**FMC2, 2018.1**
(Turmas do Thanos)

**Provinha 0**
(points: 0; bonus: $0^\flat$; time: 66'+33')

---

**Alun$*$:** **Prof$*$:**

---

*21/02/2018*

(Resolva todos os problemas.)

# Instruções:

**Modo aluno:** Escreva teu nome no campo "Alun$*$" em cima, e use a mesma caneta para responder em todos os problemas da prova.

No tempo determinado entregue tua prova para receber uma de outro aluno da turma.

**Modo professor:** Usando uma caneta de cor diferente daquela que teu aluno escolheu usar, escreva teu nome no campo "Prof$*$" em cima, e corrija sua prova. Não escreva qual seria uma resposta correta, apenas identifique os erros, dando uma curta explicação quando possível.

# Lembre-se:

**Definição 1.**
Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$. O $a$ *divide* o $b$ (escrevemos $a \mid b$) sse[1] existe $q \in \mathbb{Z}$ tal que $aq = b$.

**Definição 2.**
Sejam $a, b, m \in \mathbb{Z}$. Escrevemos $a \equiv b \pmod{m}$ sse $m \mid a - b$.

[1] escrevemos *sse* como uma abreviação da frase *se e somente se*

# A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

Resposta:

# B

**B1.** Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*".
Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".
Definição.

**B2.** Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

Fórmula:

# C

**C1.** Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;
Prova.

**C2.** Para quais inteiros $a$ temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.
Resposta & Prova.

# D

Prove ou refuta as afirmações:

**D1** Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

**D2** Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

**D3** Sejam $a, b, c, n$ inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

# I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Rascunho