
Nome:

2023-12-18

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova. VI. Responda dentro das caixas indicadas, escrevendo em forma clara e facilmente legível.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma. VII. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹ VIII. Respeite as restrições dos problemas que têm escolha.³
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo. IX. Escolha até um dos L, T.⁴
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$.²

Esclarecimento: Tuas demonstrações precisam ser escritas na linguagem mid-level que temos elaborado na disciplina.⁵ Tuas definições devem utilizar apenas a sintaxe e a notação que temos utilizado na disciplina.

Dados:

```
data Nat                data Maybe α                data List α                data Dir
  0 : Nat                Nothing : Maybe α                Nil : List α                L : Dir
  S : Nat → Nat         Just   : α → Maybe α                Cons : α → List α → List α  R : Dir

data Either α β        data LTree α β
  Left  : α → Either α β    Tip    : α → LTree α β
  Right : β → Either α β    Fork   : β → LTree α β → LTree α β → LTree α β

(+) : Nat → Nat → Nat    (*) : Nat → Nat → Nat    (++) : List α → List α → List α
m + 0 = m                m * 0 = 0                [] ++ ys = ys
m + (S n) = S (m + n)    m * (S n) = m + (m * n)  (x:xs) ++ ys = x : (xs ++ ys)

(.) : (b → c) → (a → b) → (a → c)
(f . g) x = f (g x)

type Path = List Dir
```

Os teoremas que demonstramos pré-listas sobre (+), (·), (^), (≤)

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Respostas violando essa regra (respondendo em mais questões) tirarão 0 pontos.

⁴Provas violando essa regra (com respostas em mais problemas) não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

⁵*Não inclua* os Dados/Alvo nem outros rascunhos no teu texto!

(42) **L**

(12) **L1.** Complete as igualdades seguintes **com algo interessante**:⁶

$$\begin{array}{ll} \text{length } (xs \ ++ \ ys) = & \text{map id} = \\ \text{map } f \circ \text{map } g = & \text{filter } p \circ \text{map } f = \\ \text{map } f \ (xs \ ++ \ ys) = & \text{product} \circ \text{map } (n \wedge) = \end{array}$$

(12) **L2.** Defina recursivamente as funções: length, map, filter, fold.
DEFINIÇÕES.

(18) **L3.** Escolha **exatamente uma da primeira coluna** do **L1** para demonstrar.
DEMONSTRAÇÃO DA _____ .

⁶DEFINIÇÃO. Chamamos algo de *interessante* sse Thanos acha tal algo interessante.

(66) **T**

(8) **T1.** Escreva a regra de inferência que corresponde à indução do tipo $\text{LTree } \alpha \beta$.

(12) **T2.** Defina o que precisa para o $\text{GTree } _$ virar um Functor.⁷

DEFINIÇÃO.

(14) **T3.** Levando em consideração os exemplos de uso no quadro, defina recursivamente as funções:

(2×) $\text{forks, tips} : \text{LTree } \alpha \beta \rightarrow \text{Nat}$

(3×) $\text{join, meet} : (\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \text{LTree } \alpha \alpha \rightarrow \text{LTree } \alpha \alpha \rightarrow \text{LTree } \alpha \alpha$

(4×) $\text{balanced} : \text{LTree } \text{Nat } \text{Nat} \rightarrow \text{Bool}$

