

Nome:

Regras:

2025-01-24

- I. Não vires esta página antes do começo da prova. VI. Responda dentro das caixas indicadas.  
II. Nenhuma consulta de qualquer forma. VII. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.  
III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, etc.).<sup>1</sup> VIII. Escolha apenas as questões de uma página para responder e respeite as restrições dos problemas que têm escolha.  
IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma.  
V.  $(\forall x)[\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$ .<sup>2</sup>

Suas respostas precisam ser escritas na linguagem “mid-level” que temos elaborado.

Usamos **Real** para denotar um tipo cujos membros chamamos de (números) reais e onde temos os seguintes componentes primitivos:

$$0, 1 : \text{Real} \quad (+), (\cdot) : \text{Real} \times \text{Real} \rightarrow \text{Real} \quad (-) : \text{Real} \rightarrow \text{Real} \quad (>) : \text{Real} \times \text{Real} \rightarrow \text{Prop.}$$

Estipulamos as proposições seguintes como axiomas:

$$\begin{aligned} (\forall a, b, c)[a + (b + c) &= (a + b) + c] && \text{(RA-Ass)} \\ (\forall a)[0 + a &= a = a + 0] && \text{(RA-Id)} \\ (\forall a)[(-a) + a &= 0 = a + (-a)] && \text{(RA-Inv)} \\ (\forall a, b)[a + b &= b + a] && \text{(RA-Com)} \\ \\ (\forall a, b, c)[a \cdot (b \cdot c) &= (a \cdot b) \cdot c] && \text{(RM-Ass)} \\ (\forall a)[a \cdot 1 &= a] && \text{(RM-Id)} \\ (\forall a \neq 0)(\exists a') [a' \cdot a &= 1 = a \cdot a'] && \text{(RM-Inv*)} \\ (\forall a, b)[a \cdot b &= b \cdot a] && \text{(RM-Com)} \\ \\ 0 \neq 1 && \text{(R-NTriv)} \\ (\forall d, a, b)[(a + b) \cdot d &= (a \cdot d) + (b \cdot d) \ \& \ d \cdot (a + b) = (d \cdot a) + (d \cdot b)] && \text{(R-Dist)} \\ \\ (\forall a, b, c)[a > b \ \& \ b > c &\implies a > c] && \text{(RO-Trans)} \\ (\forall a, b)[\text{e.u.d.}: a > b; a = b; b > a] && \text{(RO-Tri)} \\ (\forall a, b, c)[a > b &\implies a + c > b + c] && \text{(RO-A)} \\ (\forall a, b, c)[a > b \ \& \ c > 0 &\implies ac > bc] && \text{(RO-M)} \\ \\ (\forall A : \text{Set Real})[A \text{ habitado} \ \& \ A \text{ cotado por cima} &\implies A \text{ possui supremum}]. && \text{(R-Compl)} \end{aligned}$$

*Boas provas!*

<sup>1</sup>Ou seja, *desligue antes* da prova.

<sup>2</sup>Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

(66) **B**

Demonstre **até dois** dos:

(33) **B1.** Enuncie e demonstre [REDACTED]

(33) **B2.** [REDACTED]

(33) **B3.** [REDACTED]

DEMONSTRAÇÃO DA \_\_\_\_\_ .

DEMONSTRAÇÃO DA \_\_\_\_\_ .

(42) **S**

Sejam  $A, B$  conjuntos [REDACTED]

Demonstre que [REDACTED]

RESPOSTA.

(42) **U**

Enuncie e demonstre [REDACTED] [REDACTED]

RESPOSTA.

(100) **C**

(84) **C1.** Demonstre a proposição:

$$\text{[Redacted]} \Rightarrow \text{[Redacted]}$$

DEMONSTRAÇÃO.

(16) **C2.** Considere sua recíproca:

$$\text{[Redacted]} \Leftarrow \text{[Redacted]}$$

**[Redacted]**. (Sem demonstrar.)

**[Redacted]**. (Demonstre!)

RESPOSTA.

Só isso mesmo.

## LEMMATA

