**Estruturas Algébricas, 2024.1**
(Turma T34 do Thanos)

**Prova 2.1**
(points: 100; bonus: $0^\flat$; time: 90')

---

**Nome:**

---

*2024-06-26*

**Regras:**

**I.** Não vires esta página antes do começo da prova.

**II.** Nenhuma consulta de qualquer forma.

**III.** Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).[1]

**IV.** Nenhuma comunicação de qualquer forma.

**V.** $(\forall x)\,[\,\mathrm{Colar}(x) \implies \neg\mathrm{Passar}(x)\,]$.[2]

**VI.** Responda dentro das caixas indicadas.

**VII.** Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.

**VIII.** Provas violando as restrições de escolha não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

*Boas provas!*

[1] Ou seja, *desligue antes* da prova.
[2] Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

(42) **R** *Escolha 2 das* **R1**, **R2**, **R3**, **R4**, **R5**, **R6**.

(21) **R1.** Todo homomorfismo entre corpos é injetivo e respeita inversos e frações.
(21) **R2.** Seja $D$ domínio de integridade finito. Demonstre que $D$ é um corpo.
(21) **R3.** Homomorfismos de aneis refletem ideais.
(21) **R4.** Os únicos ideais dum corpo são o $\{0\}$ e o próprio corpo.
(21) **R5.** Seja $I$ ideal dum anel $\mathcal{R}$. Demonstre: $I$ primo $\iff$ $\mathcal{R}/I$ int.dom.
(21) **R6.** Seja $I$ ideal dum anel $\mathcal{R}$. Demonstre: $I$ maximal $\iff$ $\mathcal{R}/I$ corpo.
(Corolário: $I$ maximal $\implies$ $I$ primo)

Demonstração da ________ .

Demonstração da ________ .

(42) **E** *Escolha 2 das* **E1**, **E2**, **E3**.

(21) **E1.** Seja $K : F$ extensão finita. Mostre que todo $a \in K$ é algébrico sobre o $F$.
(21) **E2.** Qualquer ideal de $F[x]$ é principal.
(21) **E3.** Seja $c$ algébrico sobre o $F$. Demonstre: $[F(c) : F] = \deg(\text{min. poly de } c \text{ sobre } F)$.

Demonstração da ________ .

Demonstração da ________ .

(16) **Q**

$\mathbb{Q}(\sqrt{2}+\sqrt{3}) = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$

***Dica:*** *Calcule umas potências de* $\sqrt{2}+\sqrt{3}$.

Demonstração.

Só isso mesmo.

# Lemmata

Rascunho