
Nome:

2022-12-07

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova. VI. Responda dentro das caixas indicadas, escrevendo em forma clara e facilmente legível.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma. VII. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹ VIII. Respeite as restrições dos problemas que têm escolha.³
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo. IX. Escolha até um dos L, T.⁴
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$.²

Esclarecimento: Tuas demonstrações precisam ser escritas na linguagem mid-level que temos elaborado na disciplina.⁵ Tuas definições devem utilizar apenas a sintaxe e a notação que temos utilizado na disciplina.

Dados:

```
data Nat                data Maybe α                data List α
  0 : Nat                Nothing : Maybe α                Nil  : List α
  S : Nat → Nat         Just   : α → Maybe α                Cons : α → List α → List α

data Either α β          data Tree α                data Dir
  Left  : α → Either α β  Tip    : α → Tree α                L : Dir
  Right : β → Either α β  Fork  : Tree α → Tree α → Tree α  R : Dir

(+) : Nat → Nat → Nat    (*) : Nat → Nat → Nat    (++) : List α → List α → List α
m + 0 = m                m * 0 = 0                [] ++ ys = ys
m + (S n) = S (m + n)    m * (S n) = n + (m * n)  (x:xs) ++ ys = x : (xs ++ ys)

(.) : (b → c) → (a → b) → (a → c)
(f . g) x = f (g x)

type Path = List Dir
```

Os teoremas: (+)-ass/com/id/inv, (·)-ass/com, (≤)-refl/trans/min/succ.

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Respostas violando essa regra (respondendo em mais questões) tirarão 0 pontos.

⁴Provas violando essa regra (com respostas em mais problemas) não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

⁵*Não inclua* os Dados/Alvo nem outros rascunhos no teu texto!

(38) **L**

(12) **L1.** Complete as igualdades seguintes **com algo interessante**:⁶

$\text{reverse} \circ \text{reverse} =$

$\text{map id} =$

$\text{map } f \circ \text{map } g =$

$\text{filter } p \circ \text{map } f =$

$\text{map } f (xs \ ++ \ ys) =$

$\text{sum} \circ \text{map } (n \cdot) =$

(6) **L2.** Defina recursivamente as funções: `reverse`, `map`, `filter`.

DEFINIÇÕES.

(20) **L3.** Escolha **exatamente uma da primeira coluna** do **L1** para demonstrar.

DEMONSTRAÇÃO DA _____ .

⁶DEFINIÇÃO. Chamamos algo de *interessante* sse Thanos acha tal algo interessante.

(56) **T**

(7) **T1.** Escreva a regra de inferência que corresponde à indução do tipo `Tree α`.

(5) **T2.** Escreva **apenas nomes e tipagens** para os destrutores do tipo `Tree α`.⁷

(4) **T3.** Defina o que precisa para o `Tree` virar um Functor.⁸

DEFINIÇÃO.

(16) **T4.** Levando em consideração os exemplos de uso no quadro, defina recursivamente as funções:

(2×) `forks, tips : Tree α → Nat` `flat : Tree α → List α`
(5×) `search : α → Tree α → List Path` `fetch : Path → Tree α → Maybe α.`

RESPOSTA. **Não** repita as tipagens na resposta!

⁷Versões parciais/unsafe!

⁸Com tipagem; e **sem** demonstrar as leis necessárias!

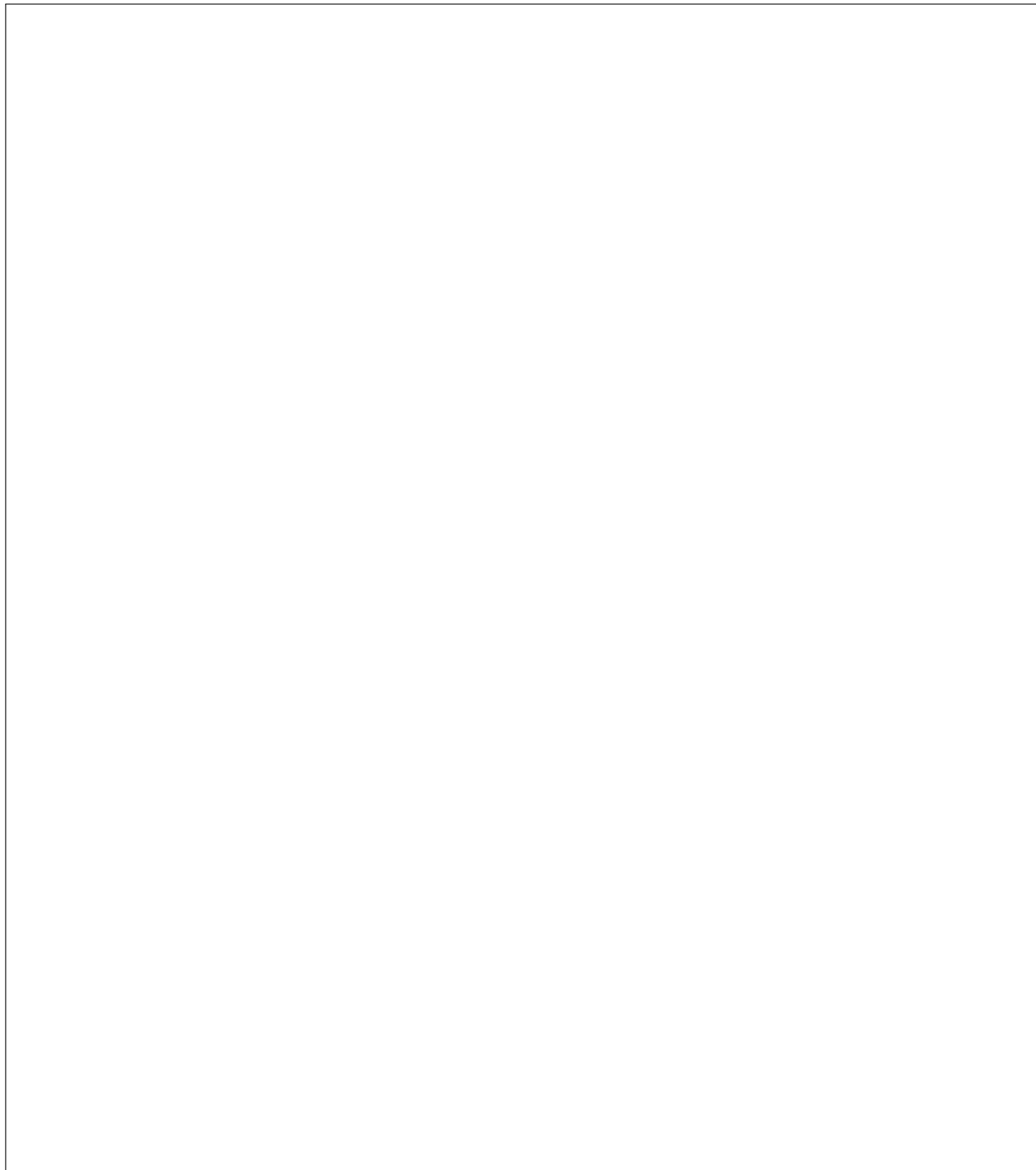
(24) **T5.** Demonstre **exatamente uma das**:

(16) (i) $\text{tips} = \mathbf{S} \circ \text{forks}$;

(24) (ii) $\text{flat} \circ \text{fmap } f = \text{map } f \circ \text{flat}$.

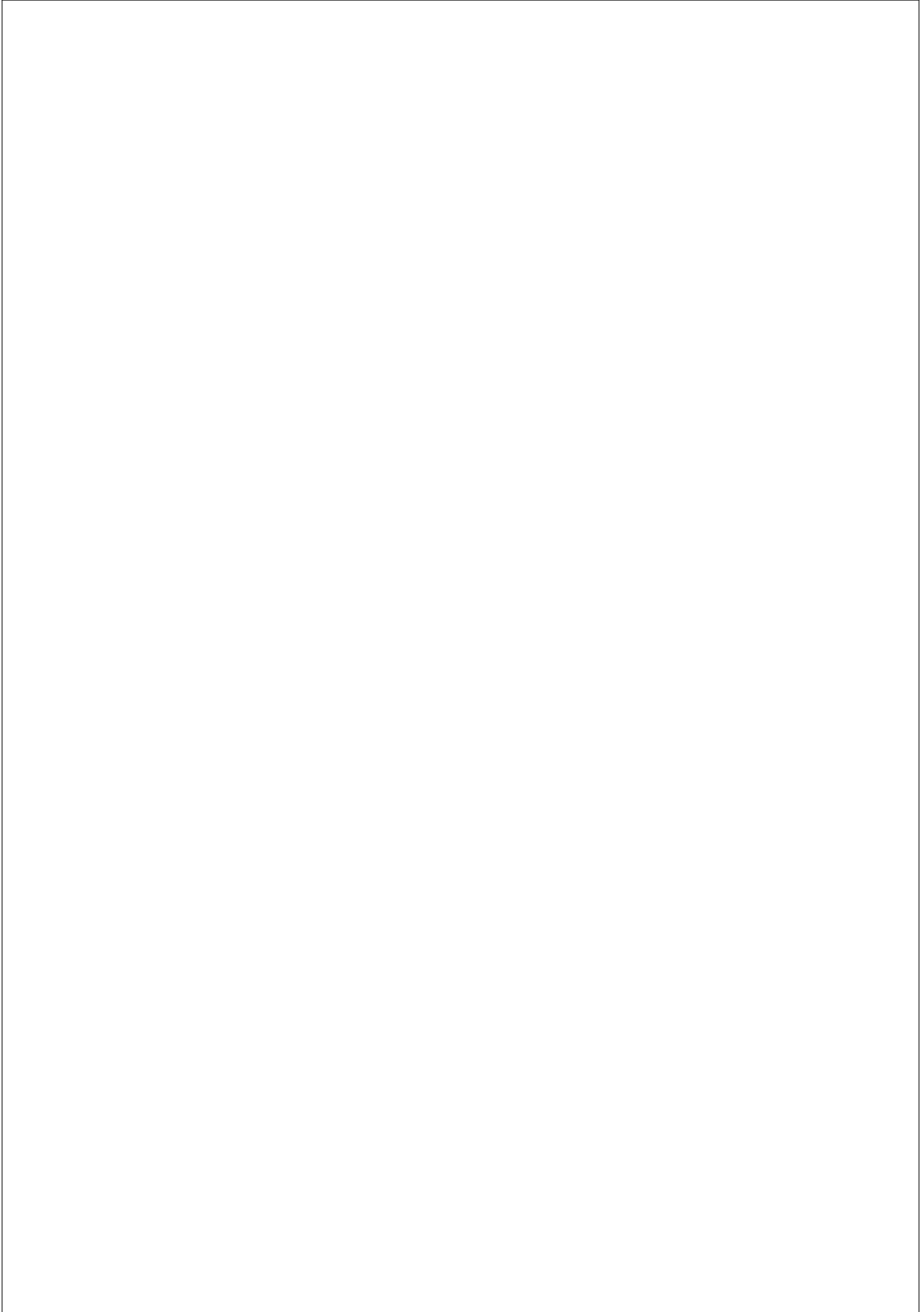
Podem considerar dados quaisquer dos teoremas da **L1**.

DEMONSTRAÇÃO.



Só isso mesmo.

LEMMATA



RASCUNHO