FMC1, 2019.2

(Turma N12 do Thanos)

Prova 2.1

(points: 100; bonus: $8^{\flat}$; time: 90')

Nome:

18/10/2019

Regras:

I. Não vires esta página antes do começo da prova.

II. Nenhuma consulta de qualquer forma.

III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).[1]

IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.

V. $(\forall x)\,[\,\mathrm{Colar}(x) \implies \neg\mathrm{Passar}(x, \mathrm{FMC1})\,]$.[2]

VI. Use caneta para tuas respostas.

VII. Responda dentro das caixas indicadas.

VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la.*

IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.

X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.

XI. Os pontos bônus podem ser usados para aumentar uma nota de qualquer unidade, dado que a nota original é pelo menos 5,0.[3]

XII. **Escolhe até 2 dos D, E, F, G.**[4]

CENSORED!

Lembram-se:

Definição. Dados $n, k \in \mathbb{N}$ denotamos por $C(n, k)$ a quantidade de maneiras que podemos escolher k objetos (sem repetições) de n objetos (distintos).

Definição. Sejam a, b inteiros. Um inteiro d é um *maior divisor comum* dos a, b sse d é um divisor comum dos a, b, divisível por todo divisor comum dos a, b.

$$d \text{ é um m.d.c dos } a, b \overset{\text{def}}{\iff} d \mid a \;\;\&\;\; d \mid b \;\;\&\;\; (\forall c)\,[\,c \mid a \;\;\&\;\; c \mid b \implies c \mid d\,]\,.$$

Denotamos por $\gcd(a, b)$ ou por (a, b) o maior divisor comum não negativo dos a, b.

Boas provas!

---

[1] Ou seja, *desligue antes* da prova.

[2] Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

[3] Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

[4] Provas violando essa regra (com respostas em mais problemas) não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(32) # D

(16) **D1.** Deriva [redacted].

Resolução.

(16) **D2.** Demonstre formalmente:

$$\textit{para todo } n \geq 1 \text{ [redacted]}$$

Dica: *Se usar «...» na tua demonstração "formal", melhor não escolher esse problema.*

Demonstração.

(42) **E**

(24) **E1.** Demonstre que a quantidade de maneiras que podemos escolher [redacted] tais que [redacted] são [redacted].

Dica: [redacted] e [redacted] *(em outras palavras:* [redacted] e [redacted]*).*

DEMONSTRAÇÃO.

(18) **E2.** [redacted] combinação linear [redacted]

RESOLUÇÃO.

(42) **F**

Definimos [redacted]

[redacted]

Demonstre que para todo $n \in \mathbb{N}$, [redacted].

DEMONSTRAÇÃO.

(42) # G

Teorema. *Sejam* [redacted] *com* [redacted]. [redacted] [redacted] [redacted]
[redacted] [redacted] [redacted].

(21) **G1.** [redacted].

(21) **G2.** [redacted].

(16) **I**

Demonstre ou refute a proposição seguinte:

Proposição. *Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$. Se* [redacted], *então* [redacted]

Dica: *É fácil. Olha o tamanho da caixa da resposta!*

Demonstração / Refutação.

(8$^\flat$) **J**

Denotamos o [redacted].

Teorema. *Para todo $n \geq 1$* [redacted], *se* [redacted] [redacted], *então* [redacted].

Dica: *(1)* [redacted]; *(2)* [redacted]; *(3)* [redacted]; *(4)* [redacted]; *(5)* [redacted].

Demonstração.

Só isso mesmo.