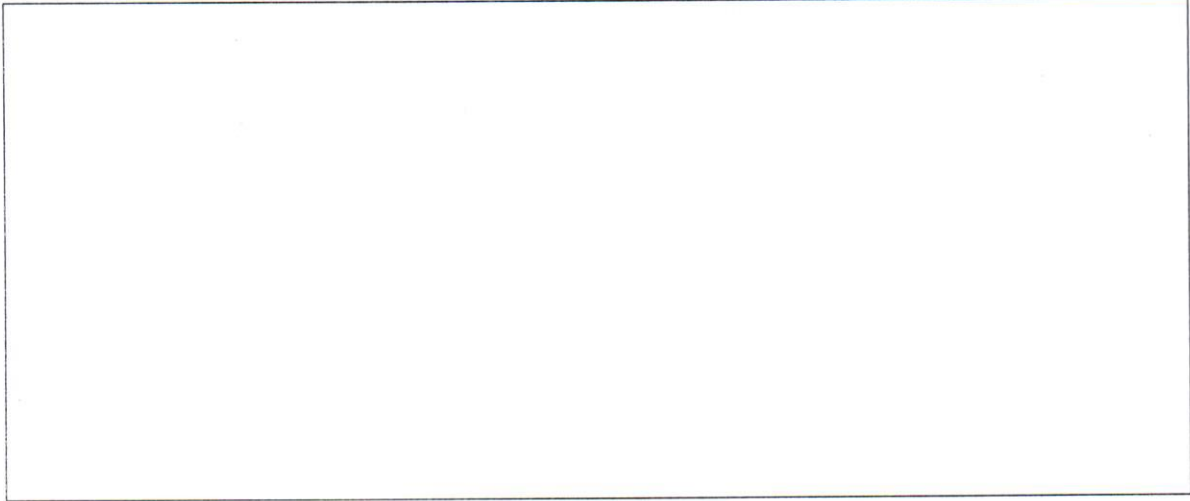
PROVA OU REFUTAÇÃO.



D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

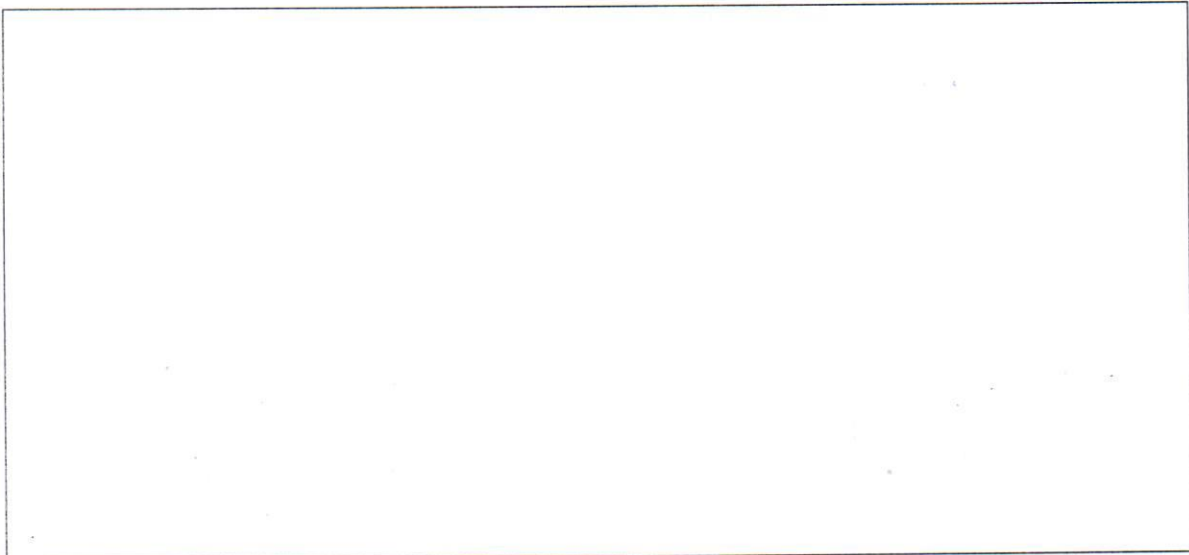
RESPOSTA & PROVA.



