

FMC1, 2016.1
(Turma do Thanos)

Prova 4

(100,110,100) pts; max: (100,100,100)

Nome:

Boas provas!

(100) A

(36) **A0.** Seja $k \in \mathbb{N}$.

(12) (i) Prove que se k^2 é par, então k também é.
(DICA: Prove o contrapositivo dessa implicação.)

(24) (ii) Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$, se k^n é par, então k também é.

(Sim, esse foi o “**A0**” da Prova 1...)

(32) **A1.** Sejam as formulas A e B , da \mathcal{F}_0 e da \mathcal{F}_1 :

$$A = ((p \leftrightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$$
$$B = (\forall x)(\exists u)(\exists v)[(P(x, u) \wedge P(x, v)) \wedge \neg P(x, g(u, v))]$$

(12) (i) Escreva suas árvores sintáticas

(20) (ii) Elas são tautologias?

(32) **A2.** Considere a função $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$, definida recursivamente assim:

$$f(a, 0) = 0$$
$$f(0, b) = 0$$
$$f(a, b) = \begin{cases} 0, & \text{se } f(a-1, b) = b-1 \\ f(a-1, b) + 1, & \text{se não.} \end{cases}$$

(16) (i) Calcule os valores $f(1, 5)$, $f(8, 5)$, e $f(7, 3)$.

(16) (ii) Qual função é essa f ? (Descreva a f .)

(100) C

(36) **C0.** Escolhermos aleatoriamente um número $r \in \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 6464\}$. Qual a probabilidade de ser coprimo com 6464?

(26) **C1.** Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$, $(2n - 1, 2n + 1) = 1$.

(22) **C2.** Prove que para todo $a, b \in \mathbb{N}$, $(a + b, a - b) \geq (a, b)$.

(16) **C3.** Prove que para todos positivos $a, n \in \mathbb{N}$, $(a, a + n) \mid n$.