A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $C(11,4) = \frac{11!}{4!\,7!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7! \cdot 3}{3 \cdot 7!} = 330$

aqui faz sentido usar $P(11,4)$ pois as personagens são distintas.

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".

DEFINIÇÃO.

Qual a def. de número par? ← realmente.

Supondo que todo n par é divisível por 2, $n \equiv 0 \pmod 2$, um número ímpar tem classe de resto 1 nessa mesma divisão, $n \equiv 1 \pmod 2$

Está confuso! → realmente

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: $n \cdot k \neq 2n, \forall k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$.

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

→ O que serve investigar o que acontece se $a|a$? "$a|a$" é o que queremos provar!

$\boxed{\text{Se assumirmos que } a|a}$, temos que $a \cdot q = a$, $q \in \mathbb{Z}$. Pode-se ainda, pela definição 2, dizer que $\boxed{a \equiv a}$, pois $m \mid a-a$.

cuidado. → essa expressão não foi definida em lugar nenhum.

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA.

Qualquer inteiro divide 0.

Se queremos provar que $a|0$, pela definição 1 temos que existe um $q \in \mathbb{Z}$ t.q. $a \cdot q = 0$, que é válido para $q = 0$. ideia correta mas cuidado na escrita!

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA ~~OU REFUTAÇÃO~~.

PROVA

Pela def. 2 tem-se que se $a \equiv b \pmod{n}$, $n \mid a-b$, no entanto se temos um $k \in \mathbb{Z}$ t.q. $n \cdot k \mid a-b$, então $a \equiv b$ (mod ~~7n~~ $k \cdot n$).

por que?

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
~~PROVA OU~~ REFUTAÇÃO.

REFUTAÇÃO

Se $a \equiv b$ (mod 42), ~~=~~ $42 \mid a-b$ e se

?

?

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA ~~OU REFUTAÇÃO~~.

PROVA

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

Prova.

Temos definidos os primeiros elementos da sequência como $F_0 = 0$ e $F_1 = 1$.

?

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 7920$ maneiras $\quad \frac{(n! - q!)}{n!}$ ✗

✓

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".
DEFINIÇÃO.

Para todo numero inteiro m [redacted] ímpar, m mod 2 = 1 Isso não é uma definição. Apenas uma propriedade que estás afirmando

NÃO foi DEFINIDO

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: ~~$a \in \mathbb{Z},\ \frac{a}{2a} \notin \mathbb{Z}$~~ ✓

se $a = 0$?

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;
PROVA.

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.
RESPOSTA & PROVA.

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO. → QUAL O POSICIONAMENTO ? ← Realmente

$m|(a-b) \rightarrow m \cdot q = (a-b)$

$m|7(a-b) \rightarrow m \cdot q = 7(a-b) \rightarrow m \cdot \frac{q}{7} = (a-b)$?

~~$q \cdot \frac{1}{7} \in \mathbb{Z}$, Provado~~ Qual a argumentação?

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

$42|(a-b) \rightarrow 42|42a-1 \rightarrow \frac{42}{42}$, REFUTADO ✓

? ?? !!

o que é isso?

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Nenhuma das duas frases é uma definição.
Parecem afirmações (e inválidas). **TYPE ERROR**

O que significa « tal que 2a »?
2a é um numero.
O que significa « tal que 4. »?

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: REVISE ANALISE COMBINATÓRIA !!!

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".
DEFINIÇÃO.

Para qualquer $a \in \mathbb{Z}$, existe um par $\boxed{\text{tal que } 2.a}$
Para qualquer $a \in \mathbb{Z}$, existe um ímpar tal que $2.a + 1$

Por que essa definição?
Errado pois afirma a existência, e mostra sua forma, porém não define. ← SIM!

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

isso significa "logo", "conseqüentemente" etc.
para algum

FÓRMULA: Sendo $a \in \mathbb{Z}$, temos $2a / a \Rightarrow 2a.k = a$ $\therefore$ $k \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow k = \frac{a}{2a}$ $\Rightarrow k = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{k \notin \mathbb{Z}}$. Prova por absurdo → que prova??

Errado pois mostra uma prova quando foi pedido apenas para escrever a frase em forma de uma fórmula de lógica. ← exatamente.

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;
PROVA.

Provar para todos ← Não! Como escolheu um arbitrário membro do $\mathbb{Z}$ sem supor nada mais, se ele conseguir provar sobre ele, então pode corretamente concluir sobre todos!

Para um $a \in \mathbb{Z}$, temos $a | a$
$\cdot$ $a | a \Rightarrow a.k = a$, $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = \frac{a}{a} \Rightarrow k = 1 \Rightarrow \boxed{1 \in \mathbb{Z}}$
Logo, para todo $a \in \mathbb{Z}$ temos que o a divide ele mesmo

não sabemos disso, então não importa o que ele implica!

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.
RESPOSTA & PROVA.

O único inteiro que satisfaz $a | 0$ é 0.
Para $a \in \mathbb{Z}$, temos $a | 0$
tu tá se contradizendo aqui.
$\cdot$ $a | 0 \Rightarrow a.k = 0$, $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = \frac{0}{a} \Rightarrow k = 0$
Logo $a.0 = 0 \Rightarrow 0 = 0$
se a=0?

Cuidado. Escreveu todo isso para concluir algo que já sabemos: $0 = 0$.

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

1. $a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow n \mid a-b \Rightarrow n.k_1 = a-b,\ k_1 \in \mathbb{Z}$
2. $b \equiv c \pmod{n} \Rightarrow n \mid b-c \Rightarrow n.k_2 = b-c,\ k_2 \in \mathbb{Z}$

1. $-b = n.k_1 - a \Rightarrow b = a - n.k_1$
Substituindo em 2.