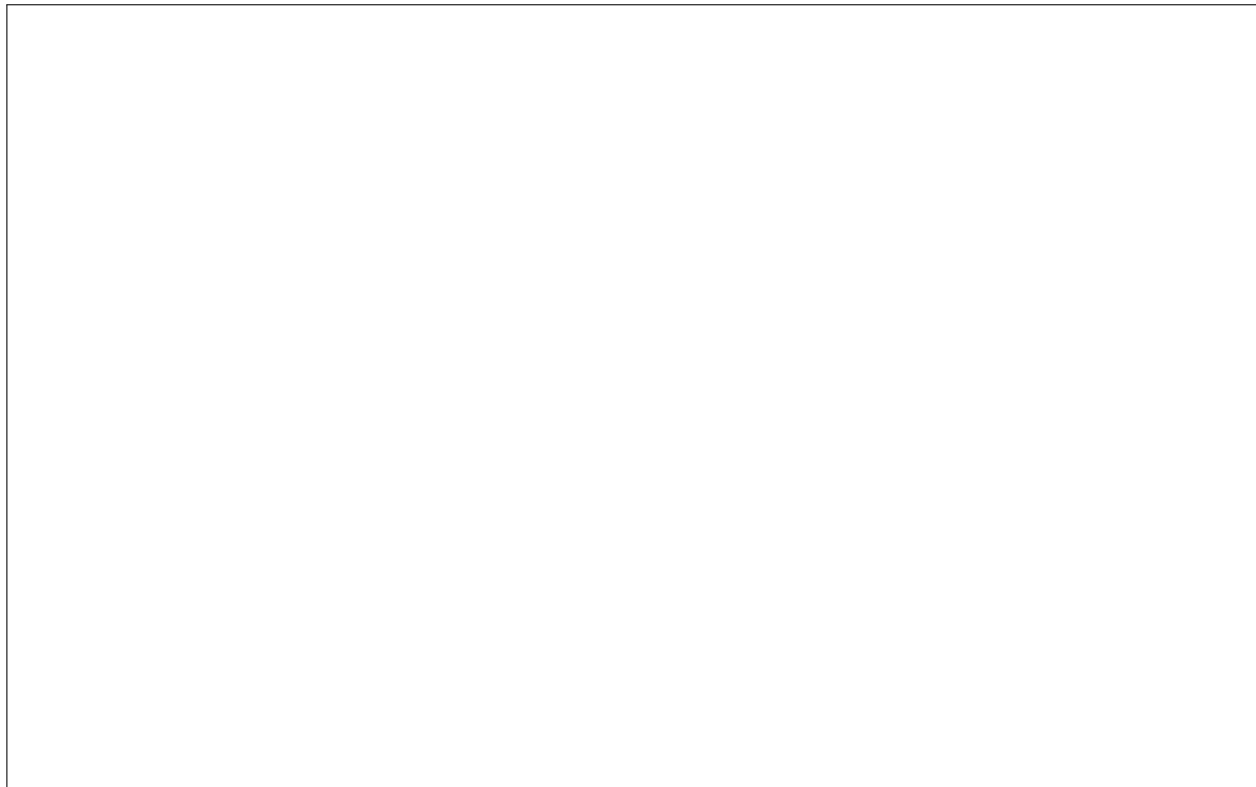
RESPOSTA. **Não** repita as tipagens na resposta!

⁷Com tipagem; e **sem** demonstrar as leis necessárias!

(20) **T4.** Demonstre: $\text{tips} = \mathbf{S} \circ \text{forks}$.

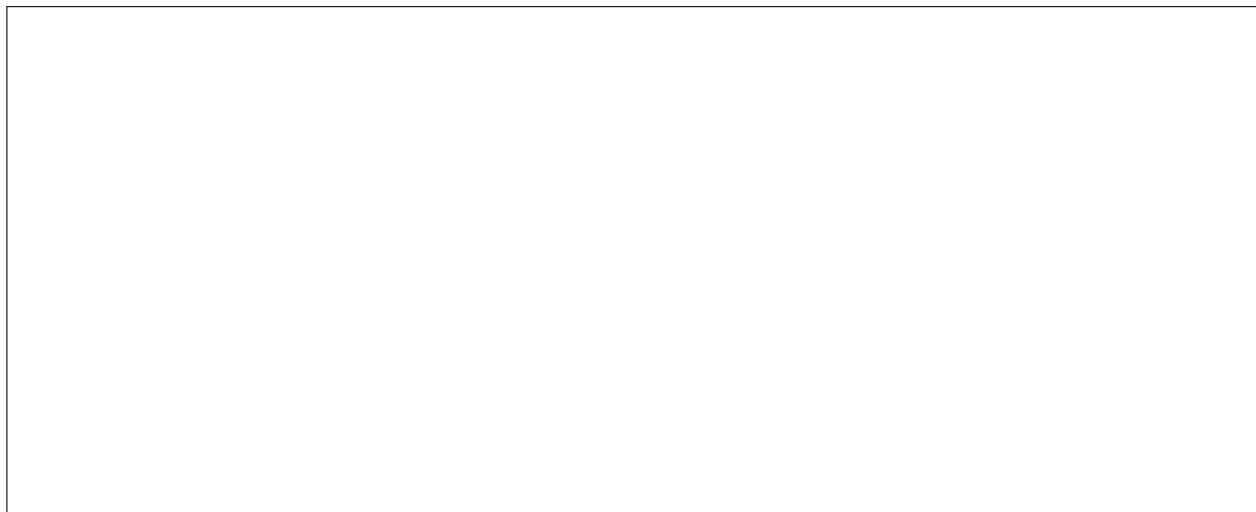
Podes considerar dados quaisquer dos teoremas da **L1**.

