(8) **A**

Usando os: $\rightarrow$, $\times$, (,), e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . :

Se ____, então x _ y é ____ . :

Na casa de ____ tem ____ gato(s). :

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. :

Existe ____ : ____ tal que ____ . :

Seja x : ____ tal que $x = x$. :

Como ____, logo ____ é inocente. :

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\ \_\_\_\_ = \_\_\_\_\ ]$:

(8) **B** *Demonstre* ***exatamente uma*** *das* ***B1***, ***B2***.

A

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA ____ .

Prop → Cmd

Prop × (Int × Int →Int) × (Int → Prop) → ~~Cmd~~ Prop

Person × Nat → Prop

Person × City × Nat → Prop

Var × Type × Prop → Prop

Type → Cmd (× Cmd) ??

Prop × Person → Cmd

Type × {Int × Int} → Cmd

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . :

Se ____ , então x _ y é ____ . :

Na casa de ____ tem ____ gato(s). :

____ mora em ____ , junto com mais ____ habitantes. :

Existe ____ : ____ tal que ____ . :

Seja x : ____ tal que $x = x$. :

Como ____ , logo ____ é inocente. :

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$:

(8) **B** *Demonstre **exatamente uma** das **B1**, **B2**.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

B1) Suponha ¬P ou ¬Q (h1) ✓
Suponha P&Q (h2) ✓
Separe em casos a partir de h1 ✓
caso ¬P
Extraia o lado esquerdo de h2 ✓
Imediato
caso ¬Q
Extraia o lado direito de h2 ✓
Imediato

Similar

(12) **C** *Escolha exatamente uma das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

Demonstração da ? .

?

parece que tu considera que h2 mudou!

o alvo é $(\forall a)(\forall b)(\exists! x)[\ldots]$

Só isso mesmo.

nem usou...

Lemmata (até 2)

$(\forall a, x, b : \text{int})$

(+)Res unic: $a + x = b$

Demonstração

Sejam $a, b, \boxed{x}$: int x

existência

escolha $\boxed{x}$ era pra ser

calculamos

$a + \boxed{(-a+b)} = a + (-a) + b$ [(+)com]

sem parenteses robou!

$= 0 + b$ [(+)invR]

$= b + 0$ [(+)com]

$= 0$ [(+)idR]

b

Unicidade

Sejam u, v: int

Suponha que $a+u = b$ (h1) e $a+v = b$ (h2)

Aplique h1 em h2

Aplique $(+(-a))$ em h2

logo

$a+(-a)+u = a+-a+v$

logo

$0+u = 0+v$ (+)invR

$\underline{u = v}$ (+)idR

✓

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____. : Prop → Cmd

Se ____, então $x \_ y$ é ____. : Prop × (Int −

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × Int ?? × Nat → Prop

Existe ____ : ____ tal que ____. : Var × Type × Prop → [illegible] Cmd

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → Cmd

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → Prop

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type × Int × Int → Prop

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das **B1**, **B2**.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha ¬P ou ¬Q (1).
Suponha P & Q (2).
Caso ¬P (1).
Ext ~~Escolha~~ esquerda (2).
Contradição. [Aplicando P em ¬P]
Caso ¬Q (1).
Ext ~~Escolha~~ direita (2).
Contradição. [Aplicando Q em ¬Q]. Similar

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\text{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\text{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C3??.

Sejam a,b inteiros t.q. ab=0 ✓

Caso a=0: → aqui seria só Esc-L.

parece uma demons de (·)-Ann

Calculamos:

ab = a(b·1) [(·)idR b]

= a(b·(1+0)) [(+)idR 1]

nome desonesto

= a((1·b)+(0·b)) [(·),(+)-distrL 1 0 b]

= ab + 0b [(·)-idR b]

Logo, por [ResR-Unicidade] 0·b = 0 pois ~~ab~~

ab = ab + 0 [(+)-IdR ab]

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(·),(+)-distrL

= ca + cb (!!)

(∀a,b,c) [c·(a+b) = (a·c) + (b·c)]

seja a,b,c inteiro

~~Suponha~~

Calc:

~~a~~ c·(a+b) = (a+b)·c ((·)-com c (a+b))

= (a·c)+(b·c) [(·),(+) distR a b c]

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____. : Prop → Cmd

Se ____, então x _ y é ____. : Prop × (Int → Int)

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × Country × Nat → Prop

Existe ____ : ____ tal que ____. : Var × Type × Prop → Prop

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → Cmd

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → Prop

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\ \_\_\_\_ = \_\_\_\_\ ]$: ~~Type × (Int × Int) → Prop~~ Type × Var × Int → Prop

(8) **B** *Demonstre **exatamente uma** das B1, B2.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha ¬P ou ¬Q (h).
Suponha P & Q (I).
Separe em casos a partir de (h):
Caso ¬P:
Ext-L (I).
Aplique ¬P em P.
Imediato.
Caso ¬Q:
~~Ext-R (I)~~
~~Aplique ¬Q em Q~~
~~Imediato~~
Similar
■
~~Imediato~~ ■

(12) **C** *Escolha **exatamente** uma das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\text{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\text{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

Demonstração da C3 .

Sejam a,b. ✓
Suponha ab = 0. ✓
Esc-R ← não faz sentido essa expectativa (por quê?)
~~Gate~~
Temos ab=0, logo ab = ab+(-ab) [(+)-inv]
Logo ab = a·(b+(-b)) [(+)- ✗
Logo b = (b+-b) ??
Logo b = 0
∎

Só isso mesmo.

Lemmata (até 2)

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Prop → cmd

Se ____, então x _ y é ____ . :

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : ~~Person → Nat~~ Person × Nat → Prop

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × Nat → Prop

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var × Type × Prop → Prop

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → cmd

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Prop → cmd

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[$ ____ $=$ ____ $]$: Type × Prop × Prop → cmd

(8) **B** *Demonstre* ***exatamente*** *uma das* ***B1***, ***B2***.

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \mathbin{\&} Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

Demonstração da B1 .

Suponha ¬P ou ¬Q : h
Suponha P & Q : K
Separo em casos a partir de h
Caso ¬P
Aplico ¬P em [K.1]
imediato
Caso ¬Q
Similar.
■

(12) **C**

Escolha exatamente uma das C1, C2.

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$. resR

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\text{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\text{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

Demonstração da C1.

x

Seja a : int x

Split

Existência:

Escolho 0

Calculamos:

$a + 0 = a$ [(+)-idR a 0]

imediato ■

(e $0 + a = a$?)

Unicidade:

sejam x, x' : int (∀a)...

Suponha (∀a) $a + x = a$ & $a + x' = a$: h

Ext-~~h.l~~ L

Ext-~~h.r~~ R

Calculamos:

$a + x = a + x'$ [h.r] x

$x = x'$ [(+)-canR (a+x) (a+x')]

imediato. ■

isso não é um cálculo

Só isso mesmo.

Lemmata (até 2)

(+)-canR

os a ficaram na L aqui!

sejam a, b : int

Sup $a + b = a + c$

Logo $a + b + (-a) = a + c + (-a)$ $\boxed{[\_ + (-a)]}$

Logo $(-a) + a + b = (-a) + a + c$ [(+)-com (a+b) (-a) (a+c) (-a)]

onde estavam as (...)?

