

---

Nome:

---

2023-09-15

## Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).<sup>1</sup>
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V.  $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$ .<sup>2</sup>
- VI. Responda dentro das caixas indicadas, escrevendo em forma clara e facilmente legível.
- VII. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- VIII. Respeite as restrições dos problemas que têm escolha.<sup>3</sup>

**Esclarecimento:** Tuas demonstrações precisam ser escritas na linguagem mid-level que temos elaborado na disciplina.<sup>4</sup> Tuas definições devem utilizar apenas a sintaxe e a notação que temos utilizado na disciplina.

## Dados:

```
data Nat
  0 : Nat
  S : Nat → Nat
```

```
(+) : Nat → Nat → Nat      (*) : Nat → Nat → Nat      (^) : Nat → Nat → Nat
m + 0      = m              m * 0      = 0              m ^ 0      = S 0
m + (S n) = S (m + n)      m * (S n) = m + (m * n)  m ^ (S n) = m * (m ^ n)
```

atribuímos em todas essas operações binárias associatividade (sintáctica) à direita. Atribuímos também precedências (sintáticas) de baixa para alta:  $(+)$ ,  $(\cdot)$ ,  $(\wedge)$ .

Definimos a relação  $(\leq) : \text{Nat} \times \text{Nat} \rightarrow \text{Prop}$  pela

$$n \leq m \stackrel{\text{def}}{\iff} (\exists k) [n + k = m].$$

*Boas provas!*

---

<sup>1</sup>Ou seja, *desligue antes* da prova.

<sup>2</sup>Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

<sup>3</sup>Respostas violando essa regra (respondendo em mais questões) tirarão 0 pontos.

<sup>4</sup>*Não inclua* os Dados/Alvo nem outros rascunhos no teu texto!

(8) **D**

Defina recursivamente (como temos definido nesta disciplina) uma função

$$\text{compare} : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$$

que satisfaz a especificação:

$$\text{compare } x \ y = 0 \iff x = y$$

$$\text{compare } x \ y = 1 \iff x < y$$

$$\text{compare } x \ y = 2 \iff y < x$$

(Apenas defina; sem demonstrar sua corretude.)

DEFINIÇÃO.  $\text{compare} : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$

(16) **E**

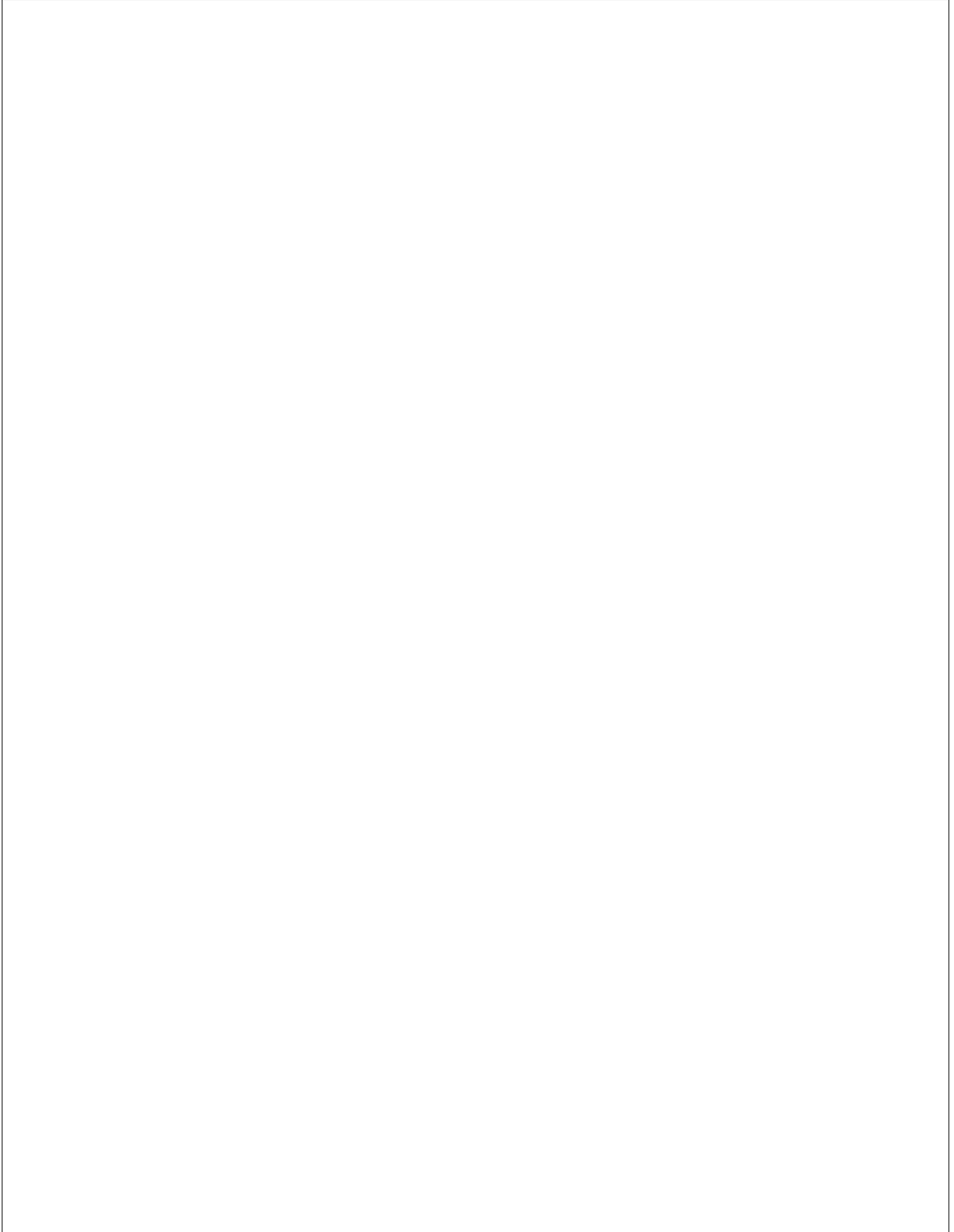
*Demonstre exatamente uma das E1, E2.*

(16) **E1.**  $(\forall a)(\forall b)(\forall u) [\text{compare } a \ b = \text{compare } (a + u) \ (b + u)]$ .

(8) **E2.**  $(\forall a)(\forall b)(\forall u) [(a + b)u = au + bu]$ .

DEMONSTRAÇÃO DA \_\_\_\_\_ .

## LEMMATA



## RASCUNHO