D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

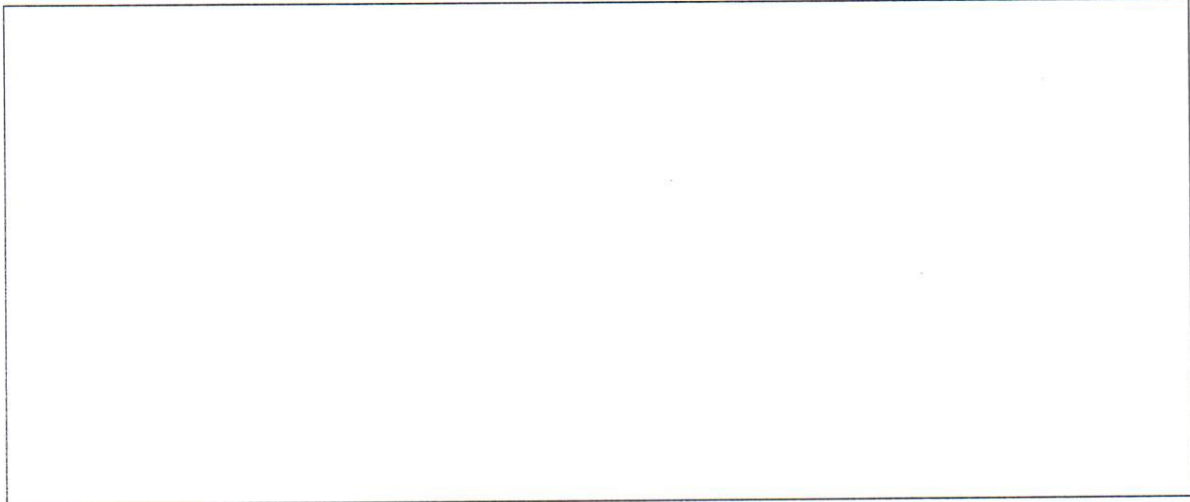
PROVA OU REFUTAÇÃO.



D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.



D2 Prove ou refuta a afirmação: para todo $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

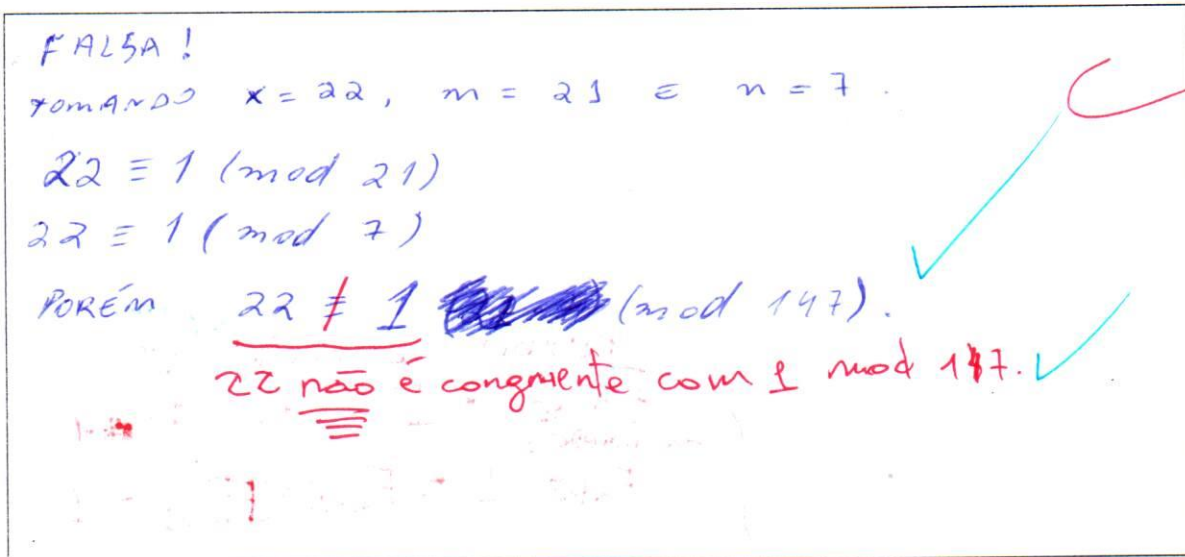
FALSA!

Tomando $x = 22$, $m = 21$ e $n = 7$.

$$22 \equiv 1 \pmod{21}$$
$$22 \equiv 1 \pmod{7}$$

Porém $22 \not\equiv 1 \pmod{147}$.