2. $n.k_2 = a - n.k_1 - c$

Começou bem!
... faltou pouco para concluir!

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$
\begin{aligned}
F_0 &= 0 \\
F_1 &= 1 \\
F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n
\end{aligned}
$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

O que significa que um numero é equivalente a uma igualdade?

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8$ 7920 maneiras

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".

DEFINIÇÃO.

Considere $i \in \mathbb{Z}$, um número par é equivalente a $n = 2i$, onde $n \in \mathbb{Z}$. Um número ímpar é equivalente a $n = 2i + 1$.

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: $\forall x \in \mathbb{Z}\ \nexists ?\ x \nmid x \cdot 2$

C

o que a Def. 1 tem a ver com coisas sendo iguais a elas mesmas?

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

~~Pela definição~~

estranho

Para qualquer $a \cdot 1$, a será igua a ele ~~mesmo~~ mesmo, portanto pela definição 1 é possível concluir que a sempre divide a.

por que todo isso? Um "a|a" seria suficiente.

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA.

ideia correta, cuidado na escrita.

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

~~Suponha que $a = 5$,~~
Considere que $a = 5$, $b = 2$ e $n = 3$. Pela definição é possível concluir que $5 \equiv 2 \pmod{3}$ se, e somente se, $3 \mid 5-2$, o que por sua vez é verdade, porém, $5 \equiv 2 \pmod{7 \cdot 3} \iff 21 \mid 5-2$, o que não é verdade.

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

ideia correta, cuidado na escrita

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $\frac{11!}{(11-4)!4!}$ ✓

as personagens são distintas.

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".

exatamente!

DEFINIÇÃO.

Seja $n \in \mathbb{Z}$, n é um número ímpar se, e somente se, existe $K \in \mathbb{Z}$ tal que $n = 2K-1$. ✓ ✓

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

Não sei se você quis dizer $\forall n$ ou $\exists n$. (nem eu)

FÓRMULA: $n, K \in \mathbb{Z} \land \neg(\exists K[n = 2n.K])$

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

Sejam $a, K \in \mathbb{Z}$. Consideremos $K=1$, então, pela definição de divisibilidade, temos que

como assim?

se quiser: "sejam $a \in \mathbb{Z}$, $k=1$..."

$$\begin{aligned} a &= a.K \\ &= a.1 \\ &= a \end{aligned}$$

cuidado! assim parece que tu provou o "$a=a$"!

Portanto, $a|a$. ✓ ✓

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA.

Seja a, K ~~(+A)~~ $\in \mathbb{Z}$. Para que $a|0$ temos que,

$0 = a.K$, não! por que tem que ser esse k que tu "sejou"?

se, e somente se, $K=0$ ou $a=0$

Pode ser qualquer inteiro...

não entendi...

realmente o texto ficou confuso.

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$
\begin{aligned}
F_0 &= 0 \\
F_1 &= 1 \\
F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n
\end{aligned}
$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: ~~$C(11, 4) = \frac{11!}{4!(11-4)} = \frac{11!}{4!\ 7!}$~~ ✓

$P(11,4)$ (personagens distintas).

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de *"ímpar"*. Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra *"par"*.

DEFINIÇÃO.

que pode ser escrito ← necessário

impar é um número na forma $2k+1$. onde k é inteiro. Bem informal. ✓

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: ~~$\exists a \in \mathbb{Z} \wedge \exists q \in \mathbb{Z}$~~ $2a \cdot q = a$ ✓

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

por que escrever isso?

Provar que $\forall a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \mid a$

$\exists q \in \mathbb{Z} \mid q \cdot a = a$ sse $q = 1$ ✓

não use assim!

O que é esse q? Não tá declarado nessa parte. cuidado!

ideia correta / escritas erroneamente

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA.

Para quais $a \in \mathbb{Z}$: $a \mid 0$

$\exists q \in \mathbb{Z} \mid q \cdot a = 0$ sse $q = 0$ ✓

mesmo problema.

o que é isso?!

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Sejam $a = 5$, $b = 2$ e $n = 3$

$5 \equiv 2 \pmod{3}$

? $3 \mid 5 - 2$ — idéia correta

? $7 \; 5 \equiv 2 \pmod{7 \cdot 3}$ — cuidado na escrita.

? $21 \nmid 5 - 2$

✓

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Por definição de mod o b sempre será o resto da divisão de a por nesse caso 42. então $42 \mid a - b$. ← o que isso tem a ver com o que queremos provar/refutar?

onde é isso na definição???

✗

Prova ou refute $a \leq 42$ e $b \leq 42$

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

i) $a \equiv b \pmod{n}$

? $n \mid a - b$

? $\exists q_1 \in \mathbb{Z} \therefore n q_1 = a - b$

ii) $b \equiv c \pmod{n}$

? $n \mid b - c$

? $\exists q_2 \in \mathbb{Z} \therefore n \cdot q_2 = b - c$

? $n \cdot q_1 = a - b$

? $n \cdot q_1 = a - (n q_2 + c)$

? $n \cdot (q_1 + q_2) = a - c$

? $n \cdot (-(q_1 + q_2)) = c - a \Rightarrow c \equiv a \pmod{n}$

✓

ideia correta mas parece rascunho.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Por indução
base:

$$F_0 = 0$$
$$\sum_{i=0}^{0} F_i = 0$$

✓

Para um K qualquer pertencente a N:

$$\sum_{i=0}^{K} F_i = F(K+2) - 1$$

"Assumindo que isso seja verdade, vamos provar que..."

$$F(K+2) = F(K+1) + F_K$$

Bem!

