
Nome:

2025-09-19

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- XI. Respeite as restrições dos problemas que têm escolha.³

Dados. Os inteiros $(\mathbb{Z}; 0, 1, +, -, \cdot)$ com tipos:

$$0, 1 : \text{Int} \quad (+), (\cdot) : \text{Int} \times \text{Int} \rightarrow \text{Int} \quad (-) : \text{Int} \rightarrow \text{Int}$$

Axiomas.

(+)-ass	: $(a + b) + c = a + (b + c)$	(\cdot)-ass	: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
(+)-idR	: $a + 0 = a$	(\cdot)-idR	: $a \cdot 1 = a$
(+)-com	: $a + b = b + a$	(\cdot)-com	: $a \cdot b = b \cdot a$
(+)-invR	: $a + (-a) = 0$	(\cdot), (+)-distR	: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

Esclarecimento:

As demonstrações/refutações precisam ser na linguagem “low-level” que temos elaborado nas aulas. (Escreva apenas a parte de “código”. *Não inclua* os Dados/Alvo no teu texto!) Podes—aliás, deves—utilizar as convenções e açúcares sintáticos que introduzimos para deixar teu código mais legível e mais curto. Na dúvida, pergunte. *Quando possível*, evite usar magia!

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Respostas violando essa regra (respondendo em mais questões) tirarão 0 pontos.

(12) **B** *Demonstre exatamente uma das B1, B2.*

Sejam P, Q, R proposições.

(12) **B1.** $P \& Q \Rightarrow \neg(\neg P \text{ ou } \neg Q)$.

(12) **B2.** $(P \& Q \Rightarrow R) \Leftrightarrow (P \Rightarrow (Q \Rightarrow R))$.

DEMONSTRAÇÃO DA _____ .

(12) **C** *Escolha exatamente uma das C1, C2, C3.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (\cdot) -identidade.

(10) **C2.** Para quaisquer inteiros a, b , $-(a - b) = b - a$.

(12) **C3.** Considere a lei dos não zerodivisores como axioma:

$$\text{nzd} : (\forall a, b) [ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0] .$$

Demonstre o cancelamento multiplicativo como teorema:

$$(\cdot)\text{-can}^*\text{R} : (\forall u \neq 0) (\forall a, b) [au = bu \Rightarrow a = b] .$$

DEMONSTRAÇÃO DA ____ .

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)



RASCUNHO