Logo $((-a) + a) + b = ((-a) + a) + c$ [(+)-ass (-a) a b (-a) a c]

Logo $0 + b = 0 + c$ [(+)-invL (-a) a]

assim deu argumentos demais

Logo $b = c$ [(+)-idL 0 b 0 c]

imediato ■

por que aplicar essa e depois precisar comutatividades em vez de aplicar a $((-a) + \_)$??

(+)-invL

~~Associatividade em (+)-invR~~

~~Comutatividade em (+)-invR~~ ??

~~imediato~~ ■

(+)-idL

comutatividade em (+)-idR

imediato ■

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____. : Prop → Cmd

Se ____, então x _ y é ____. : Prop × (int × int → int) × (int → Prop) → Prop

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × Nat → Prop

Existe ____:____ tal que ____. : Var × Type × Prop → Prop

Seja x :____ tal que $x = x$. : Type → Cmd

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → Cmd

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type × int × int → Cmd

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das **B1**, **B2**.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

- Suponha h1: $\neg P \vee \neg Q$
- Suponha h2: $P \,\&\, Q$
- Ext-L de h2
- Ext-R de h2
- Separa h1 em Casos

  Caso $\neg P$
  - Aplique $\neg P$ em P ~~para obter~~
  - Boom

  Caso $\neg Q$
  - Aplique $\neg Q$ em Q
  - Boom

Similar

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das **C1**, **C2**.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\text{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C3 .

- Sejam $\overset{3}{a}, \overset{0}{b}$: int ✓ $\quad$ [$\Leftarrow$ $(\cdot)$-can*R $(a\cdot b)$ 0] ?¡
- Suponha $\overset{3\cdot 0}{a\cdot b} = 0$ ✓
- Logo $(a\cdot b)\cdot b = 0\cdot b$ ✓ $\quad$ [$(\cdot)$- ·b $(a\cdot b)$ 0]
- Logo $a\cdot b\cdot b = 0$ $\quad$ [$(\cdot)$- annL-0 b]
- Logo $a\,b\,b = ab$
- ???. Logo $a\cdot b = a$ $\quad$ [$\boxed{(\cdot)\text{- can*R}}$ $(a\cdot b)$ a]
- Logo $\underset{3}{a} = \underset{0}{0}$ $\quad$ [(=)-SUBS $a\cdot b$]
- Esc-L.

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

?

Se tivesse como fechar assim... considere:

$$\underset{a}{\underset{\uparrow}{3}} \cdot \underset{b}{\underset{\uparrow}{0}} = 0$$

$\boxed{\text{Concluiu que } 3 = 0!}$

quantos/quais argumentos precisa a (·)-can*R para fornecer uma igualdade?

[redacted]

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Prop → ?

Se ____, então $x \_ y$ é ____ . : Prop → (,) × Type ✗

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × Nat → ?

Existe ____ : ____ tal que ____ . : (~~Prop~~ × Type × Prop) → Prop ✗

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → Prop ✗

Como ____, logo ____ é inocente. : (Prop × Person) → Prop ✗

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type × Var × Var → Prop ✗

(8) **B** *Demonstre exatamente uma das B1, B2.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B2 .

Escolhe esquerda,
Suponha P,
Então Q,
Imediato.

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$\texttt{(·)-can*R} : \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,]\,.$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd} : \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,]\,.$$

Demonstração da C2 .

nunca vírgula depois de imperativo!

Seja a inteiro, Por InvR temos que $a+(-a)=0$.
Somo a aos dois lados da igualdade.
$(a+(-a))+a = 0+a$.
Por com: $a+a+(-a) = a$. × (Ass)
$\boxed{\text{Sejo que}}$ $a+(-a)=0$.
$a+0=0$?
$a=a$.

Só isso mesmo.

Lemmata (até 2)

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Type → Cmd ×

Se ____, então x _ y é ____ . : Prop × (Int × Int → Int) × Prop ×
~~→ Cmd~~ ×

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × Nat → Prop ✓

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var × Type × Prop → Prop ✓

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → Cmd ✓

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → Prop ×

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Int × Prop → Prop × ✗

??

(8) **B** *Demonstre exatamente uma das B1, B2.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \mathbin{\&} Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha ($\neg$P ou $\neg$Q) (h) ✓
Suponha P & Q (h1) ✓
Ext-R (h1)
Ext-L (h1)
Vou demonstrar P & Q: — já tens nos dados!
Split
Parte P:
Imediato.
Parte Q:
Imediato.

onde tu achou?

Vou aplicar $\boxed{\text{P\&Q} \Rightarrow \neg\bot}$ em P & Q para inferir ⊥.
Contradiction.

(não se limite em ASCII)

(12) **C** *Escolha **exatamente** uma das **C1**, **C2**,* C3

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C1.

Unicidade: $(\forall u, v\ (+)\text{-id})[u = v]$

$(\forall a, b, u, v)\ [(a + u = b \ \&\ a + v = b \Rightarrow u = v)$ (1)

$\&\ (u + a = b \ \&\ v + a = b \Rightarrow u = v)]$ (2)

X

Seja a, b, u, v : Int

Split:

Parte 1 ← ? e cadê a outra?

Suponha $a + u = b \ \&\ a + v = b$

Cal:

$(a + u) = (a + v)$ [transitividade]

$(-a) + (a + u) = (-a) + (a + v)$ [$(-a) + \_$ $(-a) + \_$]

$((-a) + a) + u = ((-a) + a) + v$ [(+) asso $-a\ a\ u$ (+) asso $-a\ a\ v$]

$0 + u = 0 + v$ [(+) inv-L a (+) inv-L a]

$u = v$ [(+) id-L u (+) id-L v]

X

Existência

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(+) Inv-L

$(-x) + x = x + (-x)$ [(+) com $-x$ x]

$= 0.$ [(+) Inv-R]

quem é?

(+) Id-L

$0 + x = x + 0$ [(+) com 0 x]

$= x$ [(+) Id-R x]

(8) **A**

Usando os: $\to$, $\times$, (,), e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____. : Cmd ✗

Se ____, então x _ y é ____. :

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × NAT → Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × CITY × NAT → Prop ✓

Existe ____ : ____ tal que ____. : Prop × Prop → Prop ✗

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Cmd ✗

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → Prop ✗

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\ \_\_\_\_ = \_\_\_\_\ ]$: ✗ INT × INT → Prop ✗

(8) **B** *Demonstre* ***exatamente uma*** *das* ***B1***, ***B2***.

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $(\neg P \text{ ou } \neg Q) \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B2 .

~~Suponha ¬P~~

Escolha L B2.

Suponha P

Escolha R B2.

Suponha Q

decida!

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.
(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.
(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$\texttt{(·)-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C3.