Para um $\boxed{K+1}$ ← o que queres dizer com isso?

$$\sum_{i=0}^{K+1} F_i = \sum_{i=0}^{K} F_i + F(K+1)$$
$$= F(K+2) - 1 + F(K+1)$$
$$= F(K+3) - 1$$

✗

correto! Mas cuidado na escrita!

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8$? Faltou o resultado final.

Não. Esclareci umas vezes que eu não queria ver um numero.

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de *"ímpar"*. Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra *"par"*.

DEFINIÇÃO.

~~SEJA UM NUMERO ÍMPAR, TALQUE~~
SEJA n UM NUMERO ÍMPAR, ENTÃO O RESTO DA DIVISÃO DE n POR 2 É DIFERENTE DE ZERO.

mas não sei o que é ímpar.

??

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: $2n \mid n \Rightarrow 2n \cdot a = n \Rightarrow a = \frac{n}{2n}$ OU SEJA, $a \notin \mathbb{Z}$.

isso não é uma formula.

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

o que é esse n?

e se $a = 0$?

$a \mid a \Rightarrow a \cdot n = a \Rightarrow n = \frac{a}{a} \Rightarrow n = 1$

DESSE MODO A PROPOSIÇÃO É VERDADEIRA JÁ QUE A DIVISÃO DE UM CERTO A POR ELE MESMO SEMPRE SERÁ 1.

~

Não nos importam as conseqüências do nosso alvo aqui!

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA.

$a \mid 0 \Rightarrow a \cdot n = 0 \Rightarrow n = 0/a \Rightarrow n = 0$

OU SEJA, TODOS OS INTEIROS DIVIDEM O ZERO, EXCETO ELE MESMO POIS IRÁ CAUSAR UMA INDEFINIÇÃO.

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

~~A AFIRMAÇÃO NÃO É VERDADEIRA POIS PARA CONTRAPOSIÇÃO~~ O CASO
~~ABAIXO A AFIRMAÇÃO NÃO É VERDADEIRA~~. contraexemplo

$\underbrace{6 \equiv 4 \pmod{2}}$ ✓

isso é o que? (ideia correta!)

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

???

$a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow n \mid a-b \Rightarrow n \cdot P = a-b$ (I)

$b \equiv c \pmod{n} \Rightarrow n \mid b-c \Rightarrow n \cdot Q = b-c$ (II)

SUBTRAINDO (I) E (II)

$2n \cdot P \cdot Q = a-c$

$n(2 \cdot P \cdot Q) = a-c$

DESSA FORMA: A AFIRMAÇÃO $c \equiv a \pmod{n}$ É VERDADEIRA.

??? como?

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $\cancel{C(11,4)}$ $P(11,4) = 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8$

pois as personagens são distintas

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de *"ímpar"*. Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra *"par"*.

DEFINIÇÃO.

(Um inteiro) x é ímpar sse não existe inteiro q tal que $2 \cdot q = x$ //

semisso temos → [Então UFRN é ímpar]

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: $\forall i \in \mathbb{Z} [\neg (2i \mid i)]$

?

Não seria "$\forall$"? ← sim

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

Suponha que $a \nmid a$. Logo, $\nexists q \in \mathbb{Z}$ tal que $a \cdot q = a$.

Mas, como $a = a$, é absurdo que $a \nmid a$.

"chegamos num absurdo."

Portanto, $a \mid a$ $\forall a \in \mathbb{Z}$.

Aqui tu quis dizer: Mas tomando $q = 1$, ..

Faltou evidenciar que esse q existe, logo é uma contradição.

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA.

Para todos os inteiros a, temos que $a \mid 0$ pois existe $K \in \mathbb{Z}$ tal que $a \cdot K = 0$.

Qual K? ← sim

essa é a definição!

Tradução: $a \mid 0$ pois $a \mid 0$.

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Contra exemplo
$a = 6, b = 3, n = 3$

? $6 \equiv 3 \pmod{3}$
?: $6 \not\equiv 3 \pmod{21}$

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA. o que significa esse $P(-)$?

Passo base: $\boxed{P(0)}$ é verdadeiro.

Note que $\sum_{i=0}^{0} F_0 = 0$ e que $F_{0+2} - 1 = F_2 - 1 = (F_0 + F_1) - 1 = 0$

Logo, $\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$, p/ $n = 0$.

nunca escreva isso

Passo indutivo:

Hipótese: $P(K)$ é verdadeiro, ou seja,

$$\sum_{i=0}^{K} F_i = F_{K+2} - 1$$

Tese: Mostrar que ~~vale~~ $P(K+1)$.

$$\sum_{i=0}^{K+1} F_i = F_{(K+1)+2} - 1$$
$$= F_{K+2} + 1 - 1 \quad ???$$

$$\sum_{i=0}^{K} F_i = F_{K+2} - 1$$

onde usou tua H.I.?

Portanto, $P(K+1)$ é verdadeiro. como?

Por indução, temos que $\forall n \in \mathbb{N}$, $\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$.

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: 7.920 melhor: $11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8$

B

evite "sendo"

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".

estranha frase

DEFINIÇÃO.

Seja par qualquer número inteiro que possa ser escrito $2a$, sendo $a \in \mathbb{Z}$, ímpar é o número que possa ser escrito como $2a+1$.

por que definir «par»?

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: ~~$\neg\forall x, x \in \mathbb{Z}$~~ ~~$\neg\forall x$~~ ✓

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

$a \mid a$ sse existe $q \in \mathbb{Z}$ tq $a \cdot q = a$

?

$q = 1 \rightarrow a \cdot 1 = a$

logo, para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$ ✓

ideia correta, cuidado na escrita.

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA.

