
Nome:

2025-10-08

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- XI. Respeite as restrições dos problemas que têm escolha.³

Dados:

Definimos as operações

$$\begin{array}{lll} (+) : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} & (\cdot) : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} & (\wedge) : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \\ n + 0 = n & n \cdot 0 = 0 & n \wedge 0 = S0 \\ n + Sm = S(n + m) & n \cdot Sm = (n \cdot m) + n & n \wedge Sm = (n \wedge m) \cdot n. \end{array}$$

e atribuímos em todas associatividade (sintáctica) à direita. Atribuímos também precedências (sintáticas) de baixa para alta: $(+)$, (\cdot) , (\wedge) . Definimos a relação $(\leq) : \text{Nat} \times \text{Nat} \rightarrow \text{Prop}$ pela

$$n \leq m \stackrel{\text{def}}{\iff} (\exists k) [n + k = m].$$

São considerados **dados os teoremas**: $(+)$ -ass/com/id/inv, (\cdot) -ass/com, (\leq) -refl/trans/min/succ.

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Respostas violando essa regra (respondendo em mais questões) tirarão 0 pontos.

(24) **A**

Defina 6 dos: `Nat`, `List`, `map`, `filter`, `length`, `reverse`, `(++)`, `sum`, `product`.

DEFINIÇÕES.

(21) **G**

Complete o lado direito das equações seguintes **com algo interessante**:⁴

$$d \cdot (n + m) =$$

$$\text{map } f \text{ (xs ++ ys) =}$$

$$\text{product (xs ++ ys) =}$$

$$\text{reverse (xs ++ ys) =}$$

$$\text{length (xs ++ ys) =}$$

$$\text{length (map } f \text{ xs) =}$$

$$\text{sum (map (+ k) ns) =}$$

⁴DEFINIÇÃO. Chamamos algo de *interessante* sse Thanos acha tal algo interessante.

(36) **P**

Escolha **até duas** das equações de **G** para demonstrar. As duas equações escolhidas precisam começar com palavras diferentes.

DEMONSTRAÇÃO DE _____ .

DEMONSTRAÇÃO DE _____ .

(19) **I**

Para quaisquer $\alpha, \beta : \text{Type}$, definimos o tipo

```
data Tree a b
  Tip   : b → Tree a b
  Fork  : a → Tree a b → Tree a b → Tree a b
```

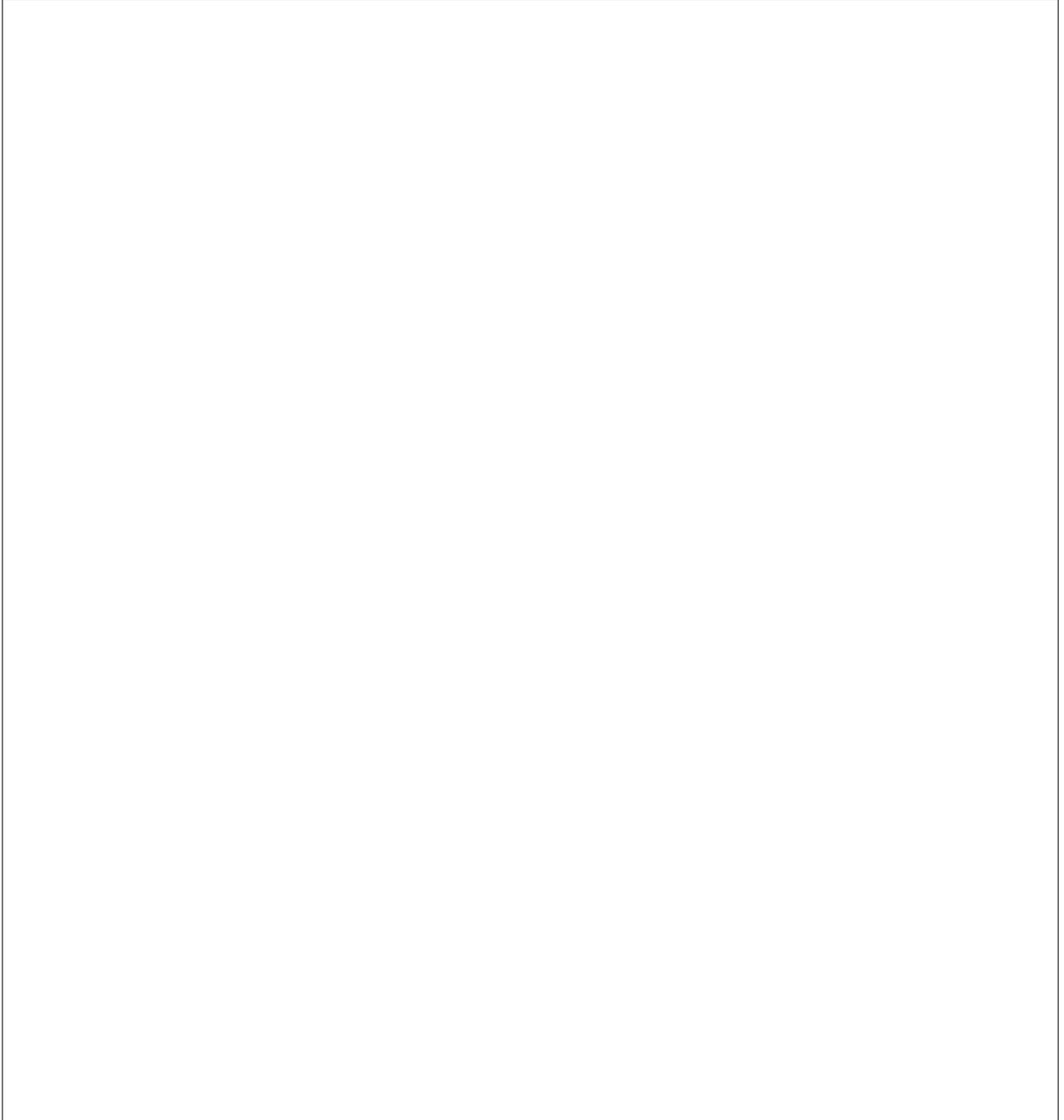
(9) **I1.** Escreva como regra de inferência o princípio da indução para o tipo $\text{Tree } \alpha \beta$.

RESPOSTA.

(10) **I2.** Defina a função *height* que calcula a altura de uma árvore e a função *tips* que conta quantas folhas tem numa árvore.

RESPOSTA.

LEMMATA (até 2)



RASCUNHO