Seja a : Int
Seja b : Int
Suponha h: a · b = 0 ✓
Calculamos
h.1 a . b = a . 0 [(·) ann]; b . a = 0 . a [(·)-com]
b = 0 [(·)-can*R] ~~(·)~~ quais args?
isso não é um cálculo
Escolhe R - h2
b = 0
~~Escolhe L - h2~~
~~a = 0~~

h2 a = 0 ou b = 0

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(·)-ann : $(\forall a)[a \cdot 0 = 0]$
Seja a
calculamos

(8) **A**

Usando os: $\rightarrow, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____. : prop → Cmd ✓

Se ____, então x _ y é ____. : prop ✗

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × Nat → Prop ✓

Existe ____ : ____ tal que ____. : Var × Type × Prop → Cmd ✗

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → Cmd ✓

Como ____, logo ____ é inocente. : prop × → Cmd –

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[$ ____ $=$ ____ $]$: Type × Int × Int → Cmd ✓

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das B1, B2.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha ¬P ou ¬Q(h) ✓

Escolho ¬P.

Suponha P & Q

Vou demonstrar ¬P.

Suponha P.

Aplique ¬P em P para obter ⊥.

não é para escolher algo aqui. (Por quê?)

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das **C1**, **C2**.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C2 .

X $(\forall a)[-(-a)=a]$

DEMONSTRAÇÃO

Seja a : Int. ✓

Temos $a+(-a)=0$ pela ((+)-invR a) ✓

Logo, $(-a)+a=0$ pela (+)-com. ✓

Temos, $(-a)+(-(-a))=0$ pela ((+)-invR $(-a)$). ✓

Logo, $-(-a)=a$ pelo Z-ResR. ✓

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

Z-ResR. $(\forall a,b)(\exists! x)[a+x=b]$

DEMONSTRAÇÃO

Sejam a,b : Int.

Split.

Parte existencial:

Escolho $(-a)+b$.

Calculamos:

$a+((-a)+b)$
$= (a+(-a))+b$ [(+)-ass]
$= 0+b$ [(+)-invR a]
$= b+0$ [(+)-com]
$= b$ [(+)-idR]

Parte unicidade: qual é o alvo aqui?

Seja x:Int t.q. $a+x=b$.

Calculamos:

$(-a)+b$
$= (-a)+(a+x)$ [pela escolha de x]
$= ((-a)+a)+x$ [(+)-ass]
$= 0+x$ [(+)-invL]
$= x+0$ [(+)-com]
$= x$. [(+)-idR]

(+)-invL. $(\forall a)[0+a=a]$

DEMONSTRAÇÃO

Seja a : Int.

Calculamos:

$0+a$
$= a+0$ [(+)-com]
$= a$. [(+)-invR]

(8) **A**

Usando os: $\to$, $\times$, (,), e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Prop -> Cmd ✓

Se ____, então x _ y é ____ . : Prop x (int x int -> int) x (int -> Prop) -> Prop ✓

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person x Nat -> Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person x City x Nat -> Prop ✓

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var x Type x Prop -> Cmd ✗

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type -> Cmd ✓

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop x Person -> Prop ✗

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type x int x int -> Cmd ✓

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das **B1**, **B2**.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

não use em nomes!

Suponha ($\neg$P ou $\neg$Q) : h.1 ✓
Separo em casos a partir de h.1 ✓
Caso $\neg$P ✓
    Suponha P ✗ teu alvo não é P ⇒ algo.
    Aplico $\neg$P em P para obter ⊥
    Imediato
Caso $\neg$Q
    Similar
Suponha P&Q : h.2
	Split ?
	Parte P:
	    Aplico $\neg$P em P para obter ⊥
	    Boom
	Parte Q:
	    Similar

o que está acontecendo aqui?

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\text{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,]\,.$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\textbf{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,]\,.$$

DEMONSTRAÇÃO DA C1 .

Existência:
Seja a inteiro
Split
Parte a+0 = a:
Calculamos a+0
= a [(+)-IdR a]

Parte 0+a = a:
Calculamos 0+a
= a [(+)-IdL a]

Imediato

Faltou escolher teu testemunho

qual o alvo?

Unicidade:
Seja a tal que a+0 = a & 0+a = a : h ✗
Extr-R
Extr-L
Calculamos a+0
= (a+0)+0 [Pela escolha de a]
= a+0 [(+)-IdR (a+0)]
= a [(+)-IdR a]

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(+)-IdL: ✓

Seja a inteiro
Calculamos 0+a
= a+0 [(+)-Comutatividade]
= a [(+)-IdR a]

(8) **A**

Usando os: $\to$, $\times$, (,), e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____. : Prop → Cmd

Se ____, então x _ y é ____. : Prop x (int x int → int) x (int → prop) → prop

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person x nat → prop

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person x city x nat → prop

Existe ____:____ tal que ____. : Var x type x prop → prop

Seja x :____ tal que $x = x$. : type → cmd

Como ____, logo ____ é inocente. : prop x person → cmd

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type x int x int → cmd

(8) **B** *Demonstre* ***exatamente*** *uma das* ***B1***, ***B2***.

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha ¬P ou ¬Q (h)
Suponha P e Q (hP)
Separo h em casos:
Caso ¬P:
  Extraio esquerda de hP
  Aplico ¬P em P
  Explode
Caso ¬Q:
  Extraio direita de hP
  Aplico ¬Q em Q
  Explode

Similar!

(12) **C** *Escolha **exatamente** uma das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de $(+)$-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\text{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\textbf{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C2 .

✓

Seja x inteiro

Calculamos

$-(-x) + (-x) = (-x) + (-(-x))$ [(+)-com $(-x)$, $(-x)$]

$= 0$ [(+)-invR, $(-x)$] ✓

Como $-(-x)+(-x) = 0$, logo $-(-x) = x$ pelo [(+)-ResL$^{(+x)}$ $(-x)$, 0], já que $x + (-x) = 0$ [(+)-invR]

✓

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(+) ResL:

$(\forall a, b)(E!x)\,[\,x + a = b\,]$

Seja a, b, x inteiros

Existência:

Testemunho ~~b+(-a)+a~~ $(b + (-a))$

calculamos:

$(b + (-a)) + a = b + ((-a) + a)$ [(+)-ass, b, $(-a)$, a]

$= b + (a + (-a))$ [(+)-com a, $(-a)$]

$= b + 0$ [(+)-invR, a]

$= b$ [(+)-idR, b]

unicidade

Seja u e u' inteiros tais que $u + a = b$ (1) e $u' + a = b$ (2)

vou demonstrar que $u = u'$

Calculamos:

$u = u + 0$ [(+)-idR u]

$u = u + (a + (-a))$ [(+)-invR a]

$u = (u + a) + (-a)$ [(+)-ass, u, a, $(-a)$]

$u = b + (-a)$ [$\boxed{\text{pela escolha de (1)}}$]

$u = (u' + a) + (-a)$ [$\boxed{\text{pela escolha de (2)}}$] X

$u = u' + (a + (-a))$ [(+)-Ass u', a, $(-a)$]

$u = u' + 0$ [(+)-invR a]

$u = u'$ [(+)-idR u']

isso não é um calculo!

ou: «pela escolha de u»

ou: «pela (1)»

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : ~~Prop ×~~ Prop → Cmd

Se ____, então x _ y é ____ . : Prop × (Int × Int → Int) × (Int → Prop) → Prop.

