(66) **B**

Demonstre **até dois** dos:

(33) **B1.** Enuncie e demonstre a unicidade de identidade multiplicativa.

(33) **B2.** O 0 não tem inverso multiplicativo.

(33) **B3.** $-(-x) = x$

DEMONSTRAÇÃO DA B1.

$(\forall a>0)(\forall t>0)(\forall u>0)[a \cdot t = a \ \& \ a \cdot u = a \Rightarrow t = u]$

donde tirou?

Seja a : Real.

Suponha $a \cdot t = a \ \& \ a \cdot u = a$. [H]

Caso $t < u$:

Como $a \cdot t = a$ e $a \cdot u = a$,

então $a \cdot t = a \cdot u$.

Contradição [RO-M t, u, a]

precisa $a>0$

Caso $u < t$:

Similar.

a idéia aqui é: $t = tu = u$

Caso $t = u$:

Imediato.

DEMONSTRAÇÃO DA B2.

$(\exists t)[0 \cdot t = 1] \Rightarrow \bot$

Suponha $(\exists t)[0 \cdot t = 1]$

Seja t : Real.

Caso $t > 0$:

Calc: $0 \cdot t$

$= 0$. [Lemma]

cadê?

Contradição.

Caso $t < 0$:

Similar.

Caso $t = 0$:

Similar.

(66) **B**

Demonstre **até dois** dos:

(33) **B1.** Enuncie e demonstre a unicidade de identidade multiplicativa.

(33) **B2.** O 0 não tem inverso multiplicativo.

(33) **B3.** $-(-x) = x$

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

$(\forall a, a')[a \text{ é } (\cdot)\text{-id} \;\&\; a' \text{ é } (\cdot)\text{-id} \Rightarrow a = a']$

Sejam a, a' t.q. a e a' são $(\cdot)$-id.

Logo $a \cdot a' = a$.

~~Logo~~ $a \cdot a = a$.

Como $a \cdot a' = a$ e $a \cdot a = a$, logo $a = a'$ [$(\cdot)$-res].

↳ faltou

DEMONSTRAÇÃO DA B3 .

Como $x + (-x) = 0$ e $-(-x) + (-x)$, logo $-(-x) = x$ [$(+)$-res].

Seja x.

Calculamos:

$-(-x) + (-x) = -(x(-1)) + (x(-1))$ [neg-1 $(-x)$; neg-1 $(-x)$]

$= x((-1)(-1)) + x(-1)$ [neg-1 $(-x(-1))$]

$= x((-1)(-1) + (-1))$

$= x((-1)((-1) + 1))$

$= x((-1)0)$

$= 0$

enunciado!!

(+)-res : X

Sejam a, b.

Existência:

Escolho $((-a)+b)$.

Calculamos:

$a+((-a)+b)$

$=(a+(-a))+b$

$= 0+b$

$= b.$ ✓

Unicidade:

Sejam x, x' t.q. $a+x=b$ & $a+x'=b$.

Logo $a+x = a+x'$.

Logo $(-a)+(a+x) = (-a)+(a+x')$

Logo $((-a)+a)+x = ((-a)+a)+x'$

Logo $0+x = 0+x'$

Logo $x = x'$. ✓

(·)-res :

Sejam a, b.

Existência:

... X

neg-1 : X

Seja x.

Calculemos:

$x(-1)$

$= x(-1)+0$

$= x(-1)+(x+(-x))$

$= (x(-1)+x)+(-x)$

..... $+x\cdot 1$ .....

$= x((-1)+1)+(-x)$

$= x\cdot 0 + (-x)$

$= (-x).$

(42) **S**

Sejam A, B conjuntos que possuem suprema $s = \sup A$ e $t = \sup B$.
Demonstre que $s + t = \sup(A + B)$.
RESPOSTA.

Sejam A, B conjuntos t.q $s = \sup A$ e $t = \sup B$.
Ou seja, $s \geq A$ & $(\forall u \geq A)[s \leq u]$ & $t \geq B$ & $(\forall v \geq B)[t \leq v]$.
Temos que $A + B = \{a + b \mid a \in A$ e $b \in B\}$
Procuro $\boxed{a+b}$ que é supremo $A + B$
Como $s \geq A$ e $t \geq B$, então $s + t \geq A + B$. [como?!]

Logo, $s + t = \sup(A + B)$

isso não faz sentido

O que tu quer no momento é demonstrar que o $s+t$ é um $\sup(A+B)$.

