
Nome:

Turma:

02/09/2016

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $\forall x [\text{Colar}(x) \rightarrow \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho antes de usá-la.
- VIII. Entregue *todas* as folhas de rascunho juntas com tua prova.
- IX. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo.

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor já desistir.

(18 + 12^b) **A**

(1) **A0.** Dar uma definição certa e formal (em português!) do que significa que

_____.

Não assume que o leitor já saiba _____.

DEFINIÇÃO.

(4^b) **A1.** Sejam as fórmulas

$$A = \text{_____}$$

$$C = \text{_____}$$

$$B = \text{_____}$$

$$D = \text{_____}.$$

Prove que $A \not\equiv B$:

e $C \not\equiv D$:

Dica: Criar um mundo onde uma das duas fórmulas é verdadeira, e a outra falsa.

(8 + 8^b) **A2.** Escrevendo uma fórmula de lógica, definir os predicados



Considere que o universo é [red box]. Tu podes usar:

- os símbolos lógicos $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow, \forall, \exists$;
- a igualdade $=$;
- as parenteses '(' e ')';
- as variáveis a, b, c, \dots, x, y, z ;
- os seguintes símbolos-funções: [red box];
- os constantes (“nomes”) [red box];
- o símbolo-predicado [red box];
- *nada* mais!³

Bonus: (×2) se conseguir resolver sem usar [red box].

[red box]	$\triangleleft \rightleftharpoons$	
[red box]	$\triangleleft \rightleftharpoons$	
[red box]	$\triangleleft \rightleftharpoons$	
[red box]	$\triangleleft \rightleftharpoons$	
[red box]	$\triangleleft \rightleftharpoons$	
[red box]	$\triangleleft \rightleftharpoons$	

³Se tu quiseres usar qualquer outra coisa, abreviação, *etc.*, tu tens que a definir primeiro *usando apenas o que foi permitido*. Depois da sua definição, tu podes usá-la.

(9) **A3.** Definindo (em português!) predicados adequados, traduza as seguintes frases para fórmulas de lógica de predicados, onde o universo é [redacted].⁴

PREDICADOS:

Dica: Defina os predicados [redacted]

FRASES:

(i) [redacted]

(ii) [redacted]

(iii) [redacted]

(iv) [redacted]

⁴Tente perder o menor possível da estrutura/lógica da cada frase nas tuas traduções.

(B0 \Rightarrow 9^b) **B1.** Considere as funções f , g e h definidas recursivamente:

$$\begin{array}{l}
 f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\
 f(0) = 0 \\
 f(1) = 1 \\
 f(2) = 1 \\
 f(n) = f(n-1) + f(n-2) \quad (n \geq 3)
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\
 g(0) = 1 \\
 g(1) = 1 \\
 g(2) = 1 \\
 g(n) = g(n-1) \quad (n \geq 3)
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\
 h(0) = 1 \\
 h(1) = 1 \\
 h(2) = 2 \\
 h(n) = h(n-1) + h(n-2) \quad (n \geq 3)
 \end{array}$$

O que cada função calcula? (Pode ser em português ou em matemática.)

f

g

h

Dica: Calcule os valores $f(3)$, $f(4)$, $g(3)$, $g(4)$, $h(3)$ e $h(4)$.

(12) **B2.** f_n e g_n são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} f_0 &= 1 & g_0 &= 1 \\ f_1 &= 1 & g_1 &= 1 \\ f_n &= f_{n-1} + f_{n-2} & g_n &= g_{n-1} + g_{n-2}. \end{aligned}$$

Para $n \geq 1$, seja h_n a função definida pela equação

$$h_n = f_n + g_n.$$

Prove que $h_n = 2f_n$.

PROVA.

Só isso mesmo.