
Nome:

18/10/2019

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- XI. Os pontos bônus podem ser usados para aumentar uma nota de qualquer unidade, dado que a nota original é pelo menos 5,0.³
- XII. Escolhe até 2 dos D, E, F, G.⁴

Lembram-se:

Definição. Dados $n, k \in \mathbb{N}$ denotamos por $C(n, k)$ a quantidade de maneiras que podemos escolher k objetos (sem repetições) de n objetos (distintos).

Definição. Sejam a, b inteiros. Um inteiro d é um *maior divisor comum* dos a, b sse d é um divisor comum dos a, b , divisível por todo divisor comum dos a, b .

$$d \text{ é um m.d.c dos } a, b \iff d \mid a \ \& \ d \mid b \ \& \ (\forall c) [c \mid a \ \& \ c \mid b \implies c \mid d].$$

Denotamos por $\text{gcd}(a, b)$ ou por (a, b) o maior divisor comum não negativo dos a, b .

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

⁴Provas violando essa regra (com respostas em mais problemas) não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(32) **D**

(16) **D1.** Deriva [REDACTED] [REDACTED].
RESOLUÇÃO.

(16) **D2.** Demonstre formalmente:

para todo $n \geq 1$ [REDACTED]

Dica: Se usar «...» na tua demonstração “formal”, melhor não escolher esse problema.
DEMONSTRAÇÃO.

(42) **E**

(24) **E1.** Demonstre que a quantidade de maneiras que podemos escolher \dots tais que \dots são \dots .

Dica: \dots e \dots (em outras palavras: \dots e \dots).

DEMONSTRAÇÃO.

(18) **E2.** \dots combinação linear \dots

RESOLUÇÃO.

(42) **F**

Definimos [REDACTED]

[REDACTED]

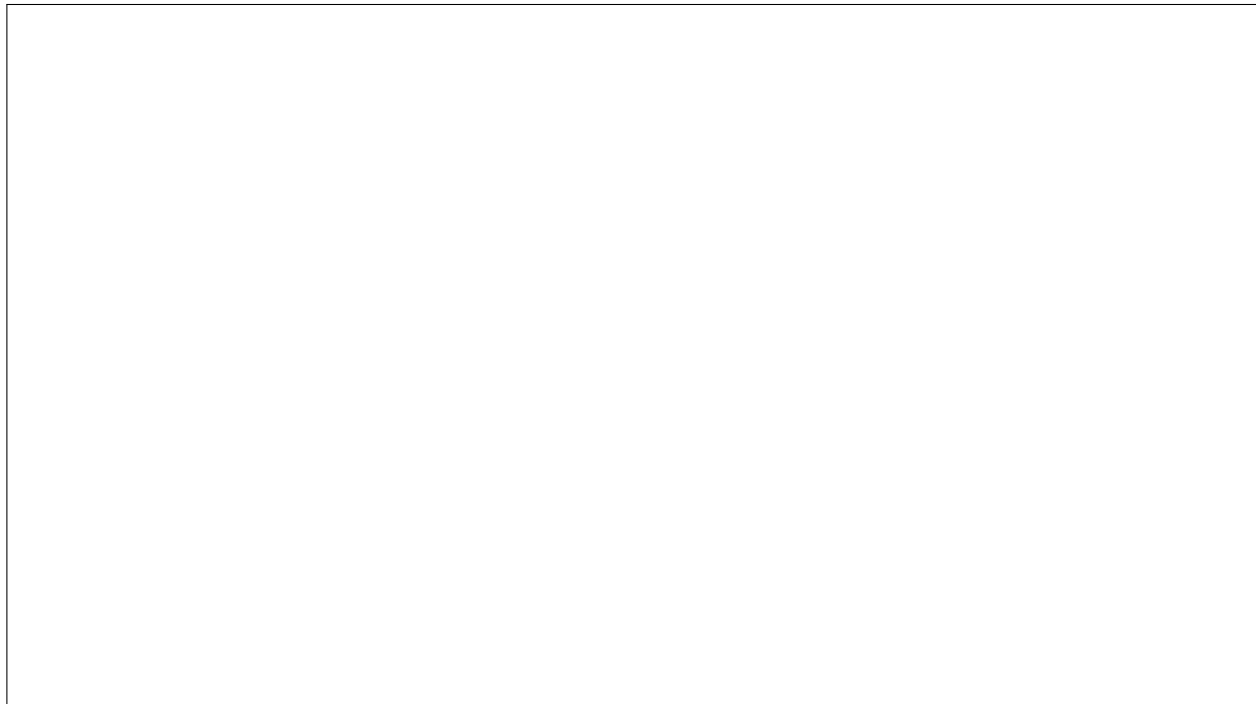
Demonstre que para todo $n \in \mathbb{N}$, [REDACTED].