(42) **U**

Enuncie e demonstre a unicidade de supremum.
RESPOSTA.

$(\forall A)$ $(\forall s, s')[$ s supremum de A & s' supremum de $A \Rightarrow s = s']$

Sejam A um conjunto de reais. ✓
Seja s t.q. $s \geq A$ & $(\forall u \geq A)[s \leq u]^{(I)}$.
Seja s' t.q. $s' \geq A$ & $(\forall u \geq A)[s' \leq u]^{(II)}$.
Como $s \geq A$, então $s' \leq s$. (II)
Como $s' \geq A$, então $s \leq s'$. (I)
Logo, $s = s'$. [$(\leq)$-antissimetria]

✓

(42) **S**

$\to \mathbb{R}$ $\qquad \to$ Set Real $\to$ Real

Sejam A, B conjuntos que possuem suprema $s = \sup A$ e $t = \sup B$.
Demonstre que $\underset{\mathbb{R}}{s} + \underset{\mathbb{R}}{t} = \underset{\text{Set Real}}{\sup}(A + B)$.

RESPOSTA.

Temos que $A+B = \{a+b \mid a \in A \text{ e } a \in B\}$

Temos que $s+t = \sup A + \sup B$

$\boxed{=} \sup(A+B)$

o alvo deste problema é justificar (demonstrar) exatamente essa (=)!

(42) **U**

quem é?

Enuncie e demonstre a unicidade de supremum.

RESPOSTA.

Temos s supremum de A, temos $s \geq A$ e $(\forall u \geq A)[s \leq u]$
e também, s' supremum de A, assim, $s' \geq A$ e $(\forall u \geq A)[s' \leq u]$

$\boxed{\text{então } s = s'.}$ como assim?

Tome s supremum de A tal que $s \leq u$ quem é?

Tome s' supremum de A tal que $s' \leq u$

Logo $s \leq u$

Logo $s' \leq u$

Por s e s' serem supremum de A, também menor ou igual, teremos:

$s \leq s'$

$\Rightarrow s = s'$ [pela antissimetria $(\leq)$]

(100) C

!! não é para escrever metáforas em demonstrações

(84) **C1.** Demonstre a proposição:

$$(a_n)_n \text{ eventualmente constante} \implies (a_n)_n \text{ convergente.}$$

DEMONSTRAÇÃO.

não faz sentido

Suponha $(a_n)_n$ eventualmente constante.

Temos que $\boxed{\text{existe um dia } N}$ em que todo $(a_n)_{n \geq N} = K$

Basta demonstrar $(a_n)_n \to K \iff (\forall \varepsilon > 0)$ Existe um ~~dia~~ N em que todo $d(a_{n \geq N}, K) < \varepsilon$

não há no escopo!

Seja $\varepsilon > 0$

Considere o ~~dia~~ $\boxed{N}$ -- Aqui basta demonstrar que $(\forall n \geq N)$ a $d(a_n, K) < \varepsilon$

Temos que $(a_n)_{n \geq N} = K$

Logo $d(a_{n \geq N}, K) = d(K, K)$.

Logo $d(a_{n \geq N}, K) = 0$

Logo $d(a_{n \geq N}, K) < \varepsilon$

type errors!

(16) **C2.** Considere sua reciproca:

$$(a_n)_n \text{ eventualmente constante} \impliedby (a_n)_n \text{ convergente.}$$

Dê um exemplo para mostrar que essa implicação não é válida. (Sem demonstrar.)
Escolha uma outra distância tal que a implicação é válida. (Demonstre!)

RESPOSTA.

$\left(\frac{1}{n}\right)_{n \geq 0}$ ✓

Só isso mesmo.

(100) **C**

(84) **C1.** Demonstre a proposição:

$$(a_n)_n \text{ eventualmente constante} \implies (a_n)_n \text{ convergente.}$$

DEMONSTRAÇÃO.

quem é?