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × Nat → Prop

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var × Type × Prop → Cmd

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → Cmd

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → Cmd

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type × Int × Int → Cmd

(8) **B** *Demonstre* ***exatamente uma*** *das B1, B2.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha ¬P ou ¬Q.
Suponha P & Q.
Separe em casos a partir de ¬P ou ¬Q.
Caso ¬P:
Ext-L de P & Q.
Aplique ¬P em P para obter ⊥.
Boom.
Caso ¬Q:
Similar.

(12) **C**

Escolha exatamente uma das C1, C2.

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C2 ✓.

Seja a : Int. ✓

Temos $(-a) + (-(-a)) = 0$ [(+)-invR (-a)]. ✓

Calculemos:

$\cancel{(-a) + (-(-a))}$ ← por que não começou aqui?

$= \boxed{(-a) + a}$ [(+)-com a (-a)]

$= 0$ [(+)-invL a].

Logo $(-(-a)) = a$ [(+)-resR $(-a)+(-(-a)) = 0$ $(-a)+a = 0$].

Imediato.

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(+)-resR:

Sejam a, b : Int.

Split.

Parte L:

Escolho $((-a)+b)$.

Calculemos:

$a + ((-a)+b)$

$= (a+(-a))+b$ [(+)-ass a (-a) b]

$= b + (a+(-a))$ [(+)-com b (a+(-a))].

$= b + 0$ [(+)-invR a]

$= b$. [(+)-idR b].

Imediato. ✓

Parte R:

Sejam x, x' : Int.

Suponha h: $a+x = b$ & $a+x' = b$.

Calculamos:

$a+x$

$= a+x'$ [h.2].

Logo $(-a)+(a+x) = (-a)+(a+x')$ [((-a)+_)].

Logo $((-a)+a)+x = ((-a)+a)+x'$ [(+)-ass (-a) a x, (+)-ass (-a) a x'].

Logo $0+x = 0+x'$ [(+)-invL x, (+)-invL x'].

Logo $x+0 = x'+0$ [(+)-com 0 x, (+)-com 0 x'].

Logo $x = x'$ [(+)-idR x, (+)-idR x'].

Imediato.

~~(+)-invL:~~

~~Seja a : Int.~~

~~Logo~~

(+)-invL:

Seja a : Int.

Calculamos:

~~a+a~~ $(-a)+a$

$= a + (-a)$ [(+)-com a (-a)]

$= 0$. [(+)-invR a].

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Prop → CMD ✓

Se ____, então $x \_ y$ é ____ . : Prop × (Int × Int → Int) × Prop → Prop ✗

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × Nat → Prop ✓

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var × Type × Prop → Prop ✓

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → CMD ✓

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → CMD ✓

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type × Int × Int → CMD ✓

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das **B1**, **B2**.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \& Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha ¬P ou ¬Q (1) ✓
Suponha P & Q (2) ✓
Vou Demonstrar P: — por quê?!
  Extr-L de (2)
Vou Demonstrar Q ✓
  Extr-R de (2)
Cases pela (1)
Caso ¬P:
  ~~Usa~~
  Aplica ¬P na P para obter ⊥
  Imediato ✓
Caso ¬Q:
  Aplica ¬Q na Q para obter ⊥
  Imediato ✓ Similar

(12) **C** *Escolha **exatamente** uma das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.
(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.
(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C1 .

Existencia:
Sejam a : Int
Escolha o 0
Imediato [(+)-IdR a]

eol?

Unicidade
Seja a : int
~~Sejam u, v : int tal que u+v = a e v~~
Sejam u, v : int tq. u + a = a e v + a = a respectivamente
Calculamos:

$v + a = v + (a + u)$ [Pela escolha de u]
$= (v + a) + u$ [(+) ass. v, a, u]
$= a + u$ [Pela escolha de V]
$= u + a$ [(+) Com. a, u]

Logo pelo [ResR] u = v

↳ como?

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

Lemma ResR: $(\forall a, b : \text{int})(\exists!\, c : \text{int})\,[a + c = b]$

Existência:
⋮

Unicidade:
⋮

não deu tempo

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Prop → cmd ✓

Se ____, então $x \_ y$ é ____ . : Prop × Prop × Prop → Prop ✗

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × nat → Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × nat → Prop ✓

Existe ____ : ____ tal que ____ . : var × type × Prop → cmd*

Seja x : ____ tal que $x = x$. : type → cmd ✓

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → cmd ✓

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: type × Prop × Prop → cmd ✗

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das B1, B2.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

Demonstração da B2 .

Esc L ← já era (por quê?)

Suponha P

usar P⇒Q no P

para obter Q

imediato

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,]\,.$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\textbf{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,]\,.$$

DEMONSTRAÇÃO DA C2 .

seja a ✗

calcul$\boxed{\text{ando}}$:

a = a + 0 [(+)IdR]

a = a + (a + (−a)) [(+)InvR]

não é um cálculo

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(8) **A**

Usando os: $\rightarrow, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Prop → Cmd ✓

Se ____, então x _ y é ____ . : Prop x Type x prop → Prop ✗

Na casa de ____ tem -2 gato(s)? : Person x int ✗ → Prop

____ mora em ____, junto com mais -500 habitantes. : Person x City x int ✗ → Prop

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var x Set ✗ → cmd

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Set ✗ → cmd

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop x Person → Prop ✗

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Set x (int → int) → Type ✗

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das **B1**, **B2**.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $(\neg P \text{ ou } \neg Q) \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B2 .

Escolho L já era...
Suponha P
Aplico P => Q em P
para obter Q
imediato.

(12) **C** *Escolha exatamente uma das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\text{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\mathbf{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C3 .

Seja $u \neq 0$
Seja a : int
Seja b : int
Suponha $au = b \cdot u$ h
Temos $a \cdot u + (-(a \cdot u)) = 0$ [(+)-invR au]
logo $a \cdot u + (-a) \cdot u = 0$ [(+)-ResRa] ?
logo $b \cdot u + (-a) \cdot u = 0$ [substituição h]
logo $(b + (-a)) \cdot u = 0$ [(·),(+)-~~dist~~R b -a u]
logo $b + (-a) = 0$ [$u \neq 0$] ... e o que mais?
logo $b = a$

X

Seja a: int
Seja b: int
Suponha $a\,b = 0$
Escolha h
Temos $a\,\boxed{u} = b \cdot u$ [(·)-can*Ra]
logo $a \cdot u = 0$ [$u \neq 0$]
logo $a = 0$
Escolha R
similar

quem é? Não há u no escopo.

não é assim que "atacamos" uma disjunção.

