
Nome:

07/10/2016

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $\forall x [\text{Colar}(x) \rightarrow \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho antes de usá-la.
- VIII. Entregue *todas* as folhas de rascunho juntas com tua prova.
- IX. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo.
- X. Os pontos bônus duma unidade são considerados apenas para quem consiga passar sem.³

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor já desistir.

³Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota final de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

(52) **A**

- (4) **A0.** Defina formalmente o que significa a frase “o real x é irracional”.
(Não suponhas que o leitor já saiba o significado da palavra *racional*.)

DEFINIÇÃO.

- (2) **A1.** Seja $a \in \mathbb{N}$. Qual número $x \in \mathbb{R}$ é denotado por $\sqrt[3]{a}$?

Dica: *Podes começar tua definição assim: $\sqrt[3]{a} = x$...*

DEFINIÇÃO.

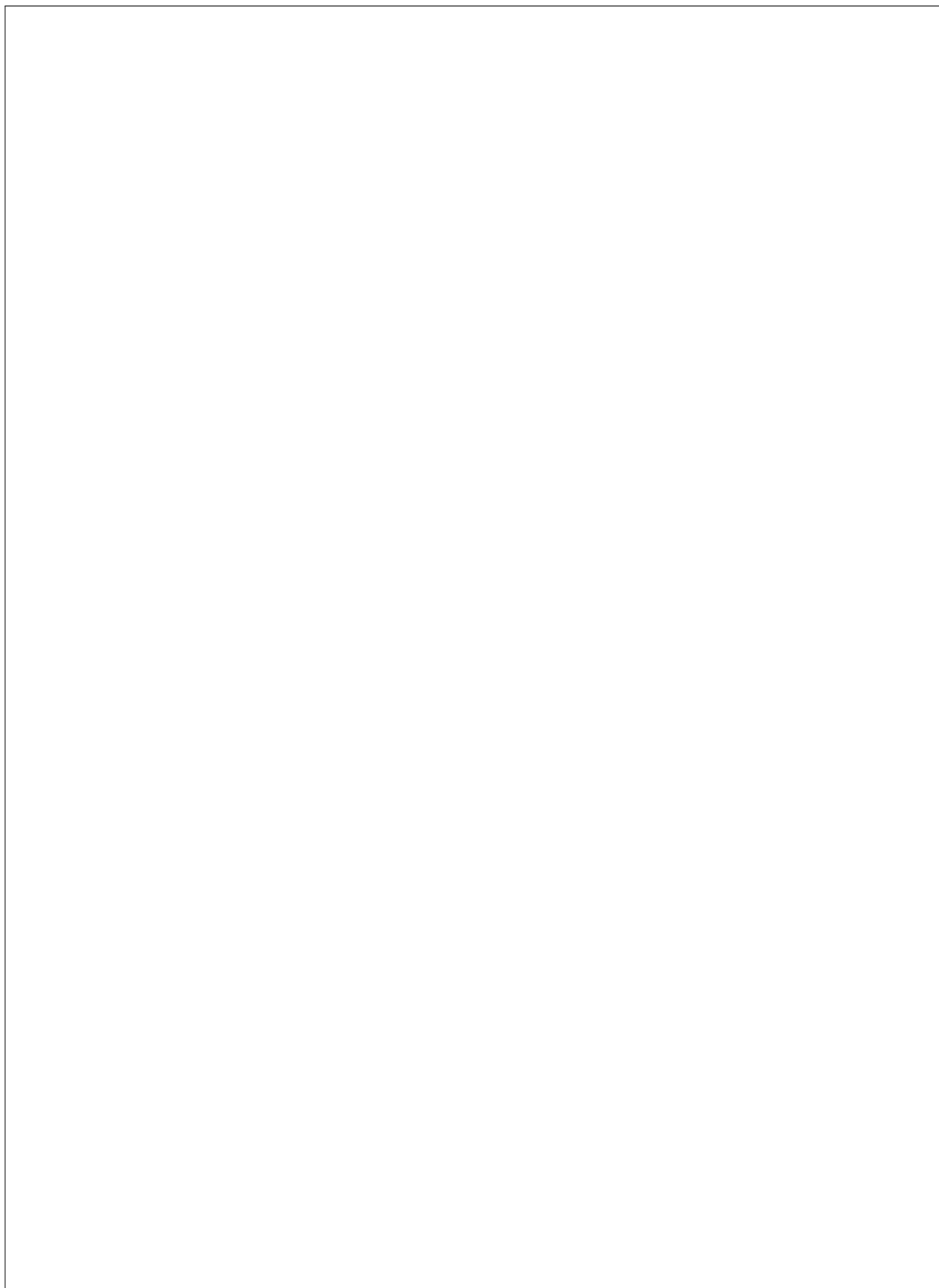
- (23) **A2.** Prove o seguinte: *para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \mid n^3$, então $3 \mid n$.*

PROVA.

(23) **A3.** Prove que o número real $\sqrt[3]{3}$ é irracional.

Dica: Reductio ad absurdum.

PROVA.



(14 + 12^b) **B**

Seja $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$.

(14) **B0.** Defina recursivamente a função $t : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ que satisfaz:

$$t(n) = h(0)h(1) \cdots h(n-1) = \prod_{i=0}^{n-1} h(i).$$

Dica: Depois de definir, confira tua definição seguindo ela para calcular o valor $t(2)$, que deveria dar o resultado $t(2) = h(0)h(1)$.

DEFINIÇÃO.

(12^b) **B1.** Defina recursivamente a função $T : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ que satisfaz:

$$T(m, n) = h(m)h(m+1) \cdots h(m+n-1) = \prod_{i=m}^{m+n-1} h(i).$$

Dica: (i) Mesmo que a função T tem aridade 2, escolhendo bem, tu não precisaras escrever 4 equações, mas apenas 2. (ii) Depois de definir, confira tua definição seguindo ela para calcular o valor $T(5, 2)$, que deveria dar o resultado $T(5, 2) = h(5)h(6)$.

DEFINIÇÃO.

Só isso mesmo.