Seja K real Tq $(\forall n \geq N)[a_n = K]^{(1)}$

~~Vou~~ Vou demonstrar que $(a_n)_n$ é convergente com K $\iff (\forall n \geq N, \varepsilon > 0)[d(a_n, K) \leq \varepsilon]$

~~Suponha~~ seja ε n ~~real~~ reais Tq $n \geq N$ e $\varepsilon > 0$

Calculemos

$d(a_n, K) = d(K, K)$ [pela (1)]

$= 0$ [$d(x,x) = 0$]

Como $d(a_n, K) = 0$, Logo $\varepsilon > d(a_n, K)$

Logo $d(a_n, K) < \varepsilon$

~~Fim~~ ∎

(16) **C2.** Considere sua reciproca:

$$(a_n)_n \text{ eventualmente constante} \impliedby (a_n)_n \text{ convergente.}$$

Dê um exemplo para mostrar que essa implicação não é válida. (Sem demonstrar.)
Escolha uma outra distância tal que a implicação é válida. (Demonstre!)
RESPOSTA.

Exemplo

$a_0 = 0$

$a_{n+1} = \left(\frac{1}{2}\right) a_n + 1$

ela é convergente (?) em 2

mas não é eventualmente constante

Escolho a distância discreta

$$d(x,y) \overset{\text{def}}{\iff} \begin{cases} d(x,y) = 0 & x = y \\ d(x,y) = 1 & x \neq y \end{cases}$$

Demonstração

suponha que $(a_n)_n$ é convergente

Como $d(a_n, K) \leq \varepsilon$ para todo $\varepsilon > 0$,

Logo quando $0 \leq \varepsilon < 1$ a $d(a_n, K)$ só poderá ser 0 pois caso fosse 1 $d(a_n, K) > \varepsilon$,

~~nesse~~ com isso $d(a_n, K) = 0$, Logo $a_n = K$ e nesse momento a sequência será constante pela escolha de 0.

Só isso mesmo.

ficou

(100) **C**

(84) **C1.** Demonstre a proposição:

$$(a_n)_n \text{ eventualmente constante} \implies (a_n)_n \text{ convergente.}$$

DEMONSTRAÇÃO.

Seja $(a_n)_n$ eventualmente constante. $[(a_n)_n : \text{Seq Real}]$
Sejam N: Nat e K: Real tais que $(\forall n \geq N)[a_n = K]$. (h1)
Vou demonstrar que $(a_n)_n \to K$.
Seja $\varepsilon > 0$.
Escolho N.
Seja $n \geq N$.
Vou demonstrar que $d(a_n, K) < \varepsilon$.
Aplique h1 em n para obter $a_n = K$. (h2)
Calculamos:

$$\begin{aligned} d(a_n, K) &= d(K, K) && [h2] \\ &= 0 && [\text{pelas propriedades de distância}] \\ &< \varepsilon && [\text{pela escolha de } \varepsilon]. \end{aligned}$$

Logo, $d(a_n, K) < \varepsilon$. ∎

(16) **C2.** Considere sua reciproca:

$$(a_n)_n \text{ eventualmente constante} \impliedby (a_n)_n \text{ convergente.}$$

Dê um exemplo para mostrar que essa implicação não é válida. (Sem demonstrar.)
Escolha uma outra distância tal que a implicação é válida. (Demonstre!)
RESPOSTA.

CONTRAEXEMPLO: $(a_n)_n = 2 - \frac{1}{2^n}$, com $(a_n)_n \to 2$.
DEMONSTRAÇÃO:
Consideremos a distância discreta $\left(d_0(x,y) = \begin{cases} 0, & \text{se } x = y \\ 1, & \text{se } x \neq y \end{cases}\right)$
Sejam $(a_n)_n$ uma sequência convergente e l o seu limite.
Escolho $\varepsilon = 1$. -- não precisamos drama: tome $\varepsilon := \frac{1}{2}$!
Seja N t.q. $(\forall n \geq N)[d_0(a_n, l) < \varepsilon]$.
Escolho $n = N+1$.
Logo, $d_0(a_n, l) < 1$.
Vou demonstrar que $a_n = ~~k~~\ l$.
Calc: $d_0(a_n, l) < 1$
$= 0$ [pois é uma distância discreta]
Logo, $d(a_n, l) = 0$.
Logo, $a_n = l$. [pelas propriedades de distância]

Só isso mesmo.

(100) **C**

(84) **C1.** Demonstre a proposição:

$$(a_n)_n \text{ eventualmente constante } \implies (a_n)_n \text{ convergente.}$$

DEMONSTRAÇÃO.