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(8) **A**

Usando os: →, ×, (,), e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Prop → Cmd ✓

Se ____, então $x \_ y$ é ____ . : Prop × Var × Prop → Cmd ✗

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × Nat → Prop ✓

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var × Type × Prop → Prop ✓

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → Cmd ✓

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → Cmd ✓

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type × Int × Int → Cmd ✓

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das B1, B2.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha ¬P ou ¬Q. ✓
Excl - L. teu alvo não permite esse comando.
Suponha P.
Aplique ¬P no P para inferir ⊥.
Contradição.
Excl - R.
~~Suponha Q.~~
~~Aplique ¬Q em Q para inferir ⊥.~~
~~Contradição.~~ Similar
Split.
Parte P:
Imediato.
Parte Q:
Imediato.
Imediato ■

(8) **A**

Usando os: $\to$, $\times$, (,), e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Veja o gabarito

Suponha ____ . : Prop

Se ____, então x _ y é ____ . : int.x, y, *, int

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : person, Nat

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : person, city, Nat

Existe ____ : ____ tal que ____ . : K, int, Prop

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Nat

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop, person

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: int, m, K n

(8) **B** *Demonstre* ***exatamente uma*** *das* ***B1***, ***B2***.

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

Demonstração da B1 .

Suponha ¬P ou ¬Q (⇐⇒ P→⊥ ou Q→⊥)

~~esl-L Q→⊥~~

aplica P em P→⊥ ou Q→⊥

imediato

ecl-R P→⊥ similar

aplica Q em P→⊥ ou Q→⊥

imediato

(12) **C** *Escolha exatamente uma das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.
(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.
(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C2 .

~~int: a~~
~~calculemos: $-(-a) = a$~~
~~$-(-a) + (-a) = a + (-a)$ [-invR]~~
~~$\boxed{0 = 0}$~~

tanta tinta para concluir algo trivial, (0=0) que ninguém duvidou ou se importa com isso.

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Prop -> Cmd ✓

Se ____, então x _ y é ____ . : Prop x (Int x Int -> Int) x Prop -> Cmd ✗

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person x Nat -> Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person x Country x Nat -> Prop ✓

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var x Type x Prop -> Prop ✓

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type -> Cmd ✓

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop x Person -> Prop ✗

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type x Prop ✗ x Prop ✗ -> Prop ✗

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das* **B1**, **B2**.

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B2 .

Escolho o lado esquerdo ✗

Suponho P (1)

(12) **C**

Escolha exatamente uma das C1, C2.

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.
(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.
(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\text{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,]\,.$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,]\,.$$

DEMONSTRAÇÃO DA C2 .

$(\forall a)[-(-a) = a]$

Seja a

Calculamos

$-(-a)$

$= (-1)\cdot(-a)$ [(·)-NegProd-1 -a]

$= (-1)\cdot((-1)\cdot a)$ [(·)-NegProd-1 a]

$= (-1)\cdot(-1)\cdot a$ [(·)-ass -1 -1 a]

$= 1\cdot a$ [(·)-MulNeg -1 -1]

$= a\cdot 1$ [(·)-Com 1 a]

$= a$ [(·)-Id-R a]

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(·)-NegProd-1 : $(\forall a)[-a = (-1)\cdot a]$

?

(·)-MulNeg : ~~$(\forall a)[-a\cdot(-a)$~~ $=$ $[-1\cdot(-1) = 1]$

?

(8) **A**

Usando os: $\to$, $\times$, (,), e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Prop → Cmd ✓

Se ____, então x _ y é ____ . : Prop × (Int × Int → Int) × (Int → Prop) → Prop ✓

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × Nat → Prop ✓

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var × Type × Prop → Prop ✓

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → Cmd ✓

Como ____, logo 42 é inocente? : Prop × Int → Cmd

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Int × Int × Int → Cmd

(8) **B** *Demonstre **exatamente uma** das B1, B2.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $(\neg P \text{ ou } \neg Q) \Rightarrow \neg(P \mathbin{\&} Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha ¬P ou ¬Q. (1) ✓
Suponha P&Q. (2) ✓
Separo (1) em casos. ✓
Caso ¬P:
Ext-L (2).
Aplique ¬P em P.
Imediato. ✓
Caso ¬Q:
Ext-R (2).
Aplique ¬Q em Q.
Imediato.
Similar!
∎

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das **C1**, **C2**.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C2 .

Seja a inteiro. ✓

Temos $a+(-a)=0$. [(+)-invR a] ✓

Vou demonstrar $(-a)+a=0$:

Calculamos:

$((-a)+a) = a+(-a)$ [(+)-com (-a) a]

$= 0.$ [(+)-invR a] ✓

Temos $(-a)+(-(-a))=0$. [(+)-invR (-a)]

Logo, $-(-a)=a$ pelo (+)-resR, pois $(-a)+a=0$ e $(-a)+(-(-a))=0$. ✓

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(+)-resR: $(\forall a,b)(\exists! x)[a+x=b]$

Existência.

Sejam a, b inteiros. ✗

Testemunho $(-a)+b$.

Calculamos:

$a+((-a)+b)$

$=(a+(-a))+b$ [(+)-ass a (-a) b]

$=0+b$ [(+)-invR a]

$=b+0$ [(+)-com 0 b]

$=b.$ [(+)-idR b].

Tudo isso para "passar o a para o outro lado"?

Unicidade.

~~Sejam a, b inteiros.~~ ✗

Sejam u e v inteiros tais que $a+u=b^{(1)}$ e $a+v=b^{(2)}$ ✓

Vou demonstrar que $u=v$.

Calculamos:

$(-a)+b$ ✗

$=(-a)+(a+u)$ $\boxed{\text{[pela escolha de (1)]}}$

$=((-a)+a)+u$ [(+)-ass (-a) a u]

$=(a+(-a))+u$ [(+)-com (-a) a]

$=0+u$ [(+)-invR a]

$=u+0$ [(+)-com 0 u]

$=u.$ [(+)-idR u]

Substituindo (2) no lugar de (1), temos o cálculo similar, então $(-a)+b=v$.

Logo, por transitividade, $u=v$. ✓

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Var$^{\times}$ → cmd

Se ____, então x _ y é ____ . : Prop × (Nat × Int → int) × (Int → Prop) ↗ ...

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × city × Nat → Prop ✓

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var × Type × Prop → Cmd$^{\times}$

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → Cmd ✓

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → prop$^{\times}$

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type × Int × INT → Prop$^{\times}$

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das B1, B2.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

Demonstração da B2 .

Demons.

Choose-L Don't.

Suponha P

(Q ⇒ P)

Imediato.

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C2 .

Calculamos: $-(-a) = a$

$-(-a) + 0 = a$ ((+)IDR)

$-(-a) + a + (-a) = a$ ((+)-INVR)

$a + 0 = a$ ((+)-INVR)

$\boxed{a = a}$

Imediato.

não é um cálculo

concluiu $a = a$ depois de tudo isso. A gente já sabia que $a = a$, e isso não ajuda em nada.

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____. : Prop -> CMD

Se ____, então x _ y é ____. : Prop x String x Prop -> CMD

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person x Nat -> Prop

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person x City x Nat -> ?

Existe ____:____ tal que ____. : Var x Type x Prop -> CMD

Seja x :____ tal que $x = x$. : Type -> CMD

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop x Person -> CMD

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \underline{5})[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: ~~Type~~ int x (int x int -> int) -> CMD

?

(8) **B** *Demonstre **exatamente uma** das B1, B2.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha (¬P ou ¬Q).

