I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Temos definidos os primeiros elementos da sequência como $F_0 = 0$ e $F_1 = 1$.

?

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$
\begin{aligned}
F_0 &= 0 \\
F_1 &= 1 \\
F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n
\end{aligned}
$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Por indução

base:

$F_0 = 0$

$\sum_{i=0}^{0} F_i = 0$ ✓

Para um K qualquer pertencente a $\mathbb{N}$:

$\sum_{i=0}^{K} F_i = F(K+2) - 1$

"Assumindo que isso seja verdade, vamos provar que..."

$F(K+\overset{2}{1}) = F(K+1) + F_K$

Bem!

$\boxed{\text{Para um } K+1}$ ← o que queres dizer com isso?

$\sum_{i=0}^{K+1} F_i = \sum_{i=0}^{K} F_i + F(K+1)$ ✗

$= F(K+2) - 1 + F(K+1)$

$= F(K+3) - 1$

correto! Mas cuidado na escrita!

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

o que significa esse $P(-)$?

Passo base: $\boxed{P(0)}$ é verdadeiro.

Note que $\sum_{i=0}^{0} F_0 = 0$ e que $F_{0+2} - 1 = F_2 - 1 = (F_0 + F_1) - 1 = 0$

Logo, $\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$, p/ $n = 0$.

nunca escreva isso

Passo indutivo:

Hipótese: $P(K)$ é verdadeiro, ou seja,

$$\sum_{i=0}^{K} F_i = F_{K+2} - 1$$

Tese: Mostrar que ~~vale~~ $P(K+1)$.

$$\sum_{i=0}^{K+1} F_i = F_{(K+1)+2} - 1$$
$$= F_{K+2} + 1 - 1$$

???

$$\sum_{i=0}^{K} F_i = F_{K+2} - 1$$

como? onde usou tua H.I.?

Portanto, $P(K+1)$ é verdadeiro.

Por indução, temos que $\forall n \in \mathbb{N}$, $\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$n = 0$

Caso base: $n = 1$

$$\sum_{i=0}^{1} F_i = F_{n+2} - 1$$

$$F_0 + F_1 = F_3 - 1$$

$$0 + 1 = 2 - 1$$

✓

Assumindo que ~~Seja~~ $\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$ seja verdade, vamos tentar provar que

..?

$a_1 + \dots + b$ $\frac{y\,01).2}{2}$

$(b+a).2$

$F_n = F(n-1) + F(n-2)$

$F(n-2) + F(n-3) + F(n-3) + F(n-4)$

$F(n-3) + F(n-4) + F(n-4) + F(n-5) +$

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$F(n-2) = F(n) - F(n-1)$

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$F_0 = 0$ com $n \in \mathbb{N}$

$F_1 = 1$

$F_n = F(n-1) + F(n-2) \rightarrow \sum_{i=0}^{n-2} F_i = F_n - 1$

$F_0 + F_1 + F_2 + F_3 + \dots F(n-2) = F_n - 1$, como $F_n = F(n-1) + F(n-2)$

$\sum_{i=0}^{n-2} F_i = F_0 + F_1 + F_2 + \dots + F(n-2) = \frac{[0 + F(n-2)].F(n-2)}{2}$

veja o gabarito.

Que tipo de prova foi essa? Tentativa de achar a forma fechada de fibonacci?

$F(n) - 1 = \frac{(F(n-2))^2}{2}$

$[F(n-2)]^2 - 2F(n) + 2 = 0$

(Realmente tua resposta ficou confusa)

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1. \qquad (*)$$

PROVA.

Prova por indução finita

· Caso Base: Temos que provar que a sentença é verdadeira para ambos os lados de $(*)$ quando $n=0$

~~$\sum_{i=0}^{0} F_i = F_{0+2} - 1 = F_2 - 1 = 1 - 1 = 0$~~

· $\sum_{i=0}^{0} F_i = F_0 = 0$ e $F_{0+2} - 1 = 1 - 1 = 0$ ✓

Logo, o caso base é verdadeiro.