DEMONSTRAÇÃO.

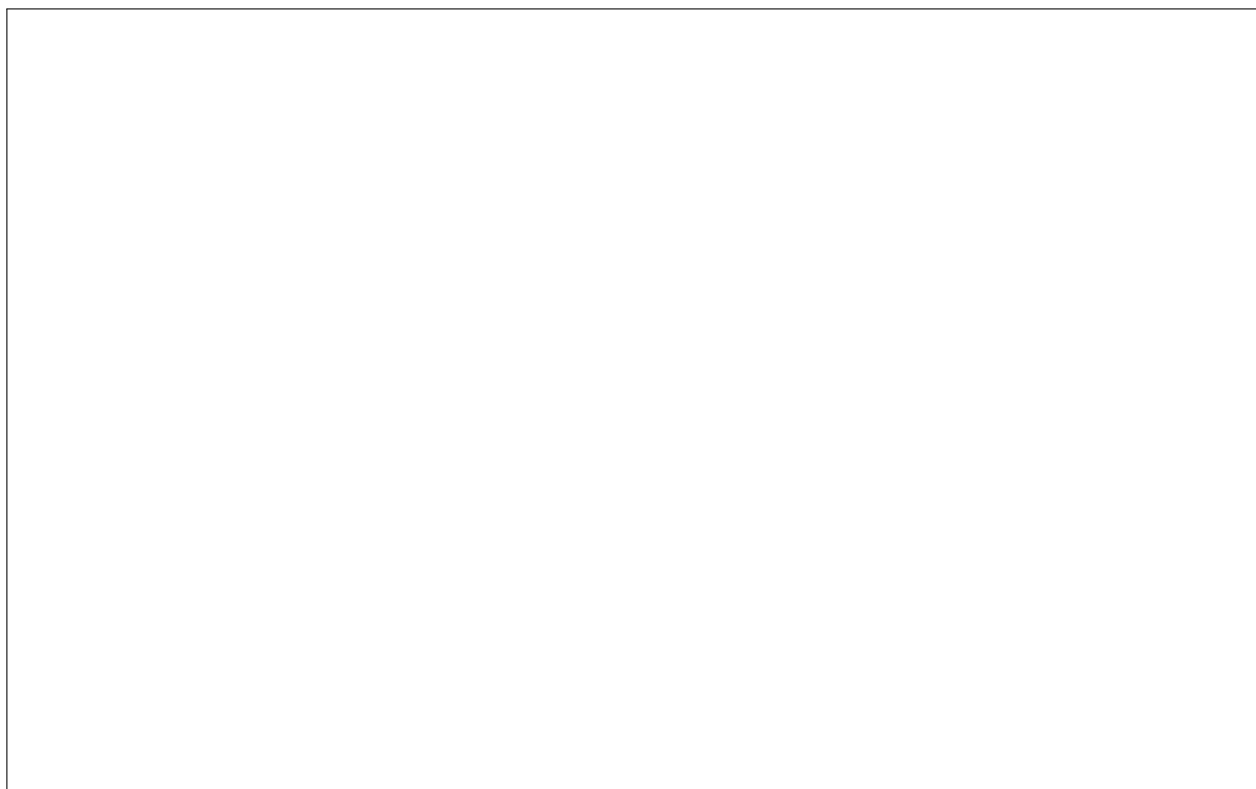
(42) **G**

Teorema. Sejam \mathcal{G} com \mathcal{H} . \mathcal{G} é um grupo se e somente se \mathcal{H} é um grupo.

(21) **G1.** \mathcal{G} é um grupo.



(21) **G2.** \mathcal{G} é um grupo.



(16) **I**

Demonstre ou refute a proposição seguinte:

Proposição. Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$. Se [REDACTED] [REDACTED]
 [REDACTED] , então [REDACTED]

Dica: É fácil. Olha o tamanho da caixa da resposta!

DEMONSTRAÇÃO / REFUTAÇÃO.

(8^b) **J**

Denotamos o [redacted].

Teorema. Para todo $n \geq 1$ [redacted], se [redacted]
[redacted], então [redacted].

[redacted] (5) ; [redacted] (7) ; [redacted] (3) ; [redacted] (2) ; [redacted] (1) *Dica:*

DEMONSTRAÇÃO.

Só isso mesmo.