
Nome:

2023-09-15

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- XI. Respeite as restrições dos problemas que têm escolha.³

Dados. Os inteiros $(\mathbb{Z}; 0, 1, +, -, \cdot)$ com tipos:

$$0, 1 : \text{Int} \quad (+), (\cdot) : \text{Int} \times \text{Int} \rightarrow \text{Int} \quad (-) : \text{Int} \rightarrow \text{Int}$$

Axiomas.

(ZA-Ass)	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	(ZM-Ass)
(ZA-IdR)	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$	(ZM-IdR)
(ZA-Com)	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$	(ZM-Com)
(ZA-InvR)	$a + (-a) = 0$	$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$	(Z-DistR)
(Z-NZD)	$a \cdot b = 0 \implies a = 0$ ou $b = 0$		

Esclarecimento:

As demonstrações/refutações precisam ser na linguagem “low-level” que temos elaborado nas aulas. (Escreva apenas a parte de “código”. *Não inclua* os Dados/Alvo no teu texto!) Podes—aliás, deves—utilizar as convenções e açúcares sintáticos que introduzimos para deixar teu código mais legível e mais curto. Na dúvida, pergunte.

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Respostas violando essa regra (respondendo em mais questões) tirarão 0 pontos.

(8) **A**

Usando os: \rightarrow , \times , $(,)$, e os `Var`, `Nat`, `Int`, `Real`, `String`, `Set`, `Prop`, `Cmd`, `Type`, `Person`, `City`, `Country`, `Lang` atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam “buracos” ou “lacunas”; não é pra escrever nada nelas.

um amigo de ____ fala grego. :

____ fala ____ e mais ____ linguas fluentemente. :

Para todo ____ : `Int`, ____ . :

Seja x : ____ tal que $x = x$. :

Suponha ____ . :

Se ____, então $_ + 1$ é ____ . :

Como ____, logo ____ é par. :

$n \leq m \stackrel{\text{def}}{\iff} (\exists k : _)[_]$:

(8) **B**

Sejam P, Q, R proposições. Demonstre:

$$((P \ \& \ Q) \Rightarrow R) \implies ((P \Rightarrow Q) \Rightarrow R) \text{ ou } (P \Rightarrow (Q \Rightarrow R))$$

DEMONSTRAÇÃO.

(8) **C**

Demonstre exatamente uma das C1, C2.

C1. Para qualquer inteiro a , $(-1)a = -a$.

C2. A lei de cancelamento multiplicativo dos inteiros:

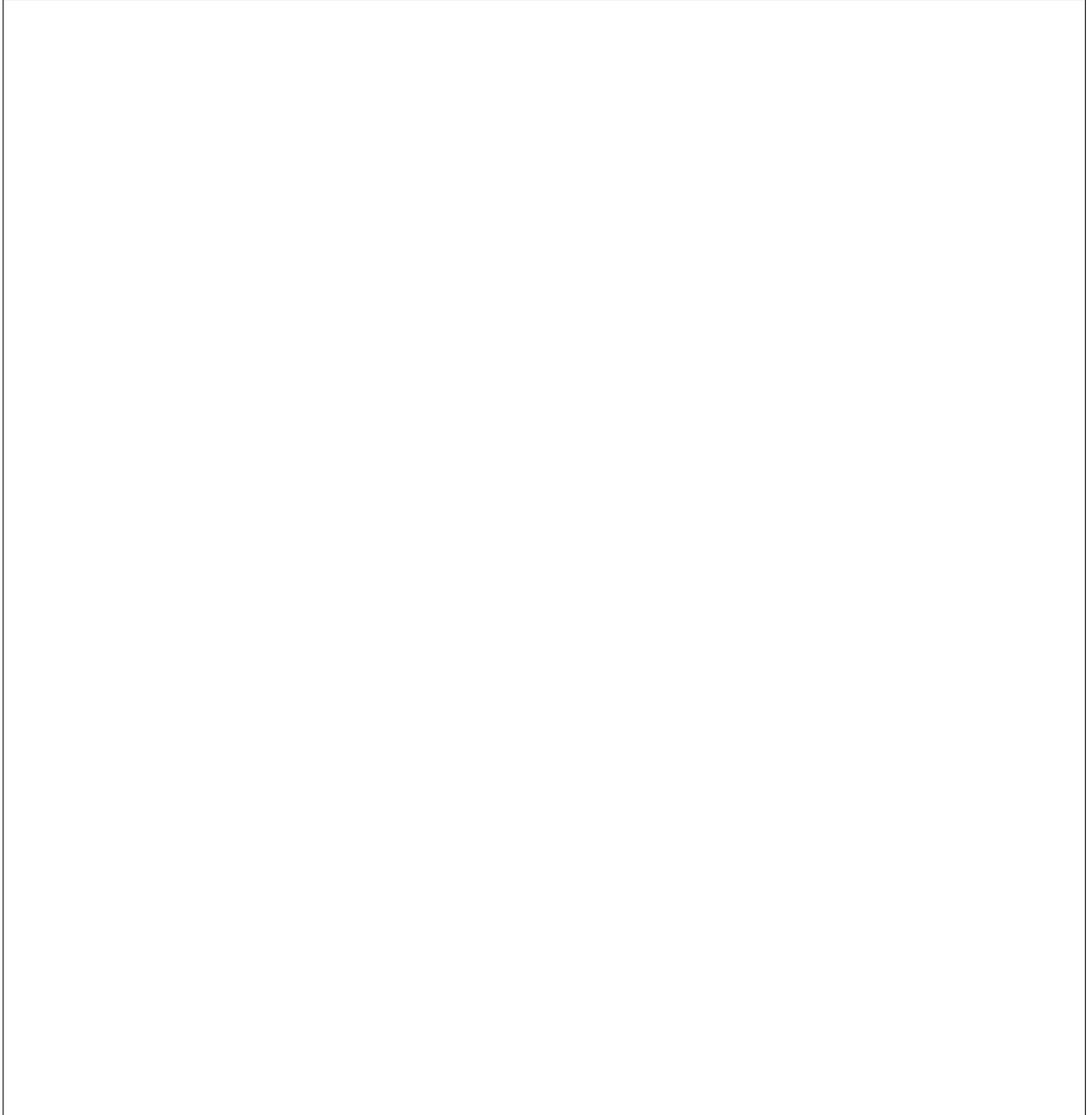
$$(\forall a, b, u) [au = bu \implies a = b \text{ ou } u = 0].$$

DEMONSTRAÇÃO DA _____ .

Só isso mesmo.

LEMMATA

LEMMATA



RASCUNHO