$a \mid 0 \Leftrightarrow$ existe $q \in \mathbb{Z}$ tal que $a \cdot q = 0$

Pelas propriedades básicas da aritmética, todo número multiplicado por 0 dá resultado 0. Logo, no caso de $q = 0$, a pode ser qualquer número inteiro. ✓

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
Prova ou Refutação.

Para $n=2$, $a=5$ e $b=1$:

$2 \mid 5-1$ ✓

$7 \cdot 2 \mid 5-1$ ✗

Cuidado na escrita (parece rascunho).

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
Prova ou Refutação.

Para $a = 168$ e $b = 84$ $\Rightarrow$ $42 \mid 168-84$
? $42 \mid 84$ ✓

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
Prova ou Refutação.

??

$n \mid a-b \Rightarrow n \cdot q1 = a-b$

$n \mid b-c \Rightarrow n \cdot q2 = b-c$

$+$

? $n \mid c-a \Rightarrow n \cdot q^3 = c-a$

$n \cdot q1 + n \cdot q2 = a-c$ nem parecem subscripts.

$n \cdot (q1 + q2) = a-c$

sendo $q1$ e $q2 \in \mathbb{Z}$ ✓

idéia correta.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$n=0$

Caso base: $n = 1$

$$\sum_{i=0}^{1} F_i = F_{n+2} - 1$$

$$F_0 + F_1 = F_3 - 1$$

$$0 + 1 = 2 - 1$$

✓

Assumindo que ~~Seja~~ $\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$ seja verdade, vamos tentar provar que

..?

810
$\times 11$
810
810
8910

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $11.10.9.8 = \cancel{8910}$ maneiras

7920. por que fazer a conta?

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de *"ímpar"*. Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra *"par"*.
DEFINIÇÃO.

o que significa? isso não é uma equação.

$n \in \mathbb{Z}$ Para n ser ímpar temos que $2 \nmid n$, ou seja n deve ser formado pelo equação $2K+1$ onde $K \in \mathbb{Z}$

o que é esse n?

confuso, mas ideia certa sim!

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: $i \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$, $\forall\ n \mid i$ $\quad i = m.K$ com $K \in \mathbb{Z}$, $2i \cancel{\mid i} = \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$

(não é uma formula.) (nem faz sentido).

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;
PROVA.

não use setinhas com significados improvisados em texto.

~~Como a~~

Se $a \in \mathbb{Z}$ e $k \in \mathbb{Z}$ $\rightarrow a.K = a \rightarrow K = 1 \rightarrow \frac{a}{a} = k$ (que é inteiro)

$\exists k \in \mathbb{Z} : a \cdot k = a$

logo $a \mid a$.

confuso!

usar conceito de divisão entre inteiros pode resultar em um outro conjunto.??

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.
RESPOSTA & PROVA.

o que é esse k?

$a \in \mathbb{Z}$
$b \in \mathbb{Z}$
$K \in \mathbb{Z}$

Para um número a dividir um numero b temos $b = K.a \rightarrow$ se $b=0$ $\quad 0 = K.a$ se $K=0$ todos os valores possíveis de a dividem b ou 0. (só que $b=0$ nesse exemplo)

idéia correta, mas a escrita não faz sentido.

confuso mas definição não precisa de uma nova variável b.

o que são essas afirmações?

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Como $a = 10$, $b = 16$ e $n = 3$ temos (REFUTAÇÃO)
$10 \equiv 16 \pmod{3} \not\Rightarrow 10 \equiv 16 \pmod{21}$. perfeito.
Cuidado ao escolher números quaisquer
nenhum problema! Não são "quais quer". São bem escolhidos para servir como contraexemplo.

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Como $a = 86$, $b = 128$ temos que $86 \equiv 128 \pmod{42}$
(ambos são maiores que 42). Perfeito.
(REFUTAÇÃO) Obs. poderia tomar $a := 86$ e $b := 86$ também.

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

cuidado: o que é esse r?

Como $a \equiv b \pmod{n} \rightarrow b = n.q_1 + r$ $\rightarrow n \mid a - b$
$\rightarrow a = n.q_2 + r$ $\exists q \in \mathbb{Z} : n.q = a - b$

Como $c \equiv b \pmod{n} \rightarrow c = n.q_3 + r$

~~Pelas~~
Pelo definição: $c \equiv b \pmod{n}$, Pois deixam os mesmos restos feito divisão com um inteiro n.
Qual definição? ← Pois é.
Não provou que deixa o mesmo resto.

Idéia 100% correta (cuidado na escrita) mas presuponha outra definição de $- \equiv - (\text{mod} -)$

$a_1 + \dots + b$ $\frac{y(n).2}{2}$ $(b+a).2$

$F_n = F(n-1) + F(n-2)$

$F(n-2) + F(n-3) + F(n-3) + F(n-4)$

$F(n-3) + F(n-4) + F(n-4) + F(n-5) +$

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$F(n-2) = F(n) - F(n-1)$

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$F_0 = 0$ com $n \in \mathbb{N}$

$F_1 = 1$

$F_n = F(n-1) + F(n-2) \rightarrow \sum_{i=0}^{n-2} F_i = F_n - 1$

$F_0 + F_1 + F_2 + F_3 + \dots F(n-2) = F_n - 1$, como $F_n = F(n-1) + F(n-2)$

$\sum_{i=0}^{n-2} F_i = F_0 + F_1 + F_2 + \dots + F(n-2) = \frac{[0 + F(n-2)].F(n-2)}{2}$

Que tipo de prova foi essa? Tentativa de achar a forma fechada de Fibonacci?

veja o gabarito.

$F(n) - 1 = \frac{(F(n-2))^2}{2}$

$[F(n-2)]^2 - 2F(n) + 2 = 0$

(Realmente tua resposta ficou confusa)

essa parte era para significar:
« o p é divisível por $2p$ ».