Seja $(a_n)_n$ sequência eventualmente constante.
Seja N t.q $(\exists k)(\forall n \geq N)[a_n = k]$.
Seja c t.q. $(\forall n \geq N)[a_n = c]$.
Vou demonstrar que $(a_n)_n \to c$.
Seja $\varepsilon > 0$.
~~[illegible]~~
Seja n t.q. $n \geq N$.
Logo, $d(a_n, c) = d(c, c)$ pela escolha de c.
~~[illegible]~~
Como $d(c,c) = 0$ pela [dEucl-0], logo $d(c,c) < \varepsilon$.

(16) **C2.** Considere sua reciproca:

$$(a_n)_n \text{ eventualmente constante } \impliedby (a_n)_n \text{ convergente.}$$

Dê um exemplo para mostrar que essa implicação não é válida. (Sem demonstrar.)
Escolha uma outra distância tal que a implicação é válida. (Demonstre!)
RESPOSTA.

~~[illegible]~~ $(a_n)_n \begin{cases} a_0 = 0 \\ a_n = \frac{1}{n} \end{cases}$ Aqui a implicação é inválida.
Escolho a distância ~~[illegible]~~ discreta $d(x,y) \begin{cases} 0, \text{ se } x = y \\ 1, \text{ se } x \neq y \end{cases}$
Demons:
Seja $(a_n)_n$ sequência ~~[illegible]~~ convergente.
~~[illegible]~~
Seja ℓ t.q. $(a_n)_n \to \ell$
Seja $\varepsilon > 0$ t.q. $(\exists N)(\forall n \geq N)[d(a_n, \ell) < \varepsilon]$
Seja N, n t.q. $n \geq N$ ← assim n, N têm nada a ver com nosso objetivo
Logo
qual é o teu alvo aqui?

Só isso mesmo.

(42) **S**

Sejam A, B conjuntos que possuem suprema $s = \sup A$ e $t = \sup B$.
Demonstre que $s + t = \sup(A + B)$.
RESPOSTA.

Temos $s > A$ e $t > B$

Logo $s+t > (A+B)$ [como?]

~~Basta Vou~~ BASTA demonstrar que $(\forall c > A+B)[s+t \leq c]$

Suponha ~~que~~ c tq. $c > A+B$

X

(42) **U**

Enuncie e demonstre a unicidade de supremum.
RESPOSTA.

Enunciado: ~~$(\forall A : \text{Set Real})$~~ Seja A : Set Real $(\forall s, s' = \sup A)[s = s']$

Demons:

Seja s tq $s > A$ & $(\forall u > A)(s \leq u)$ (1)

Seja s' tq $s' > A$ & $(\forall u > A)(s' \leq u)$ (2)

Logo $s \leq s'$ [pela 1]

Logo $s' \leq s$ [pela 2]

Logo $s = s'$

(100) **C**

(84) **C1.** Demonstre a proposição:

$$(a_n)_n \text{ eventualmente constante} \implies (a_n)_n \text{ convergente.}$$

DEMONSTRAÇÃO.

Seja $(a_n)_n$ uma sequência eventualmente constante.

Logo, seja K : Real tal que ~~[illegible]~~ $(\exists N)(\forall n \geq N)[a_n = K]$.

Basta demonstrar que $(a_n)_n \to K$.

Seja $\varepsilon > 0$. Seja N tal que $(\forall n \geq N)[a_n = K]$.

Como $\forall n \geq N\ [a_n = K]$, temos que $d(a_n, K) = d(K, K)$, para todo $a_{n \geq N}$

Logo, $d(a_{n \geq N}, K) = 0$. type error

Como $0 < \varepsilon$ (pela escolha de ε), logo $(a_n)_n \to K$.

qual é teu alvo neste momento?

(16) **C2.** Considere sua reciproca:

$$(a_n)_n \text{ eventualmente constante} \impliedby (a_n)_n \text{ convergente.}$$

Dê um exemplo para mostrar que essa implicação não é válida. (Sem demonstrar.)
Escolha uma outra distância tal que a implicação é válida. (Demonstre!)
RESPOSTA.

• CONTRA-EXEMPLO:

A sequência $(a_n)_n$ definida como:

$a_0 = 0$

$a_{n+1} = 2 - 2^{-n}$.

É convergente, mas não é eventualmente constante.

Só isso mesmo.

(42) **S**

Sejam A, B conjuntos que possuem suprema $s = \sup A$ e $t = \sup B$. Demonstre que $s + t = \sup(A + B)$.

RESPOSTA.

por que escrever isso?