Suponha (P & Q).

Separo (¬P ou ¬Q) em casos.

Caso ¬P:

Extraio P de (P & Q).

Contradição. (como?)

Caso ¬Q:

Similar.

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____. : Prop → Cmd ✓

Se ____, então x _ y é ____. : Prop × (Int × Int → Prop) × Prop → Prop

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × Nat → Prop ✓

Existe ____ : ____ tal que ____. : Var × Type × Prop → Prop ✓

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → Cmd ✓

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → Prop

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[$ ____ $=$ ____ $]$: Type × Int × Int → Cmd ✓

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das **B1**, **B2**.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha h : ¬P ou ¬Q. ✓
Suponha hpq : P & Q. ✓
Separe em casos pela h. ✓
Caso ¬P:
Ext-L de hpq. ✓
Aplique ¬P em P para obter ⊥. ✓
Imediato.
Caso ¬Q:
~~Ext-R de hpq.~~
~~Aplique ¬Q em Q para obter ⊥.~~
~~Imediato.~~
Similar. ✓

(12) **C** *Escolha **exatamente** uma das **C1**, **C2**.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.
(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.
(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\text{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\textbf{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C3 .

Sejam a, b : Int. ✓
Suponha h : a.b = 0. ✓
Calculamos:

$$\begin{aligned} 0.b &= 0 && [(\cdot)\text{-annL } b] \\ &= a.b. && [h]\ ✓ \end{aligned}$$

pulou o segundo arg!

Logo a = 0 [(·)-can*R b a 0].
Escolho-L. ← zero chances — por quê?

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(·)-annL : (∀a)[0.a = 0]
Seja a : Int.
Calculamos:

$$\begin{aligned} 0.a &= (0+0).a && [(+)\text{-IdR } 0] \\ &= 0.a + 0.a. && [(\cdot),(+)\text{-distrR } a\ 0\ 0] \end{aligned}$$

Logo, 0.a + 0 = 0.a + 0.a [(+)-IdR (a.0)].

[...] Logo, 0 = 0.a [+(-(a.0))].

(8) **A**

Usando os: $\rightarrow, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : prop -> cmd

Se ____, então x _ y é ____ . : prop × (int × int -> int) × prop -> prop

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : person × Nat -> prop

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : person × city × Nat -> prop

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var × type × prop -> cmd

Seja x : ____ tal que $x = x$. : type -> cmd

Como ____, logo ____ é inocente. : prop × prop -> cmd

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: type × int × int -> cmd

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das* **B1**, **B2**.

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha ¬P ou ¬q. (h)
Suponha p & q
ext-L p & q
ext-R p & q
dívida h em casos
caso ¬P
  aplique ¬P em P
  imediato
caso ¬q
  aplique ¬q em ~~p~~ q
  imediato

Similar

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.
(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.
(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\text{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\textbf{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C1 .

Seja x inteiro ✗
Existência
escolho o ~~zero~~ 0
Parte L
$x+0 = x$ [(+)-IdR x]
Imediato
Parte R
$0+x = x$ [(+)-IdL x]
Imediato

Unicidade
Sejam a, b inteiros
Suponha $\boxed{x}+a = \boxed{x}$ (1) & $\boxed{x}+b = \boxed{x}$ (2)
Logo $x+a = x+b$ [(2)]
Logo $(x+a)+(-x) = (x+b)+(-x)$ [(_+(-x))]
Logo $(a+x)+(-x) = (b+x)+(-x)$ [(+)-com x a; (+)-com x b]
Logo $a+(x+(-x)) = b+(x+(-x))$ [(+)-ass a x (-x); (+)-ass b x (-x)]
Logo $a+0 = b+0$ [(+)-InvR x, (+)-InvR x]
Logo $a = b$ [(+)-IdR a, (+)-IdR b]

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

[(+)-IdL x]

Seja x inteiro
Calculemos
$0+x = x+0$ [(+)-com 0 x]
$= x$ [(+)-IdR x] ✓

Type Error: é uma Prop
onde era pra ser Cmd.

(8) **A**

Usando os: $\rightarrow, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____. : prop -> cmd ✓ zero chances

Se ____, então x _ y é ____. : prop × type × string -> prop ✗

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : person × ~~int~~ -> prop

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : person × city × ~~int~~ -> prop

Existe ____ : ____ tal que ____. : Var × type × prop -> prop ✓

Seja x : ____ tal que $x = x$. : type -> cmd ✓

Como ____, logo ____ é inocente. : prop × person -> cmd ✓

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type × int × int -> cmd ✓

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das **B1**, **B2**.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha ¬P ou ¬Q. ✓
Suponha P&Q. (I) ✓
Caso ¬P:
  Ext-L da I.
  Aplico P => ⊥ no P para obter ⊥.
  Imediato.
Caso ¬Q:
  Ext-R da I.
  Aplico Q => ⊥ no Q para obter ⊥.
  Imediato
∎

Sim

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\text{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C2.

Seja a: int.

Calculamos:

$-(-a) = -1(-a)$. [???]

$= a$ [(·) IdL $-a$].

onde focou?

Imediato.

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

$(\forall a: \text{int})[1 \cdot a = a]$ ((·)-IdL)

Seja a: int.

Calculamos:

$1 \cdot a = a \cdot 1$ [(·)-com a]

$= a$ [(·)-IdR a].

Imediato.

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____. : Prop → Prop X

Se ____, então x _ y é ____. : Prop × (Int × Int → Int) × String → Prop X

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × Nat → Prop ✓

Existe ____ : ____ tal que ____. : Var × Type × Prop → Prop ✓

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → Prop X

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → Prop X

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type × Int × Int → Prop X

(8) **B** *Demonstre **exatamente uma** das **B1**, **B2**.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha ¬P ou ¬Q. (h0) ✓
Suponha P & Q. (h1) ✓
Separe h0 em casos. [?]
Caso ¬P:
  Aplique ¬P na h1.1. ✓
  Boom. ✓
Caso ¬Q:
  Aplique ¬Q na h1.2.
  Boom.

~~Imediato~~ X

(12) **C** *Escolha **exatamente** uma das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade. $\Leftrightarrow (\forall x)(\exists u)[x+u=x]$ & $[(\forall x,y)[x+a=a$ & $a+x=a$ & $y+a=a$ & $a+y=a) \Rightarrow x=y]$

$x+y=y$
$y+x=y$
$y+x=x$
$x+y=x$

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a)=a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)(\forall a,b)[au = bu \Rightarrow a = b].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a,b)[ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C1.

Split.
Parte L:
Seja x: Int. x
qual teu alvo neste momento?
$\boxed{\text{Tome 0 para inferir } x+0=x \ [(+)\text{-idR } x]}$?
$\boxed{\text{Tome 0 para inferir } 0+x=x \ [(+)\text{-idL } x]}$?
Escolha o 0.
Imediato.

Parte R:
Sejam x, y: Int.
Suponha x é uma (+)-id
& y é uma (+)-id. (h)
Aplique h.l na y. (hy)
Aplique h.r na x. (hx)
Calc:
$x = x + y$ [hx.2]
$= y$ [hy.1]
Imediato.