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $P(11,4) = \frac{11!}{(11-4)!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7!} = \boxed{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}$

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".
DEFINIÇÃO.

O número n é ímpar sse existe um inteiro K tal que $n = 2K+1$.

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

ESTÁ CERTO, PORÉM CONFUSO.

FÓRMULA: $\neg \exists p \boxed{\exists q \, [p \in \mathbb{Z} \land q \in \mathbb{Z} \land q = \tfrac{p}{2p}]}$ $= \frac{1}{2}$

C

$\nexists p \in \mathbb{Z}$ tq $q = \frac{p}{2p}$ PARA ALGUM $q \in \mathbb{Z}$ $= \frac{1}{2}$

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;
PROVA.

Queremos provar isso! Não importa procurar suas conseqüências para verificar que são válidas.

Se $a \mid a$ ~~(é sempre)~~, então podemos concluir que existe um $K \in \mathbb{Z}$ tal que: $a = a \cdot K$. Mas $\boxed{a = a \cdot 1 \text{ e } 1 \in \mathbb{Z}}$ Logo, a afirmação de que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$, é Verdadeira

por que "mas"?

Só essa parte é suficiente.

correto!

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.
RESPOSTA & PROVA.

não use aspinhas para variáveis

Se $a \mid 0$, logo, existe um inteiro K tal que $0 = a \cdot K$. Mas $0 \in \mathbb{Z}$ e portanto, a pode ser representado por qualquer inteiro, já que qualquer número multiplicado por zero terá produto igual a zero

Então escolha um!

Teu « se ___A___ então ___B___. Mas ___C___ »
deveria ser: « para ___A___ preciso ___B___. Realmente ___C___ »

CUIDADO!

D Aqui sim, [illegible]

cuidado!

Prove ou refuta as afirmações:

por que o mesmo inteiro?

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Se $a \equiv b \pmod{n}$, existe um inteiro K tal que $a - b = nK$, Então, para (~~[illegible]~~) $a \equiv b \pmod{7n}$ ~~[illegible]~~ teríamos $a - b = 7nK$. Mas sabemos que $\underset{?}{nK \mid a-b}$, logo, a afirmação é Verdadeira?

FALTOU ACHAR K com $a - b = 7.n.K$? ✗

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

evite "sendo". Aqui: "para algum"

Se $a \equiv b \pmod{42}$, logo: $a - b = 42K$, sendo $K \in \mathbb{Z}$. No entanto, temos que: $126 \equiv 84 \pmod{42}$ e $126 > 42$, assim como $84 > 42$. Logo, a afirmação é falsa. Muito bem! ($a := 84$, $b := 84$ serve também).

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

evite essas setinhas

Dos dados fornecidos podemos concluir que:

(i) $a \equiv b \pmod{n} \to n \mid a - b \to \boxed{a - b = nK_1}$, sendo $K_1 \in \mathbb{Z}$

(ii) $b \equiv c \pmod{n} \to n \mid b - c \to \boxed{b - c = nK_2}$, sendo $K_2 \in \mathbb{Z}$

Somando (i) e (ii), temos:

$$a - c = nK_1 + nK_2$$

$$c - a = -n(K_1 + K_2)$$

Portanto, podemos concluir que $c \equiv a \pmod{n}$ é Verdadeiro, já que a soma dos inteiros K_1 e K_2, também ~~[illegible]~~ resulta em um inteiro

Cuidado: teu inteiro aqui seria o $-(k_1 + k_2)$, e não o $k_1 + k_2$. ✓

Correto!

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1. \qquad (*)$$

PROVA.

Prova por indução finita

· Caso Base: Temos que provar que a sentença é verdadeira para ambos os lados de $(*)$ quando $n = 0$

~~$\sum_{i=0}^{0} F_i = F_{0+2} - 1 = F_2 - 1 = 1 - 1 = 0$~~

· $\sum_{i=0}^{0} F_i = F_0 = 0$ e $F_{0+2} - 1 = 1 - 1 = 0$ ✓

Logo, o caso base é verdadeiro.

· Passo Indutivo: Suponha que existe um inteiro K para qual todo inteiro $i \leq K$, a seguinte hipótese é verdadeira.

$$\sum_{i=0}^{K} F_i = F_{K+2} - 1$$

Queremos provar que: $\sum_{i=0}^{K+1} F_i = F_{K+3} - 1$

Logo:

$$\sum_{i=0}^{K+1} F_i = \sum_{i=0}^{K} F_i + F_{K+1}$$

$$= F_{K+2} - 1 + F_{K+1} \text{ (hipótese indutiva)}$$

$$= F_{K+3} - 1$$

Portanto, para todo $n \in \mathbb{N}$, temos que

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

Perfeito!

(Obs: não precisou uma H.I. tão forte)

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $11 * 10 * 9 * 8$ ~~$= 7920$~~ ✓ CORRETO ✓

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".

DEFINIÇÃO.

x É IMPAR SSE $2 \mid (x-1)$ ✓

OK → O que x? Parece "seco".

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: $\nexists x \in \mathbb{Z}$ t.q. $2x \mid x$ OK

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

SEJA $a \in \mathbb{Z}$

COMO 1 É O ELEMENTO NEUTRO DA MULTIPLICAÇÃO NOS INTEIROS

LOGO $a \cdot 1 = a$

COMO $1 \in \mathbb{Z}$ não misture símbolos de lógica com texto.

LOGO $\exists k \in \mathbb{Z}$ t.q. $a \cdot k = a$

LOGO $a \mid a$ ✓ OK ✓

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA.

