FMC1, 2024.2
(Turma M56 do Thanos)

Prova IDMa.1
(points: 28; bonus: $0^\flat$; time: 42')

Nome:

2024-10-18

Regras:

I. Não vires esta página antes do começo da prova.

II. Nenhuma consulta de qualquer forma.

III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).[1]

IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.

V. $(\forall x)\,[\,\mathrm{Colar}(x) \implies \neg\mathrm{Passar}(x, \mathrm{FMC1})\,]$.[2]

VI. Use caneta para tuas respostas.

VII. Responda dentro das caixas indicadas.

VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.

IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.

X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.

XI. Respeite as restrições dos problemas que têm escolha.[3]

Dados. Os inteiros $(\mathbb{Z}; 0, 1, +, -, \cdot)$ com tipos:

$$0, 1 : \mathsf{Int} \qquad (+), (\cdot) : \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \qquad (-) : \mathsf{Int} \to \mathsf{Int}$$

Axiomas.

`(+)-ass`	$: (a + b) + c = a + (b + c)$	`(·)-ass`	$: (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
`(+)-idR`	$: a + 0 = a$	`(·)-idR`	$: a \cdot 1 = a$
`(+)-com`	$: a + b = b + a$	`(·)-com`	$: a \cdot b = b \cdot a$
`(+)-invR`	$: a + (-a) = 0$	`(·),(+)-distR`	$: (a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

Esclarecimento:

As demonstrações/refutações precisam ser na linguagem "low-level" que temos elaborado nas aulas. (Escreva apenas a parte de "código". *Não inclua* os Dados/Alvo no teu texto!) Podes—aliás, deves—utilizar as convenções e açúcares sintácticos que introduzimos para deixar teu código mais legível e mais curto. Na dúvida, pergunte. *Quando possível*, evite usar magia!

Boas provas!

---

[1] Ou seja, *desligue antes* da prova.
[2] Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.
[3] Respostas violando essa regra (respondendo em mais questões) tirarão 0 pontos.

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, Country atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas"; não é pra escrever nada nelas.

Suponha ____ . :

Se ____ , então x _ y é ____ . :

Na casa de ____ tem ____ gato(s). :

____ mora em ____ , junto com mais ____ habitantes. :

Existe ____ : ____ tal que ____ . :

Seja x : ____ tal que $x = x$. :

Como ____ , logo ____ é inocente. :

$n \mid m \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\ \_\_\_\_ = \_\_\_\_\ ]$:

(8) **B** *Demonstre* ***exatamente uma*** *das* ***B1, B2****.*

Sejam P, Q, R proposições.

(8) **B1.** $\neg P$ ou $\neg Q \Rightarrow \neg(P \,\&\, Q)$.

(8) **B2.** $(P \Rightarrow Q)$ ou $(Q \Rightarrow P)$.

Demonstração da ______ .

(12) **C** *Escolha **exatamente uma** das **C1**, **C2**.*

(8) **C1.** Existência e unicidade de (+)-identidade.

(8) **C2.** Para qualquer inteiro a, $-(-a) = a$.

(12) **C3.** Considere a lei do cancelamento multiplicativo como axioma:

$$\texttt{(}\cdot\texttt{)-can*R}: \quad (\forall u \neq 0)\,(\forall a, b)\,[\,au = bu \Rightarrow a = b\,]\,.$$

Demonstre a lei dos não zerodivisores:

$$\texttt{nzd}: \quad (\forall a, b)\,[\,ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0\,]\,.$$

DEMONSTRAÇÃO DA ______ .

Só isso mesmo.

LEMMATA (até 2)

Rascunho