ALVO: $S + t = \sup(A+B)$

~~escolha~~ Sejam s, t tais que $s = \sup A$ e $T = \sup B$

por que trocou de letra?

Por definição, $s \subseteq A$ & $(\forall c \geq A)[s \leq c]$ & $t \subseteq B$ & $(\forall d \geq B)[t \leq d]$

type error

Suponha que $s + t$ não é o $\sup(A+B)$, que seria st'

por que RAA aqui?

não faz sentido

$s + t =$ elemento de a $\sup(A)$ + elemento de b $\sup(B)$

Se st' é $\sup(A+B)$, $st' = a'$ que é elemento de A + b' que é elemento de B

Se $a' + b' > a + b$, então a e b não são $\sup(A)$ e $\sup(B)$

Se $a' + b' < a + b$, então a' e b' não são $\sup(A)$ e $\sup(B)$ ~~e se~~ $\begin{cases} a < a + b & a' < a' + b' \\ b < b + a & b' < a' + b' \end{cases}$ ~~(antissimetria do ≤)~~ &

(RO-A) axioma

(RO-Trans) axioma

sup

(42) **U**

Enuncie e demonstre a unicidade de supremum.

RESPOSTA.

=?

$S = \sup(A)$ & $S' \sup(A) \Rightarrow S = S'$

S é elemento de A

$S = \sup(A) \stackrel{\text{def}}{=}$ $S \geq A$ & $(\forall c \geq A)[S \leq c]$.

Sejam S, S' tais que $S = \sup(A)$ e $S' = \sup(A)$.

logo $S \geq A$ [pela escolha de S]

Pela escolha de S, $S' \geq S$

Como S' também ~~é maior~~ é $\geq A$, então $S \geq S'$. [?]

Em razão da antissimetria do $(\geq)$, entramos em contradição, a não ser que $S = S'$.

pra que isso??

tendo duas propriedades tal escolha a justificativa parece roubando

(100) **C**

(84) **C1.** Demonstre a proposição:

$$(a_n)_n \text{ eventualmente constante} \implies (a_n)_n \text{ convergente.}$$

não há c no escopo!

Demonstração.

Suponha ~~que~~ $(a_n)_n$ eventualmente constante.
Seja N t.q. $(\exists c)(\forall n \geq N)[a_n = c]$.
Vou demonstrar que $(a_n)_n \to \boxed{c}$.
Seja $\varepsilon > 0$.
Testemunhou o N?
Seja $n \geq N$, logo $a_n = c$. [pela escolha de N]
Calc.:

$$\begin{aligned} d(a_n, c) &= d(c, c) \\ &= 0 \\ &< \varepsilon. \end{aligned}$$

(16) **C2.** Considere sua recíproca:

nem convergente é!

$$(a_n)_n \text{ eventualmente constante} \impliedby (a_n)_n \text{ convergente.}$$

Dê um exemplo para mostrar que essa implicação não é válida. (Sem demonstrar.)
Escolha uma outra distância tal que a implicação é válida. (Demonstre!)

Resposta.

$\boxed{(a_n)_n = (n)_n} \to \infty$, mas nunca será constante. ✗

??

Escolho a distância discreta.
Seja a t.q. $\boxed{(a_n)_n} \to a$.
quem é?
Seja N t.q. $(\forall n \geq N)[d(a_n, a) = 0]$.
quem garanta a existência de tal N?
Seja $n \geq N$, logo $d(a_n, a) = 0$. [pela escolha de N]
Logo $|a_n - a| = 0$.
Logo $a_n = a$.

Só isso mesmo.

Seja $(a_n)_n$ convergente e seja a t.q. $(a_n)_n \to a$.

não há b no escopo

$(\exists c)[(\forall a\,[a \in A \Rightarrow a \leq c])]$ e $\forall c \in S\,[s \leq c]$

(42) **S**

Sejam A, B conjuntos que possuem suprema $s = \sup A$ e $t = \sup B$.
Demonstre que $s + t = \sup(A + B)$.
RESPOSTA.

não há a no escopo

~~Se $a = \mathrm{Max}\, A$ e $b = \mathrm{Max}\, B$, $S \geq a$ e $T \geq b$ logo $S + T \geq a + b$.~~

~~como $a + b = \mathrm{Max}\,(A+B)$, portanto $S + T = \mathrm{Sup}\,(A+B)$, visto que~~

Como $A + B = \{a + b \mid a \in A$ e $b \in B\}$ se $S \geq a$ por ser um supremum de A e $T \geq \boxed{b}$ por ser um supremum de B então $S + T \geq a + b$ para ~~qualq~~ quaisquer $a \in A$ e $b \in B$, sendo assim $S + T = \mathrm{Sup}\,(A+B)$, visto que ~~eles são os melhor d~~ se eles são os melhores cotas superiores de cada conjunto a soma deles também será a melhor para a soma dos conjuntos.

justificou metade de "supremum"

(42) **U**

Enuncie e demonstre a unicidade de supremum.
RESPOSTA.