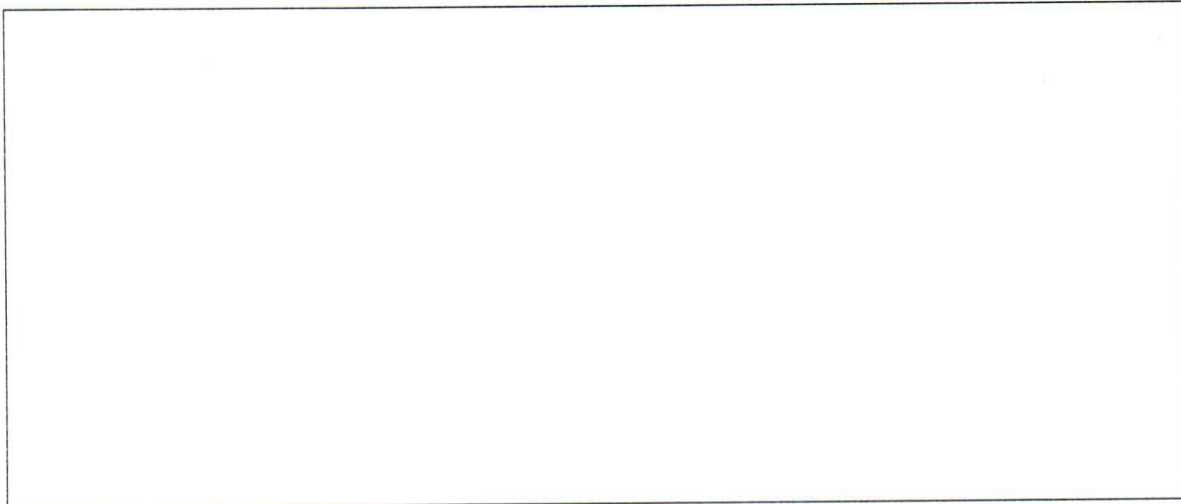
22 não é congruente com 1 mod 147.



D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

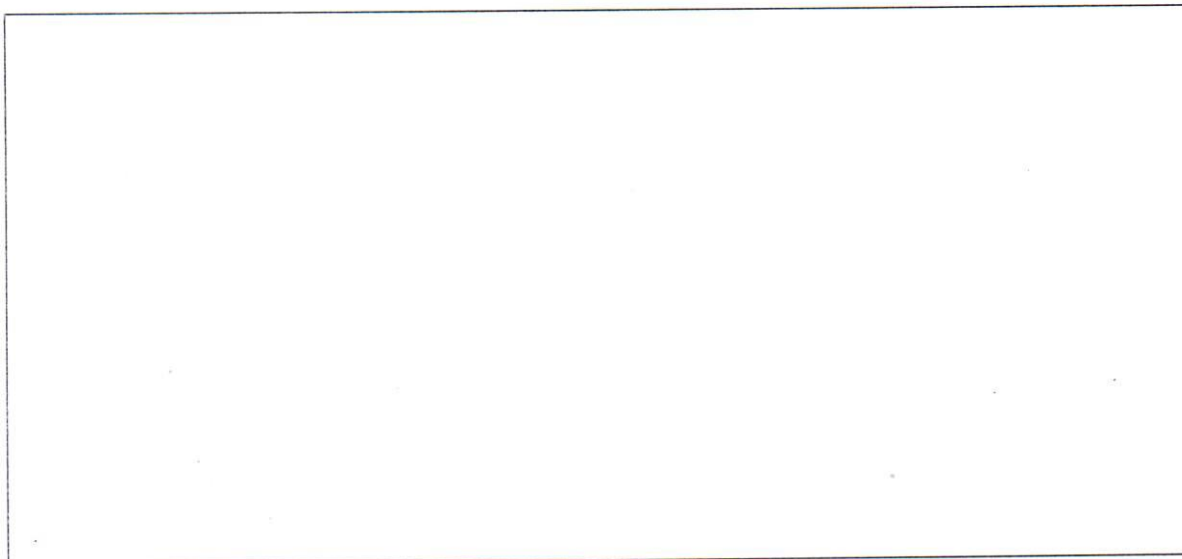
RESPOSTA & PROVA.



D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.



D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

?

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

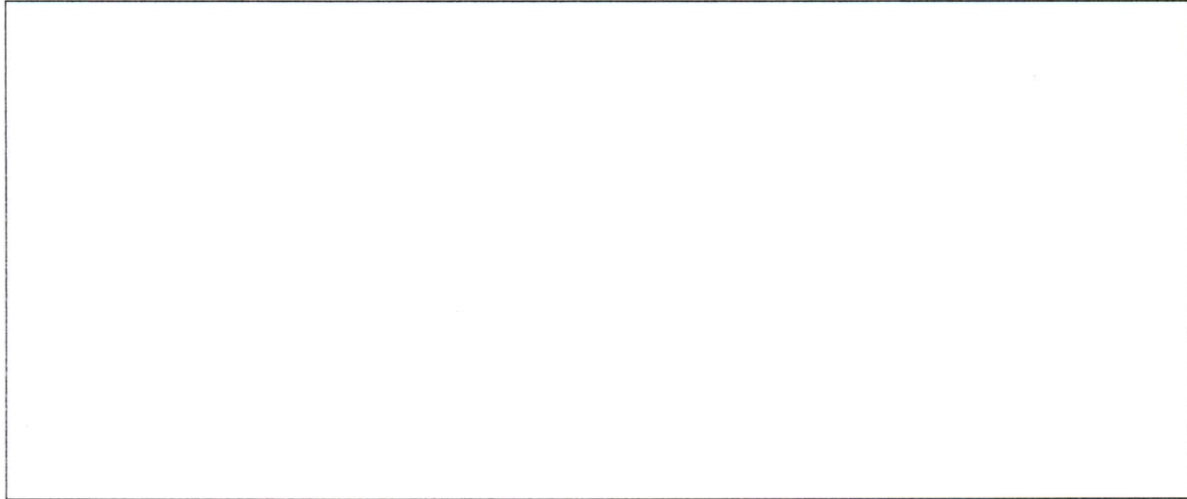
PROVA OU REFUTAÇÃO.