· Passo Indutivo: Suponha que existe um inteiro K para qual todo inteiro $i \leq K$, a seguinte hipótese é verdadeira.

$$\sum_{i=0}^{K} F_i = F_{K+2} - 1$$

Queremos provar que: $\sum_{i=0}^{K+1} F_i = F_{K+3} - 1$

Logo:

$$\sum_{i=0}^{K+1} F_i = \sum_{i=0}^{K} F_i + F_{K+1}$$
$$= F_{K+2} - 1 + F_{K+1} \text{ (hipótese indutiva)}$$
$$= F_{K+3} - 1$$

Portanto, para todo $n \in \mathbb{N}$, temos que

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

Perfeito!

(Obs: não precisou uma H.I. tão forte)

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA. cuidado na escrita.

CASO BASE:

PARA O CASO BASE ASSUMA $n = 0$

LOGO $F_0 = \left(\sum_{i=0}^{0} F_i = F_{0+2} - 1 \right) \Rightarrow F_0 = F_2 - 1 \Rightarrow 0 = 1 - 1$ ✓

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ $=$

$F_{n+3} = F_{n+2} + F_{n+1} + F_{n+1} + F_n + F_{n+1}$

$F_{n+4} = F_{n+3} + F_{n+2} + 2F_{n+2} + F_n$ i

$=$

$\times$

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$
\begin{aligned}
F_0 &= 0 \\
F_1 &= 1 \\
F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n
\end{aligned}
$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

?

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

? ?

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

FMC2, 2018.1 (Turmas do Thanos)	**Provinha 0** (points: 0; bonus: $0^\flat$; time: 66'+33')

Alun∗: João Pedro de A. Paula **Prof∗:** William Talles M. Damião

21/02/2018

(Resolva todos os problemas.)

Instruções:

Modo aluno: Escreva teu nome no campo "Alun∗" em cima, e use a mesma caneta para responder em todos os problemas da prova.

No tempo determinado entregue tua prova para receber uma de outro aluno da turma.

Modo professor: Usando uma caneta de cor diferente daquela que teu aluno escolheu usar, escreva teu nome no campo "Prof∗" em cima, e corrija sua prova. Não escreva qual seria uma resposta correta, apenas identifique os erros, dando uma curta explicação quando possível.

Lembre-se:

Definição 1.
Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$. O a *divide* o b (escrevemos $a \mid b$) sse[1] existe $q \in \mathbb{Z}$ tal que $aq = b$.

Definição 2.
Sejam $a, b, m \in \mathbb{Z}$. Escrevemos $a \equiv b \pmod{m}$ sse $m \mid a - b$.

[1]escrevemos *sse* como uma abreviação da frase *se e somente se*

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Prova por exaustão

(por que tantos exemplos?)

Indice = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 ... }

F = {0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 ... }

SF = {0, 1, 2, 4, 7, 12, 20, 33, 54, 88, 143 ...

Σ

~~$\forall i \in$ Indice $\wedge$~~

$\forall i \in$ indice $\wedge$ $i < 13$ $\boxed{F_i = SF_i}$??

X

escreva em portugues.

Não tem algum argumento para convencer teu leitor sobre a vericidade do

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Σ

?

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

Prova.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

o que é n?

Indução no n

Caso base: Assumindo que $n = 0$

$$\sum_{i=0}^{0} F_i = F_{0+2} - 1 \Rightarrow F_0 = F_2 - 1$$

$$\Leftarrow 0 = F_1 + F_0 - 1 \Leftarrow$$

$$0 = 0 \Leftarrow 0 = 0 + 1 - 1$$

Caso Indutivo:

Hipótese:

$$\sum_{i=0}^{k} F_i = F_{k+2} - 1$$

Tese:

$$\sum_{i=0}^{k+1} F_i = F_{k+1+2} - 1$$

Daí, $\sum_{i=0}^{k+1} F_i \Rightarrow \sum_{i=0}^{k} F_i + F_{k+1} \Rightarrow F_{k+2} - 1 + F_{k+1}$

$$F_{k+3} - 1 \Leftarrow$$

o que é isso??

ideia correta 100%! cuidado com a escrita e com os detalhes.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.