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(+)-idL: $(\forall a)[0+a=a]$
Seja a: Int.
Calc:
$0+a = a+0$ [(+)-com 0 a]
$= a$ [(+)-idR a]
Imediato.

(8) **A**

Usando os: $\to$, $\times$, (,), e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____. : Prop → Cmd ✓ ?

Se ____, então x _ y é ____. : Prop × $\boxed{\text{(Int × Int → Int)}}$ → Prop ✗

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : (Person × City) × Nat → Prop ✓

Existe ____:____ tal que ____. : (Var × Type) × Prop → Prop ✓

Seja x :____ tal que $x = x$. : Type → Cmd ✓

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → Cmd ✓

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type × (Int × Int) → Cmd ✓

(8) **B** *Demonstre* ***exatamente*** *uma das* ***B1***, ***B2***.

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B2 .

Escolho esquerda. ✗
Suponha P.
Aplique P⇒Q em P.
Imediato.

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das **C1**, **C2**.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.
(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.
(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,]\,.$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,]\,.$$

DEMONSTRAÇÃO DA C1 .

Existência:
Seja a:Int
Calculamos:
a+0
= 0+a ((+)-com) e...?
= a ((+)-idR)
Unicidade:
Seja x tal que ~~x≠0~~ x → qual teu alvo aqui?
Suponha a+x=0
Contradição pelo ((+)-idR)

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : PROP → VAR X

Se ____, então $x \_ y$ é ____ . : VAR × VAR → VAR ⇒ × ⇒ VAR X

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : person ⇒ Int X

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person ⇒ Country ⇒ ~~Nat~~ City X

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var ; Int ⇒ Var → Int X

Seja x : ____ tal que $x = x$. : PROP

Como ____, logo ____ é inocente. :

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$:

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das* **B1**, **B2**.

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $(\neg P \text{ ou } \neg Q) \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q) \text{ ou } (Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

$(\neg P \mid \neg Q) \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$

↓

Se P ou Q = ¬

⇓

$\neg P \,\&\, Q = P \,\&\, \neg Q = \neg P \,\&\, \neg Q$

⇓

$\neg(P \,\&\, Q) \Rightarrow (\neg P \mid \neg Q) \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$

?!

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,]\,.$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,]\,.$$

DEMONSTRAÇÃO DA C2 .

$\forall a\,(a+0=a \;\&\; a+(-a)=0)$

$\Downarrow$

Se $+(-a) = (+)\mathrm{invR}(a) \Rightarrow +(-(-a)) = \mathrm{invR}(\mathrm{invR}(a)) = a$

$\Downarrow$

$-(-a)=a$

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Prop → Cmd

Se ____, então x _ y é ____ . : Prop × (Int × Int → Int) × (Int → Prop) → Prop

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × ~~Nat~~ Int → Prop

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × Int → Prop

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var × Type × ~~Int~~ Prop → Prop

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → Cmd

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → Prop

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[$ ____ $=$ ____ $]$: Type × ~~Prop~~ (Int × Int → Int) × ~~Prop~~ Int → ~~Cmd~~ Prop

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das **B1**, **B2**.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha $(\neg P$ ou $\neg Q)$.$^{(h)}$

Suponha $P \,\&\, Q$.$^{(i)}$

Extrair-L: (i)

melhor

Caso $\neg P$ [?]

Aplique P em $P \Rightarrow \bot$ para obter $\bot$.

Extrair-R: (i)

Caso $\neg Q$

~~Aplique Q em $Q \Rightarrow \bot$ para obter $\bot$.~~

Similar.

(12) **C** *Escolha **exatamente** uma das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\text{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\text{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C1 .

Existência

~~Seja a:int~~

Quem é?

Qual o alvo?

Testemunha $(\boxed{a} + (-a))$

Calculamos

$a + (a + (-a))$

$= a + 0$ [(+)-invR]

$= a.$ [(+)-id R]

Unicidade

Seja x : int tal que $\boxed{a} + x = a$

Calculamos

$a + (-a)$

$= 0.$ [(+)-invR]

?

Só isso mesmo.

nem usou isso

LEMMATA (até 2)

(+)-ResR.

Existência

Testemunha $(-a) + b$.

Calculamos

$a + ((-a) + b)$

$= (a + (-a)) + b$ [(+)-ASS]

$= 0 + b$ [(+)-invR]

$= b$ [(+)-idR]

Unicidade

Seja x : int tal que $a + x = b$

Calculamos

$(-a) + b$

$= (-a) + (a + x)$ [pela escolha de x]

$= ((-a) + a) + x$ [(+)-ass]

$= 0 + x$ [(+)-invL]

$= x.$ [(+)-id L]

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Prop → Cmd ✓

Se ____ , então x _ y é ____ . : Prop × (int × int → int) × Prop → Prop ✗

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop ✓

____ mora em ____ , junto com mais ____ habitantes. : Person × city × Nat → Prop ✓

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var × Type × Prop → Prop ✓

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → Cmd ✓

Como ____ , logo ____ é inocente. : Prop × person → Prop ✗

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[$ ____ $=$ ____ $]$: Type × int × int → Prop ✗

(8) **B** *Demonstre **exatamente** uma das **B1**, **B2**.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1 .

Suponha $(\neg P$ ou $\neg Q)$. ✓

Suponha $h : (P \,\&\, Q)$. ✓

Separe em casos a partir de $(\neg P$ ou $\neg Q)$. ✓

Caso $\neg P$:

Aplique $\neg P$ em $h.l$ para obter $\bot$. ■ ✓

Caso $\neg Q$:

~~Aplique $\neg Q$ em $h.r$ para obter $\bot$. ■~~ ✗

Similar.

■

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das **C1**, **C2**.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C2 .

Seja a: int.
temos (-a) + (-(-a)) = 0 [(+) InvR (-a)]
temos a + (-a) = 0 [(+)InvR a]
logo (-a) + a = 0 [(+) Com a (-a)]
logo (-(-a)) = a. [(+)ResR (-a)+_ = 0]
∎
✓

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(+)-ResR
-- Existência: (∀a,b) (∃x) [a+x=b]
Sejam a,b:int
(Seja?) Escolho $\boxed{\text{x=}}$ b+(-a). ??
era pra ser teu alvo
Temos a + (b + (-a)) = b. [Pela escolha de x]
logo a + ((-a)+b) = b. [(+) Com b (-a)]
logo (a + (-a)) + b = b [(+) Ass a (-a) b]
logo 0 + b = b [(+) InvR a]
logo b+0 = b [(+) Com 0 b]
Immediato. [(+)IdR b] → Acabou concluindo algo trivial (b=b) e portanto inútil aqui.
-- Unicidade: (∀x,x') [a+x=b & a+x'=b ⇒ x=x']
Sejam x, x': int. ??
Suponha h: $\boxed{\text{a}}$+x=$\boxed{\text{b}}$ & a+x'=b.
temos a+x=b. [h.l]
logo a+x=a+x'. [h.r]
logo x+a = x'+a. [(+) Com a x] [(+) Com a x']
logo x+a+(-a) = x'+a+(-a).
logo x+0 = x'+0. [(+) InvR]
logo x = x'. [(+)Id R-0]
∎
✓

(8) **A**

Usando os: $\to$, $\times$, (,), e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Prop → Prop

Se ____, então x _ y é ____ . : Prop × type × Int → Prop

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × Nat → Prop ✓

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var × type × Int → Cmd

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type → Cmd ✓

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Cmd → Prop

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type × Var × Var → Cmd

(8) **B** *Demonstre **exatamente uma** das **B1**, **B2**.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B2 .