SEJA $a \in \mathbb{Z}$, QUERO PROVAR $a \mid 0$

COMO $a \cdot 0 = 0$, E $0 \in \mathbb{Z}$

LOGO $\exists k \in \mathbb{Z}$ t.q. $ak = 0$

LOGO $a \mid 0$

LOGO $\forall a \in \mathbb{Z}$, $a \mid 0$ ✓ perfeito

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

REFUTAÇÃO:
TOME $a=0$, $b=2$, $n=2$ ✓ — Prova por exaustão?
LOGO $a \equiv b \pmod{n}$, POIS $2 \mid 2-0$, POIS $2.1=2$ ✓
"Mas" — ~~LOGO~~ $a \not\equiv b \pmod{7n}$, POIS $14 \nmid 2-0$, POIS $\nexists k \in \mathbb{Z}$ t.q. $14k=2$ ✓
LOGO PARA TODO $a, b, n \in \mathbb{Z}$ COM $n>1$, $a \equiv b \pmod{n} \not\Rightarrow a \equiv b \pmod{7n}$

↳ ERRADO! Ache uma nova refutação disso!

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

REFUTAÇÃO:
TOME $a=85$, $b=43$
NOTE QUE $a \equiv b \pmod{42}$, POIS $42 \mid 42$ $[85-43=42]$
PORÉM $85 \not\leq 42$ E $43 \not\leq 42$ ✓

Prova por exaustão ?

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

PROVA:
NOTE QUE $\exists k' \in \mathbb{Z}$ t.q. $n.k' = a-b$ [i]
NOTE QUE $\exists k'' \in \mathbb{Z}$ t.q. $n.k'' = b-c$ [ii]
Pela (i), ~~NOTE QUE~~ $b = n.k''+c$ PARA ALGUM $k'' \in \mathbb{Z}$
pela (ii), ~~NOTE QUE~~ $nk' = a-(n.k''+c)$ PARA ALGUNS $k', k'' \in \mathbb{Z}$ — já "seja" teu k'!
MANIPULANDO... $nk' = a - nk'' - c$
SSE $nk'+nk'' = a-c$
SSE $n(k'+k'') = a-c$

a prova teria que ser: $n \mid c-a$
você provou que $n \mid a-c$. } exatamente!

NOTE QUE $(k'+k'') \in \mathbb{Z}$ PELA PROPRIEDADE DE + EM $\mathbb{Z}$ ↳ ???
LOGO $\exists k \in \mathbb{Z}$ t.q. $nk = a-c$
LOGO $n \mid a-c$
LOGO $a \equiv c \pmod{n}$ ✓

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA. Cuidado na escrita.

CASO BASE:

PARA O CASO BASE ASSUMA $n = 0$

LOGO $F_0 = \left(\sum_{i=0}^{0} F_i = F_{0+2} - 1 \right) \Rightarrow F_0 = F_2 - 1 \Rightarrow 0 = 1 - 1$ ✓

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: 7920 ← escreva $11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8$

B

OBS.: Nessa definição preciso saber o SIGNIFICADO DE DIVIDIR

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de *"ímpar"*. Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra *"par"*. Boa observação.

DEFINIÇÃO.

Todo inteiro que dividido por 2 sobra resto $\neq 0$.
↳ DIFERENTE DE
↳ escreva uma definição completa.

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

OBS.: O correto é $2n/n$.

FÓRMULA: $\nexists n \in \mathbb{Z} \mid n/2n = 0$? nenhum é correto.

↳ não existe na sintaxe de lógica.

C

OBS.: Faltou declarar a variável "a". Bastava escrever: "Seja $a \in \mathbb{Z}$"

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

o que é esse "i"?

$a \mid a \iff a \cdot i = a$ Definição de "|"

$\iff a \cdot 1 = a$ Elemento neutro (.)

$\iff \frac{a}{a} = 1$ se $a=0$?

E se $a \neq 0$, tá afirmando o que com tua última linha?

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA.

Sejam $a, i \in \mathbb{Z}$

$a \mid 0 \iff a \cdot i = 0$ Definição de "|"

$\iff i = 0$ Propriedade da "·"

↳ como tu concluiu que $B=0$ de $A \cdot B = 0$??

OBS.: A variável "i" não poderia ser declarada como livre e depois assumir valor. ← Nesse caso faz sentido tua observação.

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

REFUTAÇÃO:
Seja $a, b, n \in \mathbb{Z}$:
$n = 2$
$a = 5$
$b = 1$

$a \equiv b \pmod{n}$
$2 \mid 5 - 1$ ✓

$a \equiv b \pmod{7n}$
$7 \cdot 2 \mid 5 - 1$
$14 \mid 5 - 1$ X

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

PROVA:
Seja $a, b \in \mathbb{Z}$:

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

revise analise combinatória!

RESPOSTA: ~~$\frac{(11!-4!)}{4!}$~~

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".

DEFINIÇÃO.

estranho

não é uma afirmação.

não é uma definisão

EXISTE $x \in \mathbb{R}$ TAL QUE $x \in \{x \mid 2k-1\}$

Se $x \in \mathbb{Z}$ todos números ímpares $= 2 \cdot x + 1$

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: $A \notin \{A \mid A \mid 2A\}$, TAL QUE $A \in \mathbb{Z}$

$b \notin \mathbb{Z}$ que $a \cdot b = 2 \cdot a$

???

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

isso não faz sentido. (tem "type error")

~~SENDO~~ SEJAM a, b e $q \in \mathbb{Z}$

TEMOS QUE $b \mid a = q$

LOGO, SE $1 \mid a = a$

CONCLUI-SE QUE $a \cdot q = a$, PARA $q = 1$

$a \cdot 1 = a$ logo $a \mid a$

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA.