$(\forall A)(\forall s)(\forall s')[s = \mathrm{Sup}\, A \;\&\; s' = \mathrm{Sup}\, A \Rightarrow s = s']$

Se S é um supremum de A, então S é uma cota superior e a melhor cota superior de A logo $(\forall c)$ T.q. c é uma cota superior de A $S \leq c$, $\boxed{\text{se } S'}$ também é um supremum de A. ele também seria a melhor cota superior de A, sendo assim, se $S' \leq \boxed{c}$ e $S \leq \boxed{c}$, para ambos serem considerados um supremum de A só seria possível se $S' = S$, portanto ~~o supremum S é~~ se existe um supremum de A ele é único.

handwaving

não há c neste escopo

seja?

(42) **S**

Sejam A, B conjuntos que possuem suprema $s = \sup A$ e $t = \sup B$.
Demonstre que $s + t = \sup(A + B)$.
RESPOSTA.

O conjunto $A+B$ é definido por $A+B = \{a+b \mid a \in A, b \in B\}$

logo, sejam x o maior elemento de A e y o maior elemento de B. quem disse que tais max existem?

logo $x+y$ é o maior elemento de $A+B$.

Como $s \geq A$ e $t \geq A$, então $x \leq s$ e $y \leq t$.

então $x+y \leq s+t$.

ou seja $s+t$ é maior igual o maior elemento de $A+B$, então $s+t \geq A+B$.

Como s é a melhor cota de A e t é a melhor cota de B, então $s+t$ é a menor soma possivel maior ou igual a $A+B$. Ou seja, $s+t$ é a melhor.

handwaving

(42) **U**

Enuncie e demonstre a unicidade de supremum.
RESPOSTA.

$(\forall A : \text{set Real})(\forall s, s')[s$ supremo de A & s' supremo de $A \Rightarrow s = s']$

Seja $A : \text{set Real}$.

Sejam s, s' t.q. s, s' são sup. de A.

logo $s \geq A$ & $(\forall c)[c$ cota.sup. de $A \Rightarrow s \leq c]$. (I)

e também $s' \geq A$ & $(\forall c)[c$ cota sup. de $A \Rightarrow s' \leq c]$. (II)

Como s é cot. sup. de A, então $s' \leq s$. [Pela (II)]

Como s' é cot. sup. de A, então $s \leq s'$. [Pela (I)]

logo $s = s'$. [antisimetria do $(\leq)$]

(66) **B**

Demonstre **até dois** dos:

(33) **B1.** Enuncie e demonstre a unicidade de identidade multiplicativa.

(33) **B2.** O 0 não tem inverso multiplicativo.

(33) **B3.** $-(-x) = x$

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

$(\forall x, x')[x$ é uma $(\cdot)$-id & x' é uma$(\cdot)$-id $\Rightarrow x = x']$

Sejam $x, x' : \mathbb{R}$

Suponha x e x' como$(\cdot)$-id

Calcule:

$x' = x \cdot x'$ (h1.1 em x')

$= x$ (h2.2 em x, x')

DADOS

h1: x é $(\cdot)$-id

h1.1: $x \cdot x' = x'$ (h1)

h1.2: $x' \cdot x = x'$ (h1)

h2: x' é $(\cdot)$-id

h2.1: $x' \cdot x = x$ (h2)

h2.2: $x \cdot x' = x$ (h2)

DEMONSTRAÇÃO DA B3 .

Seja $x : \mathbb{R}$

Calcule:

Z?

$-(-x) = -(-(1x))$ (ZM-IdL $1; x$)

$= (-1)(-1x)$ ~~Sugar~~ × (não é!)

$= ((-1)(-1)) \cdot x$ (ZM-Ass $-1; -1$)

$= 1 \cdot x$ (ZM-InvR* $-1; -1$)

$= x$ (ZM-IdL $1; x$)