~~(P => Q) ou (Q => P)~~

Escolha a direita

Suponha Q (1)

Suponha P (2)

Split

Caso Q

Imediato em (1)

Caso P

Imediato em (2)

Aplique (1) (Q => P)

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das **C1**, **C2**.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\text{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA $\boxed{\text{C1 e C2}}$?

C1

~~∃~~

(+) - ~~Identidade~~

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

C2

$\forall a : Int$

$-(-a) = a$ (+) - InvR

$a + (-a) = 0$ (+) - IdR

$a + 0 = a$

$= a$

(8) **A**

Usando os: $\rightarrow, \times, (,),$ e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____. : PROP → Cmd ✓

Se ____, então x _ y é ____. : VAR × (INT → PROP) × PROP → Cmd ✗

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : PERSON × NAT → PROP ✓

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : PERSON × CITY × NAT → PROP ✓

Existe ____ : ____ tal que ____. : (INT × INT) → PROP) × PROP → Cmd ✗

Seja x : ____ tal que $x = x$. : INT → PROP ✗

Como ____, logo ____ é inocente. : TYPE × PERSON → PROP ✗

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: ~~Type~~ INT × (INT × INT) → PROP ✗

(8) **B** *Demonstre **exatamente uma** das **B1**, **B2**.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $(\neg P \text{ ou } \neg Q) \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B2 .

ESCOLHO O LADO DIREITO ✗

SUPONHA Q

SUPONHA Q ⇒ P

APLIQUE (Q ⇒ P) EM Q PARA OBTER P

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das **C1**, **C2**.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C3.

SEJAM a, b INTEIROS TAL QUE ab = 0 (h) is ✓

LOGO $a+(-(b)) = a$ [(+)IDTR-a] (h1) ?? X

LOGO $(-(a)) + b = b$ [(+)IDE-b] (h2)

SEPARO EM CASOS [?]

CASO $a = 0$

CALCULAMOS

X $a \cdot b = 0$ (h)

$0 \cdot b = 0$ (h1)

$0 = 0$

*CASO $b = 0$ ↓

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

*CASO $b = 0$

CALCULAMOS

X $a \cdot b = 0$ (h)

$a \cdot 0 = 0$ (h1)

$0 = 0$

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____. : Prop → Cmd.

Se ____, então x _ y é ____. : ~~Prop × (Type × Type → Type)~~
↪ Prop × (Int × Int → Int) × (Int → Prop). → Prop

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person × Nat → Prop.

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person × City × Nat → Prop.

Existe ____:____ tal que ____. : Var × Type × Prop → Prop.

Seja x :____ tal que $x = x$. : Type → Cmd.

Como ____, logo ____ é inocente. : Prop × Person → Prop

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Type × Var × Int → Cmd.

(Cmd) ?

(8) **B** *Demonstre* ***exatamente*** *uma das* ***B1***, ***B2***.

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $(\neg P$ ou $\neg Q) \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B1.

Suponha ¬P ou ¬Q. (hn).
Suponha P ∧ Q. (hpq).
Separe em casos a partir de (hn).
Caso ¬P (hn. l)
| Extraia à esquerda de (hpq) para obter P.
| Aplique (hn. l) em P para obter Boom.
| Contradiction.
Caso ¬Q (hn. r)
| Similar.

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C1.

Existência:

Seja a : Int.

Escolha o 0. X

Calculamos:

$a + 0 = a$. [(+)-idR a]

Imediato.

UNICIDADE: X

Sejam $\boxed{a,}$ u, v : Int.

Suponha ∀a a+u = a ∧ ∀a a+v = a. (h)

Calculamos:

$a + u = a$. [h.l]

$= a + v$. [h.r]

Temos $a + u = a + v$.

Logo, $u + a = v + a$. [(+)-com a u, (+)-com a v]

Logo, $u = v$. [(+)-CanR a]

Imediato.

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(+)-CanR : $(\forall a)(\forall u)(\forall v)\,[\,u + a = v + a \Rightarrow u = v\,]$

Seja a : Int.

Seja u : Int.

Seja v : Int. ✓

Suponha $u + a = v + a$. (h) ✓

~~Logo, ...~~

Calculamos: $u = u + 0$. [(+)-idR u]

$= u + (a + (-a))$. [(+)-invR a]

$= (u + a) + (-a)$ [(+)-ass u a (-a)]

$= (v + a) + (-a)$ [h]

$= v + (a + (-a))$ [(+)-ass v a (-a)]

$= v + 0$ [(+)-invR a]

$= v$ [(+)-idR v]

Imediato.

complicou demais!

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . : Prop $\to$ Cmd ✓

Se ____, então x _ y é ____ . : prop $\to$ (Int $\times$ Int $\to$ Int) $\to$ Prop ?

Na casa de ____ tem ____ gato(s). : Person $\times$ int $\to$?

____ mora em ____, junto com mais ____ habitantes. : Person $\times$ City $\times$ Int $\to$?

Existe ____ : ____ tal que ____ . : Var $\times$ Type $\times$ prop $\to$ Cmd ✗

Seja x : ____ tal que $x = x$. : Type $\to$ Cmd ✓

Como ____, logo ____ é inocente. : String $\times$ Person $\to$?

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\_\_\_\_ = \_\_\_\_]$: Int $\to$ (Int $\times$ (Int $\times$ Int $\to$ Int)) $\to$ Prop

(8) **B** *Demonstre* ***exatamente uma*** *das* ***B1, B2.*** ✗

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

DEMONSTRAÇÃO DA B2 .

Separo em casos ← usando qual disjunção?

Vou demonstrar $(P \Rightarrow Q)$

Suponha P $^{h.1}$

Vou demonstrar $(Q \Rightarrow P)$

Suponha Q $^{h.2}$

Vou demonstrar $(P \Rightarrow Q)$

Suponha P $^{h.3}$

Imediato pela h.2

Imediato pela h.1

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das C1, C2.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$(\cdot)\texttt{-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,].$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\mathbf{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,].$$

DEMONSTRAÇÃO DA C1 .

$(\exists ! i)(\forall a)[(a+i=a) \,\&\, (i+a=a)] \Leftrightarrow (\exists i)(\forall a)[(a+i=a) \,\&\, (i+a=a)]$
&
$(\exists_{\leq 1} i)(\forall a)[(a+i=a) \,\&\, (i+a=a)]$

Split

Escolho unicidade

Escolho $i=0$

Seja a : int

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

(+)-IdL $(\forall a)[0+a=a]$

Seja a : int

Calculamos

$0+a = a+0$ [(+)Com : a, 0]

$= a$ [(+)IdR : a]