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $11.10.9.8$

OK

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".
DEFINIÇÃO.

considere $k \in \mathbb{Z}$. Diz-se que p é um ímpar, se pode ser escrito na forma: $p = 2k - 1$ // Mas eu considerei o $8 \in \mathbb{Z}$. Logo $15 = 2 \cdot 8 - 1$ é ímpar mas... ... $17 \neq 2 \cdot 8 - 1$ não é?

OK

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA:

C

Tá começando investigar o que acontece se $a|a$. O que queremos é provar que isso sempre acontece.

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;
PROVA.

não use "$\Rightarrow$" em texto de prova.

$\boxed{\text{se } a|a} \Rightarrow a = q \cdot a$, com $q \in \mathbb{Z}$
$q = \frac{a}{a} \Rightarrow q = 1$, logo a $\boxed{\text{hipotese}}$ é verdadeira com $q = 1$.

o que é esse a?

se $a=0$?

$\to$ qual "hipotese"?

OK

C2. $\boxed{\text{Para quais inteiros } a \text{ temos } a \mid 0?}$ Prove tua afirmação. obrigatorio escrever isso!
RESPOSTA & PROVA.

dizer $a | 0$ é dizer que $0 = q \cdot a$ "... para algum $q \in \mathbb{Z}$"
$a = \frac{0}{q}$, indefinido. $\leftarrow$ o que é "indefinido"?
caso $q = 0$, o caso será impossível

Não entendi:

ou indefinido?

essas duas proposições não têm papeis iguais aqui.
Olha:

D

o que significam?

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

"...para algum..."

$7n \mid a-b \Rightarrow (a-b) = 7n \cdot q_1$ I
$n \mid a-b \Rightarrow (a-b) = n \cdot q_2$ II, igualando
$7n \cdot q_1 = n \cdot q_2$, e só será verdade quando $q_2 = 7q_1$
logo a hipotese é falsa.

use isso para mostrar um contraexemplo.

ok

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

evite!

i $\Rightarrow n \mid (a-b) \Rightarrow a-b = q_1 \cdot n$ } de ii temos $b = q_2 n + c$
ii $\Rightarrow n \mid (b-c) \Rightarrow b-c = q_2 \cdot n$ } substituindo em i:

$\Rightarrow a - (q_2 n + c) = q_1 n \Rightarrow a - q_2 \cdot n - c = q_1 n$
$\Rightarrow a - c = q_1 n + q_2 n$ } $\Rightarrow c - a = -(n \cdot (q_1 + q_2))$
$c - a = -n \cdot q_3$ ← onde $(q_3 = q_1 + q_2)$

isso significa que a hipotese é falsa, pois
o quociente não pode ser negativo.

(1) por que não?
(2) sobre nenhum dos sabemos se é negativo ou não.

ENTÃO, A HIPÓTESE É VERDADEIRA. → mas o que foi o erro?

$q_1 \cdot n = a - b$ } SOMANDO → $2n \cdot q_1 \cdot q_2 = a - c$
$q_2 \cdot n = b - c$
$n(2 \cdot q_1 \cdot q_2) = a - c$
$n \mid a - c \Rightarrow c \equiv a \pmod{n}$

→ Na verdade, o que tu escreveu realmente é uma <u>prova</u> do "D3"! (Que realmente é válido, e tua prova 100% correta!)

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

[illegible]

$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \quad =$

$F_{n+3} = F_{n+2} + F_{n+1} + F_{n+1} + F_n + F_{n+1}$

$F_{n+4} = F_{n+3} + F_{n+2} + 2F_{n+1} + F_n$

$=$

X

cuidado. Tu fez $\frac{11!}{7!\,4}$ (= 1980)
Acho que tu quis dividir por 4! (isso seria o C(11,4), mas aqui queremos o P(11,4).

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

$\frac{11!}{(11-4)!} = \frac{11!}{7!}$

RESPOSTA: ~~1980~~ 1997 possibilidades

$= 7990$

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".

DEFINIÇÃO.

Dado $x \in \mathbb{Z}$, se existe $y \in \mathbb{Z}$ tq. $x = 2y$, então x é par.
Definir IMPAR. Sim, faltou escrever isso mas falei na prova.

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: $\{ \nexists x \in \mathbb{Z} \mid x \mid 2x \}$

cuidado! Usamos essa notação para denotar conjuntos, não proposições.

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

Dado $a \in \mathbb{Z}$ temos que $a = a \cdot 1$
Logo, pela Definição 1, $a \mid a$.

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

Usamos esse "def" quando damos a definição. (Aqui o | já foi definido.)

RESPOSTA & PROVA.

Temos que $a \mid 0 \overset{def}{\Leftrightarrow}$ existe $q \in \mathbb{Z}$ tq $aq = 0$
Suponho $q = 0$.
Qual? ← Pela definição, todo número multiplicado por 0 resulta no valor nulo. Melhor: "$a \cdot q = 0$, logo $a \mid 0$."
Logo, para todos os inteiros temos que $a \mid 0$.

certo✓.
(cuidado na escrita)

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

$a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow n \mid a-b$

$a \equiv b \pmod{7n} \Rightarrow 7n \mid a-b$

Suponha $a = 6$, $b = 2$ e $n = 2$, temos que $2 \mid 6-2$, mas $7 \cdot 2 \nmid 6-2$. (contra-exemplo)

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

?