?

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

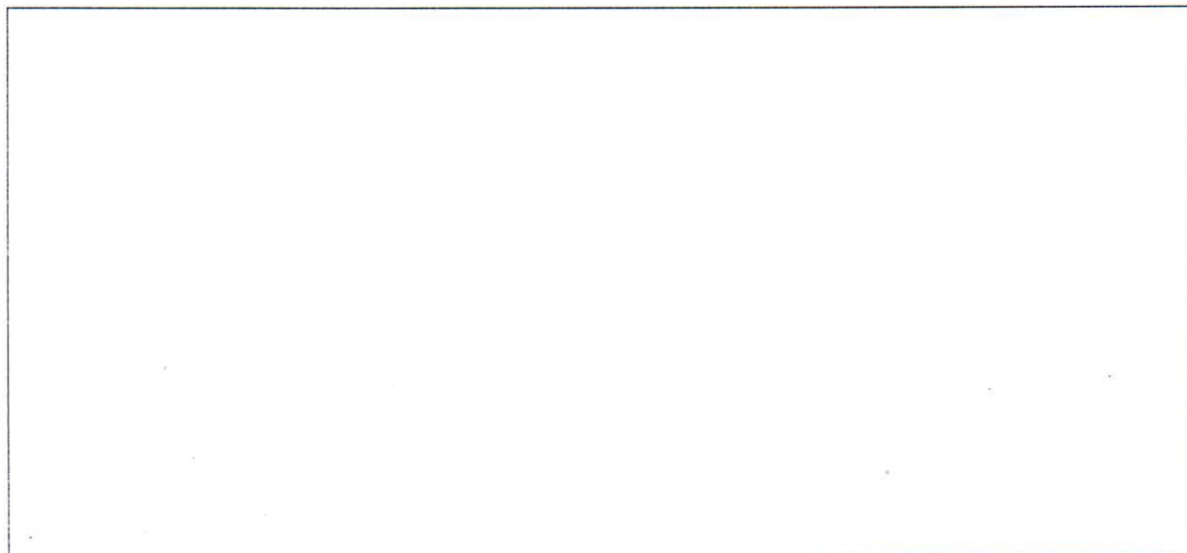
RESPOSTA & PROVA.



D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.



D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

Para todos os n ~~ímpares~~ pares.

$$4^2 - 1 = 15, \text{ não primo.}$$

D2 Prove ou refuta a afirmação: para todo $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Se $x \equiv 1 \pmod{m}$ e $x \equiv 1 \pmod{n}$, então

$m \mid x-1$ e $n \mid x-1$.

Pelo ~~teorema~~ ^{definição} da divisibilidade, temos que $\exists q \in \mathbb{Z}$ tal que

$$x-1 = m \cdot q^{(i)} \text{ e } x-1 = n \cdot q^{(ii)}$$

Substituindo (i) em (ii), temos que $m \cdot q = n \cdot q$.

Então $m \cdot n \mid x-1$ e, portanto, $x \equiv 1 \pmod{mn}$.

CUIDADO!

Mesmo problema aqui.

tem que escolher variáveis diferentes!

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

$2^2 - 1 = 3$ ✓
(-2 também)

Faltou a prova ✓

D2 Prove ou refuta a afirmação: para todo $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

$5 \equiv 1 \pmod{2}$
 $5 \equiv 1 \pmod{4}$
 $5 \equiv 5 \pmod{8}$

Portanto a afirmação é falsa. ✓

- Poderia ter demonstrado melhor
↓
como? ✓

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

evite!
Apenas $n=2$; ~~...~~ x
falta a prova.
E o -2.

D2 Prove ou refuta a afirmação: para todo $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.