

---

Nome:

---

2022-06-08

### Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).<sup>1</sup>
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V.  $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$ .<sup>2</sup>
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.

### Definem-se:

Definimos os tipos de dados:

type Nat where	type Bool where
O : Nat	True : Bool
S : Nat → Nat	False : Bool

Definimos as operações

	$(+) : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$		$(\cdot) : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$
(0-a)	$0 + n = n$	(m-0)	$n \cdot 0 = 0$
(S-a)	$S m + n = S(m + n)$	(m-S)	$n \cdot S m = n \cdot m + n$

e atribuímos em ambas associatividade (sintáctica) esquerda. Atribuímos também precedência (sintáctica) mais alta para o  $(\cdot)$ .

### Esclarecimento:

Suas demonstrações/refutações precisam ser escritas em português matemático (linguagem “mid-level” que temos elaborado nas aulas).

*Boas provas!*

---

<sup>1</sup>Ou seja, *desligue antes* da prova.

<sup>2</sup>Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

(24) **I**

(4) **I1.** Defina recursivamente a função  $isMul_3 : \text{Nat} \rightarrow \text{Bool}$  que retorna **True** sse sua entrada é múltiplo de 3.

DEFINIÇÃO.

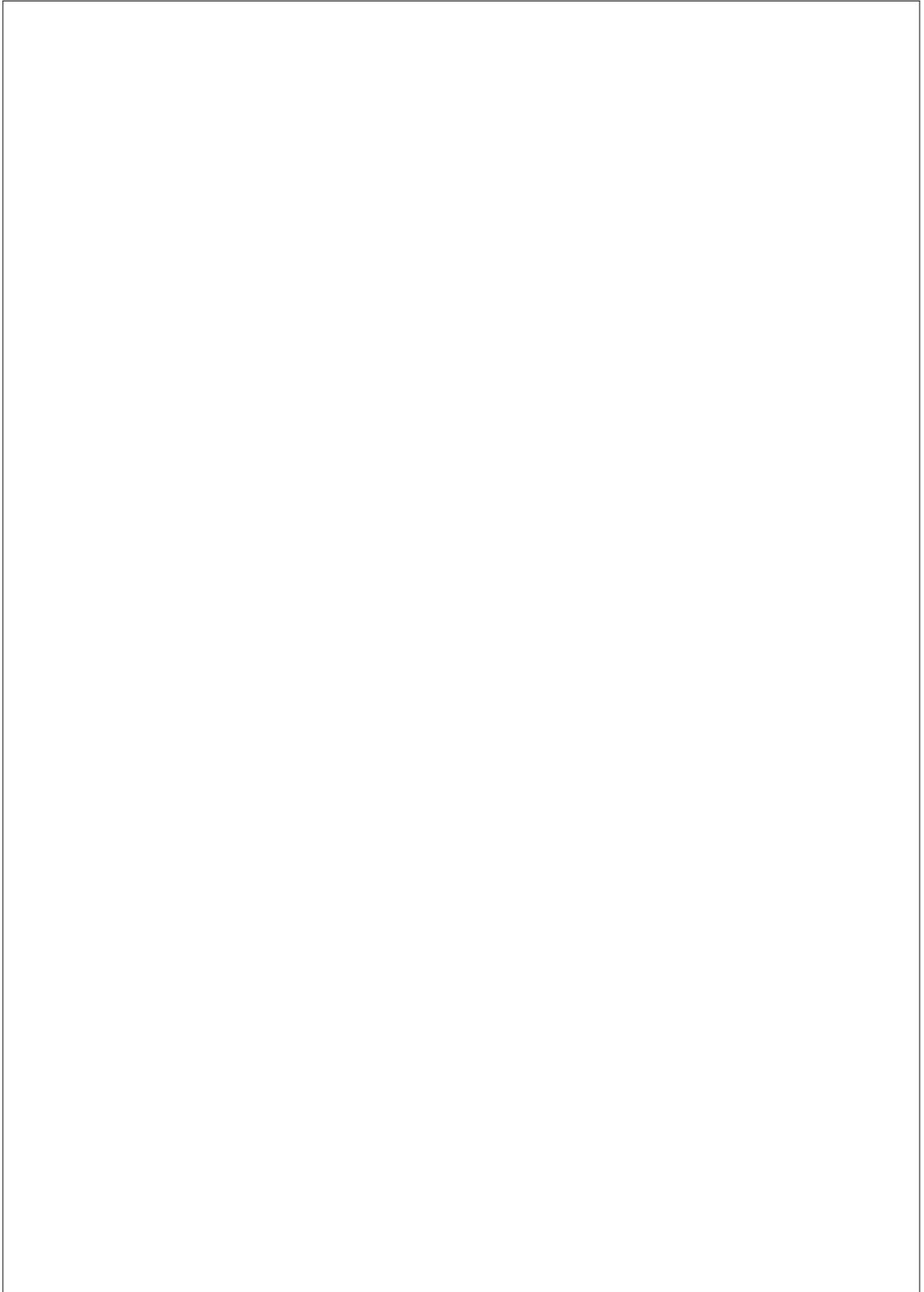
(20) **I2.** Demonstre a distributividade pela esquerda da  $(\cdot)$  sobre a  $(+)$ , ou seja:

$$(\forall x : \text{Nat}) (\forall y : \text{Nat}) (\forall z : \text{Nat}) [x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z]$$

DEMONSTRAÇÃO.

Só isso mesmo.

## LEMMATA



## RASCUNHO