FMC1, 2022.2
(Turma N12 do Thanos)

Prova 1.1
(points: 24; bonus: $0^\flat$; time: 48')

Nome: Θάνος **Gabarito**

2022-08-31

Regras:

I. Não vires esta página antes do começo da prova.

II. Nenhuma consulta de qualquer forma.

III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).[1]

IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.

V. $(\forall x)\,[\,\mathrm{Colar}(x) \implies \neg\mathrm{Passar}(x, \mathrm{FMC1})\,]$.[2]

VI. Use caneta para tuas respostas.

VII. Responda dentro das caixas indicadas.

VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.

IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.

X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.

Esclarecimento:

Suas demonstrações/refutações precisam ser na linguagem “low-level” que temos elaborado nas aulas. (Escreva apenas a parte de “código”. *Não inclua* os Dados/Alvo no teu texto!)

Boas provas!

---

[1] Ou seja, *desligue antes* da prova.

[2] Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

(8) **A**

Usando os: $\to$, $\times$, $($, $)$, e os Var, Nat, Int, Real, String, Set, Prop, Cmd, Type, Person, City, $\mathsf{Country}$, Lang atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam “buracos” ou “lacunas”.

$$\text{A mãe de } \underline{\hspace{2cm}} \text{ fala } \_\,. : \mathsf{Person} \times \mathsf{Lang} \to \mathsf{Prop}$$

$$\text{Seja } \_ : \mathsf{Int} \text{ tal que } \underline{\hspace{2cm}}\,. : \mathsf{Var} \times \mathsf{Prop} \to \mathsf{Cmd}$$

$$\text{Suponha } \underline{\hspace{2cm}}\,. : \mathsf{Prop} \to \mathsf{Cmd}$$

$$\text{a irmã de Thanos} : \mathsf{Person}$$

$$\text{Se } \underline{\hspace{2cm}}, \text{ então } \_ + 1 \text{ é par.} : \mathsf{Prop} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Prop}$$

$$\text{Como } \underline{\hspace{2cm}}, \text{ logo } p + 1 \text{ é par.} : \mathsf{Prop} \to \mathsf{Cmd}$$

$$a \mid b \overset{\text{def}}{\iff} (\exists k : \_)[\ \underline{\hspace{2cm}}\ ] : \mathsf{Type} \times \mathsf{Prop} \to \mathsf{Cmd}$$

$$\text{A cidade } \underline{\hspace{2cm}} \text{ tem } \underline{\hspace{2cm}} \text{ habitantes.} : \mathsf{City} \times \mathsf{Nat} \to \mathsf{Prop}$$

(8) **B**

Sejam P, Q proposições. Demonstre:

$$\big(\neg(P \mathbin{\&} Q) \Rightarrow \neg P \text{ ou } \neg Q\big) \quad \text{ou} \quad \big(\neg(P \mathbin{\&} Q) \Leftarrow \neg P \text{ ou } \neg Q\big)$$

DEMONSTRAÇÃO.

Escolho o lado direito.
Suponha $\neg P$ ou $\neg Q$ [(1)].
Suponha $P \mathbin{\&} Q$.
Separo em casos [pela (1)].
Caso $\neg P$.
  Extraia a parte esquerda da $P \mathbin{\&} Q$.
  Contradiction. [Aplicando a $\neg P$ no P.]
Caso $\neg Q$.
  Similar.

(8) **C**

Seja a inteiro. Demonstre que *para quaisquer* u, v *inteiros, se* $a \mid u$ *ou* $a \mid v$*, então para todo* x *inteiro,* $a \mid (uv)x$.

DEMONSTRAÇÃO.

Sejam u, v inteiros.
Suponha $a \mid u$ ou $a \mid v$ $^{(1)}$.
Seja x inteiro.
Separo em casos [pela (1)].
Caso $a \mid u$:
Logo seja k inteiro tal que $ak = u$.
Calculamos:

$$\begin{aligned}
(uv)x &= ((ak)v)x && \text{(pela escolha de } k\text{)} \\
&= (a(kv))x && \text{(associatividade da } (\cdot)\text{)} \\
&= a((kv)x) && \text{(associatividade da } (\cdot)\text{)}
\end{aligned}$$

Uso o $(kv)x$ como testemunha.
Caso $a \mid v$:
Similar.

Só isso mesmo.