DEMONSTRAÇÃO.



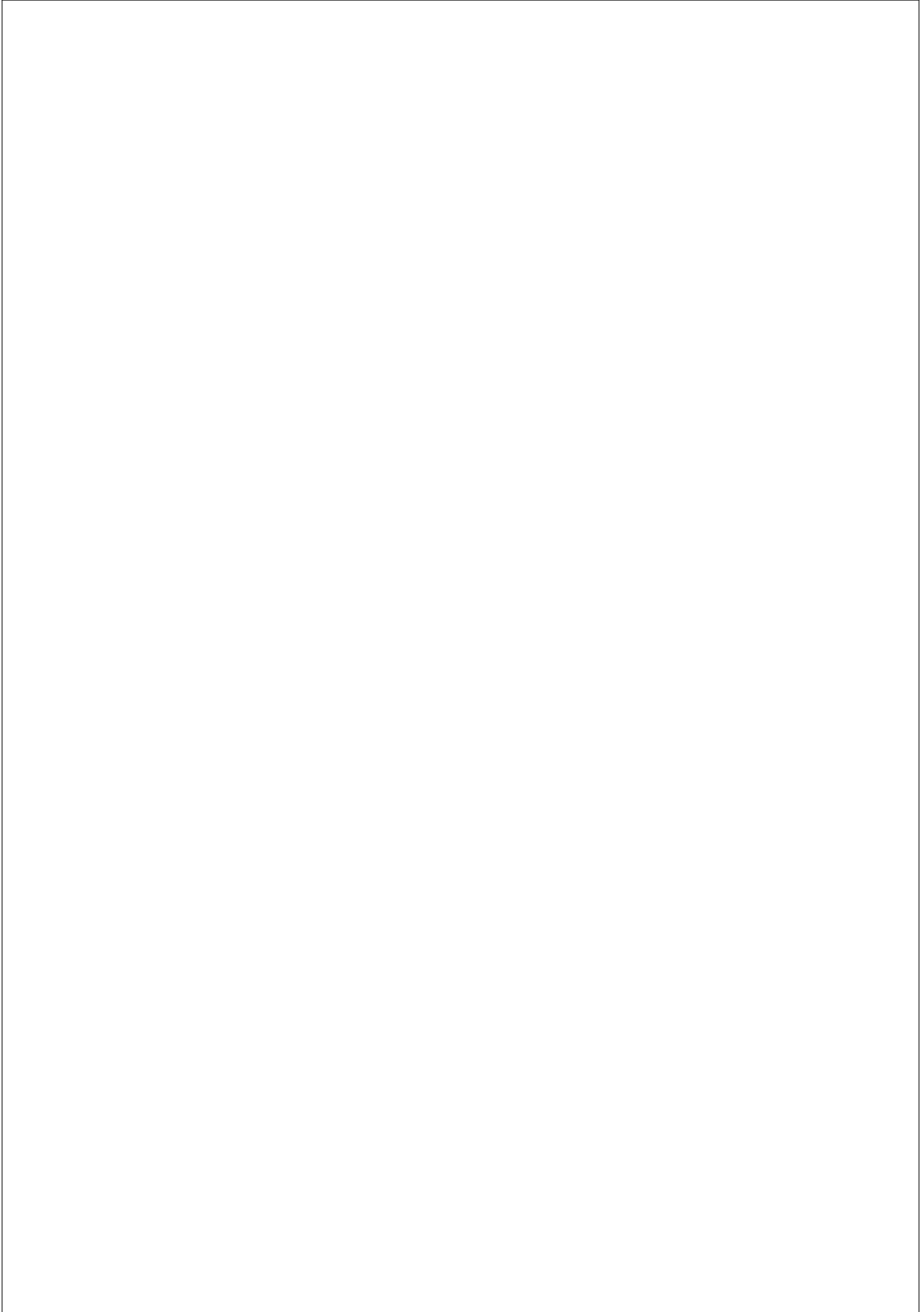
(12) **T5.** Defina funções eval e step para o **ArEx**.

DEFINIÇÕES.



Só isso mesmo.

LEMMATA



RASCUNHO