
Nome:

2022-11-07

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$.²
- VI. Responda dentro das caixas indicadas, escrevendo em forma clara e facilmente legível.
- VII. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- VIII. Escolha até 1 problema de cada página.³

Esclarecimento: Tuas demonstrações precisam ser escritas na linguagem mid-level que temos elaborado na disciplina.⁴ Tuas definições devem utilizar apenas a sintaxe e a notação que temos utilizado na disciplina.

Dados:

Definimos os tipos de dados:

data Bool	data Nat	data ListNat
False : Bool	O : Nat	Nil : ListNat
True : Bool	S : Nat \rightarrow Nat	Cons : Nat \rightarrow ListNat \rightarrow ListNat

Definimos as operações

$(+) : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$	$(\cdot) : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$	$(\wedge) : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$
$n + 0 = n$	$n \cdot 0 = 0$	$n \wedge 0 = S0$
$n + Sm = S(n + m)$	$n \cdot Sm = (n \cdot m) + n$	$n \wedge Sm = (n \wedge m) \cdot n.$

e atribuímos em todas associatividade (sintáctica) à direita. Atribuímos também precedências (sintáticas) de baixa para alta: $(+)$, (\cdot) , (\wedge) . Definimos a relação $(\leq) : \text{Nat} \times \text{Nat} \rightarrow \text{Prop}$ pela

$$n \leq m \stackrel{\text{def}}{\iff} (\exists k) [n + k = m].$$

São considerados **dados os teoremas:** $(+)$ -ass/com/id/inv, (\cdot) -ass/com, (\leq) -refl/trans/min/succ.

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Provas violando essa regra (com respostas em mais problemas) não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

⁴*Não inclua* os Dados/Alvo nem outros rascunhos no teu texto!

(8) **I**

INTERNALIZE a relação $(\leq) : \text{Nat} \times \text{Nat} \rightarrow \text{Prop}$ e os predicados $\text{Even}, \text{Odd} : \text{Nat} \rightarrow \text{Prop}$:

(18) **R**

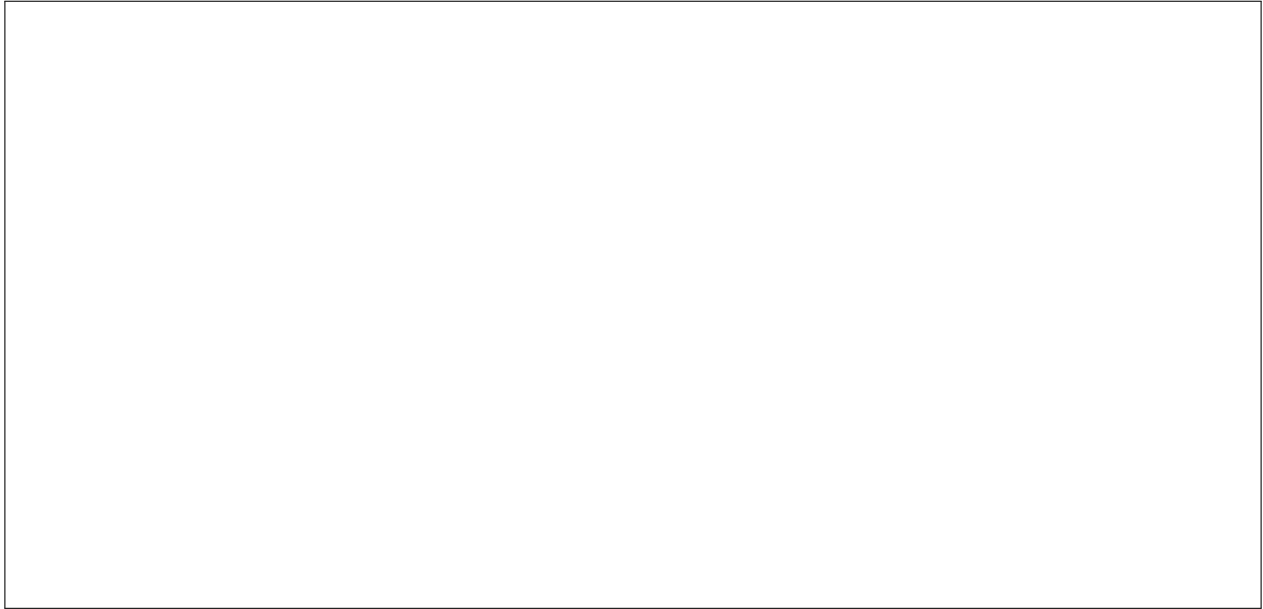
Levando em consideração os exemplos de uso no quadro, defina recursivamente as funções:

$product : \text{ListNat} \rightarrow \text{Nat}$ $replaceAt, addAt : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{ListNat} \rightarrow \text{ListNat}$
 $tidy : \text{ListNat} \rightarrow \text{Bool}$ $addNat, removeAt : \text{Nat} \rightarrow \text{ListNat} \rightarrow \text{ListNat}$
 $takeEvens, atEvens : \text{ListNat} \rightarrow \text{ListNat}$ $pwAdd : \text{ListNat} \rightarrow \text{ListNat} \rightarrow \text{ListNat}$

RESPOSTA. **Não** repita as tipagens na resposta!

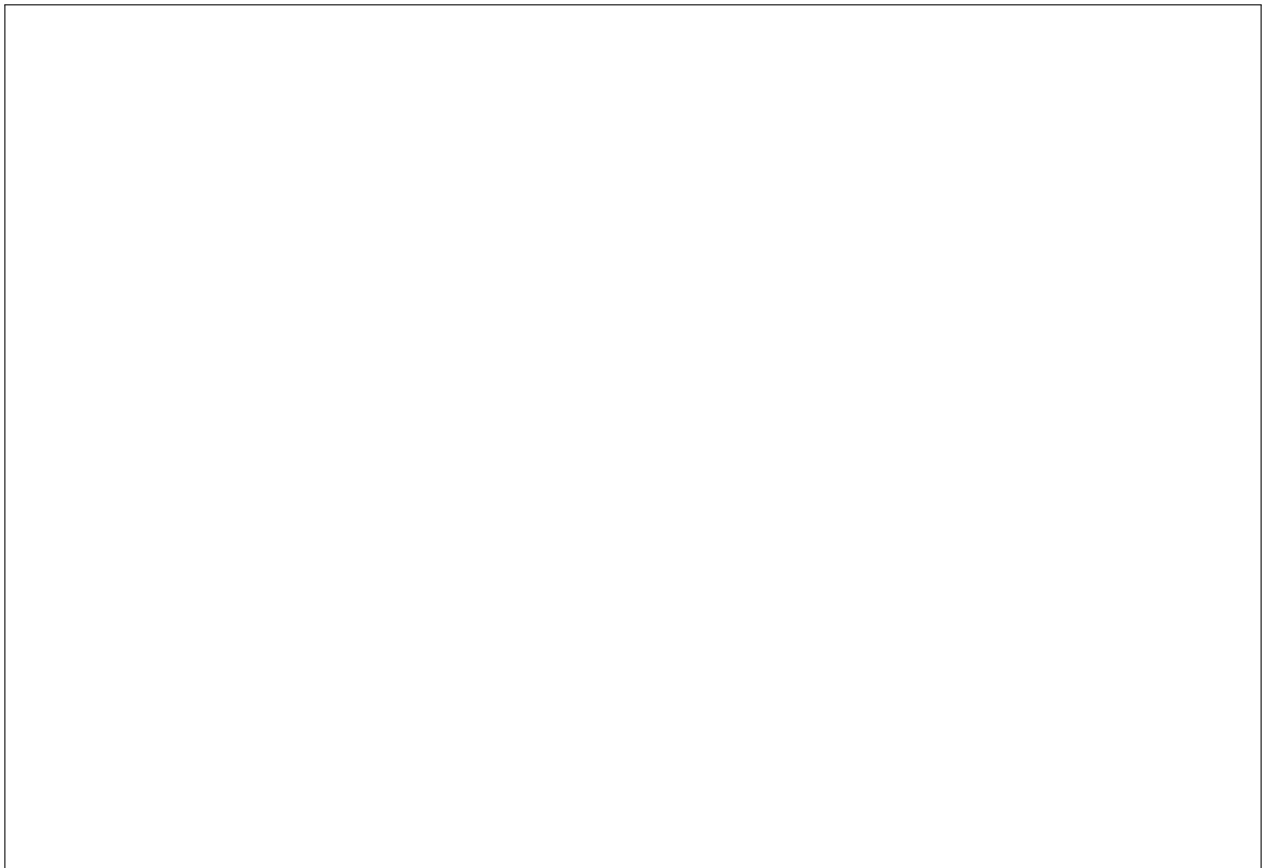
(9) **C**

DEMONSTRAÇÃO DE $(\forall a) (\forall b) (\forall c) [a^{b \cdot c} = (a^b)^c]$:



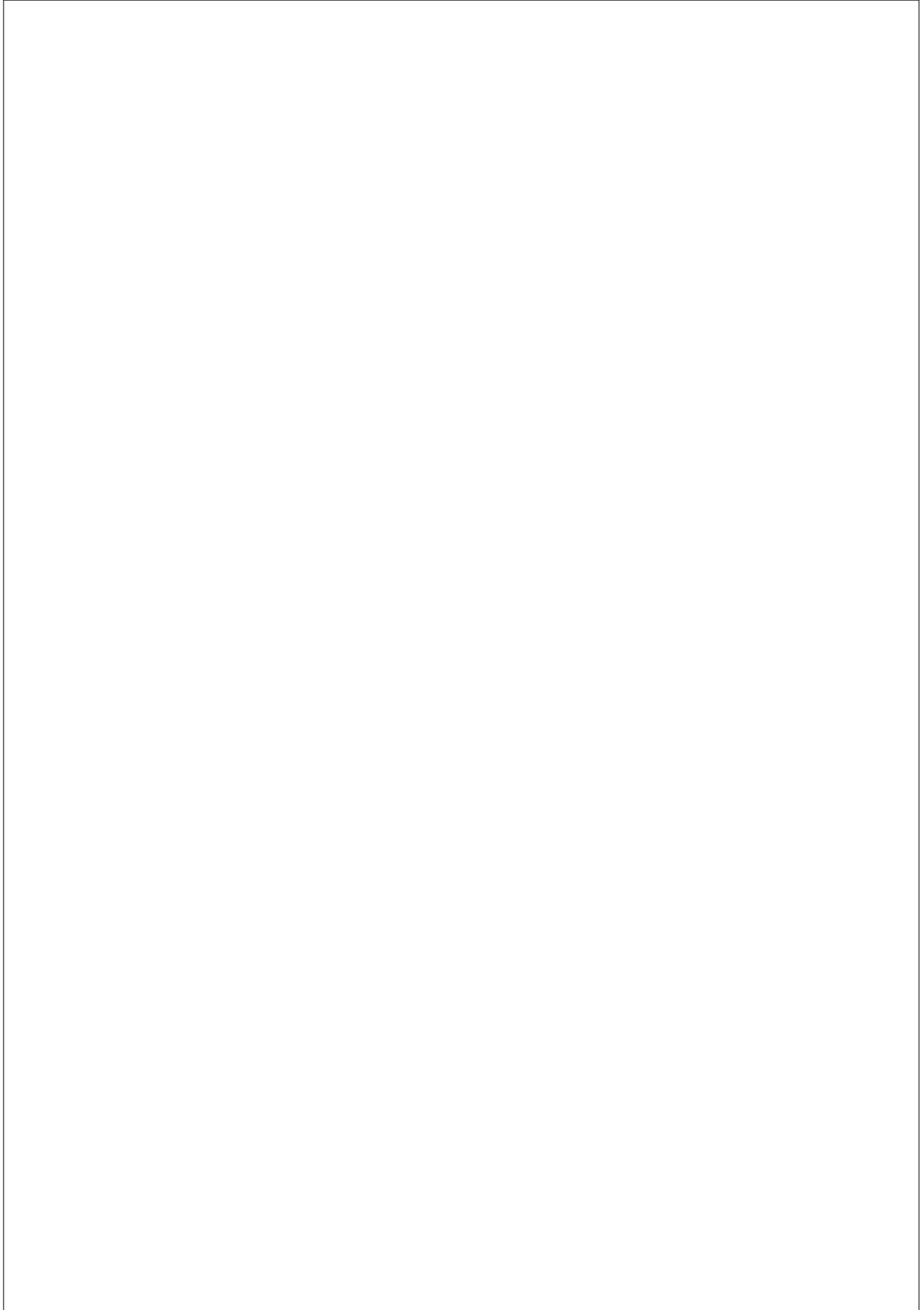
(18) **T**

DEMONSTRAÇÃO DE $(\forall n) (\forall m) [n \leq m \text{ ou } m \leq n]$:



Só isso mesmo.

LEMMATA



RASCUNHO