
Nome:

2022-10-26

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$.²
- VI. Responda dentro das caixas indicadas, escrevendo em forma clara e facilmente legível.
- VII. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- VIII. Escolha até 1 dos G, H, I.³

Dados. Os inteiros ($\mathbb{Z}; 0, 1, +, -, \cdot, \text{Pos}$) com tipos:

$$0, 1 : \text{Int} \quad (+), (\cdot) : \text{Int} \times \text{Int} \rightarrow \text{Int} \quad (-) : \text{Int} \rightarrow \text{Int} \quad \text{Pos} : \text{Int} \rightarrow \text{Prop.}$$

Axiomas.

(ZA-Ass), (ZA-IdR), (ZA-Com), (ZA-InvR), (ZM-Ass), (ZM-IdR), (ZM-Com),
(Z-DistR), (Z-NZD), (Z-NZero), (ZP-AC1), (ZP-MC1), (ZP-Tri), (Z-PB0).

Esclarecimento: Tuas demonstrações/refutações precisam ser na linguagem mid-level que temos elaborado nas aulas. *Não inclua* os Dados/Alvo nem outros rascunhos no teu texto! Os teoremas que demonstramos na disciplina “pré-congruência” são considerados dados, e podes usar nas suas respostas. Para citá-los, escreva apenas os seus enunciados (sem demonstrar) no Lemmata.

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Provas violando essa regra (com respostas em mais problemas) não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(12) **G**

Neste problema, escreva tua definição **em português matemático** que “compila” e que defina mesmo a noção correta. Tua definição, além de correta, precisa ser capaz de deixar a proposição que segue *demonstrável*.

(6) DEFINIÇÃO DE [REDACTED]:

Teorema. Seja x inteiro. Para qua [REDACTED]

$$[REDACTED] \implies (\forall [REDACTED]) [REDACTED].$$

(6) DEMONSTRAÇÃO.

(36) **H**

Sejam [REDACTED] tais que [REDACTED] coprimos [REDACTED].

Demonstre que para todo [REDACTED],

$$[REDACTED] \equiv [REDACTED]$$

Dica: Não tenha medo aplicar as definições das relações envolvidas.

DEMONSTRAÇÃO:

(24) **I**

Sejam a e b coprimos.

(12) **I1.** O $\gcd(a^2 + b^2, a^2 - b^2)$

$\gcd(a^2 + b^2, a^2 - b^2)$

$\gcd(a^2 + b^2, a^2 - b^2)$

(12) **I2.** $\gcd(a^2 + b^2, a^2 - b^2)$

(3) ENUNCIADO DE **I1**. (Podes escrever em português matemático ou usando fórmula mesmo.)

(9) DEMONSTRAÇÃO DE **I1**.

(4) ENUNCIADO DE **I2**. (Podes escrever em português matemático ou usando fórmula mesmo.)

(8) DEMONSTRAÇÃO DE **I2**.

Só isso mesmo.

LEMMATA