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

"para algum"

Temos que

(I) $a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow n \mid a-b \Rightarrow n \cdot q = a-b$, com $q \in \mathbb{Z}$

(II) $b \equiv c \pmod{n} \Rightarrow n \mid b-c \Rightarrow n \cdot p = b-c$, com $p \in \mathbb{Z}$

Logo,

$nq + np = a - b + b - c$

$= n(q+p) = a - c \Rightarrow n \mid a-c$ $(p+q \in \mathbb{Z})$

$\Rightarrow a \equiv c \pmod{n}$

Portanto, $c \not\equiv a \pmod{n}$

Cuidado!

Tente provar que: $x \equiv y \pmod{n} \Leftrightarrow y \equiv x \pmod{n}$.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

?

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.).

RESPOSTA: $11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8$ ✓

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".

DEFINIÇÃO. escrita estranha.

Impar é um número que ao ser dividido [redacted] pelo número 2, Produz? um? resto ~~0~~. O RESTO É 1 sim ✓

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: $\nexists x \in \mathbb{Z}$ ~~tq.~~ $2x \mid x$

✓

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA. o que é esse a? ✓

Assumo que $a \nmid a$.

Portanto, pela Definição 1: $\nexists q \in \mathbb{Z}$ tal que $aq = a$

O que não é verdade. Tendo que se

$q = 1 \Rightarrow a \cdot 1 = a \Rightarrow \boxed{a = a}$ por que provar pelo absurdo?

Então $a \nmid a$ é falso. E $a \mid a$. por que isso? ✓

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA. tá contradizendo teu C1 aqui.

R: Todos exceto 0.

Para todo a, diferente de zero, existe um $q = 0$, [redacted] e que pela Definição 1, $a * 0 = 0$, portanto $a \mid 0$.

o $a0 = 0$ não é graças a def. 1.

~

0|0 !

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

$2 \equiv 4 \pmod{2}$, mas $2 \not\equiv 4 \pmod{7*2}$

Falso.

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

$84 \equiv 420 \pmod{42}$, mas $84 > 42$ e $420 > 42$

Falso.

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

??.

(iii) $m \mid (a-b) \Leftrightarrow m q' = (a-b)$

(iv) $m \mid (b-c) \Leftrightarrow m q'' = (b-c)$

$\underbrace{m \mid (c-a)\,?}$ parece rascunho

$\hookrightarrow$ sse $(\exists q''' \in ?\ t_q\ m q''' = (c-a))$

$b = -mq' + a$ $\quad\rightarrow q'''$

$m q'' = mq' + a - c$

$m q'' + mq' = a - c \Rightarrow -m(q' + q'') = (c-a) = m(-q' - q'') = c - a$

~~[illegible]~~ $\boxed{m \cdot q''' = c - a}$

Cuidado!

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

? ?

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $C(11,4) \left(= 11 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2\right)$ ~~$\frac{11!}{6!4!}$~~

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de *"ímpar"*. Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra *"par"*.
DEFINIÇÃO.

existe

Um inteiro n é ímpar sse existir ~~um~~ inteiro K, tal que $n = 2K + 1$. ✓ correto!

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

$2x \mid x$ → sim!

FÓRMULA: $\neg(\exists x \in \mathbb{Z})[x \mid 2x]$ ✓

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;
PROVA.

Como $a \times 1 = a$ e $1 \in \mathbb{Z}$, temos que $a \mid a$. ✓

use: $a \cdot 1$ ou $a1$

correto!

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.
RESPOSTA & PROVA.

$\forall a \in \mathbb{Z}$, temos $a \times 0 = 0$,
logo, $a \mid 0$. ~~[illegible]~~ [illegible]

não misture símbolos de lógica com texto.

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
Prova ou Refutação.

Refutação: $a = 5$, $b = 2$, $n = 4$ $\quad 5 \not\equiv 2 \pmod{4}$!

"Onde"?

Temos $a \equiv b \pmod{7n}$,

Onde $5 \equiv 2 \pmod{28}$, $\quad$ cuidado.

Portanto, $28 \nmid 3$ ~~ou~~ $\cancel{n(28 \mid 3)}$.

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
Prova ou Refutação.

$a = 84$, $b = 42$ $\quad$ NÃO PROVA PARA TODO VALOR

Temos $a \equiv b \pmod{42}$

Onde $84 \equiv 42 \pmod{42}$

Logo, $42 \mid 42$. ?? o que isso tem a ver?

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
Prova ou Refutação.

$a = 16$, $b = 8$, $c = 4$; $n = 2$

Temos

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

essa definição.
Esse contexto parece errado para ~~[illegible]~~

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: REVISE ANALISE COMBINATÓRIA!! ?

Escrito assim, um numero é par independente de qual é esse número!
5 é par sse $2|n$. etc. Cuidado na escrita!
6 é par sse $2|n$.

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".
DEFINIÇÃO.

Sejam n e k inteiros ~~Dessa forma~~, um número é par se $2|n$, ou seja, pela Definição 1, $n=2k$. Sendo assim, é ímpar todo número que não é par. OK

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: ?

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;
PROVA.

isso é o que queremos provar, não o que sabemos.

$a|a$

Seja $a \in \mathbb{Z}$. Assim, sabemos que existe um inteiro q tal que $a \cdot q = a$. Logo, pela Definição 1, concluímos que $a|a$, onde $q=1$, ou seja, $a \cdot 1 = a$. OK

Cuidado na escrita.

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.
RESPOSTA & PROVA.

Para que $a|0$, pela def. 1, deve existir um inteiro q tal que $a \cdot q = 0$. Vamos dividir em dois casos. Caso 1: Seja $a=0$ e $q \in \mathbb{Z}$ tal que $q \neq 0$. Neste caso $a|0$, pois $0 \cdot q = 0$, logo $\exists q \in \mathbb{Z}$ tal que $a \cdot q = 0$. Caso 2: Seja $q=0$ e $a \in \mathbb{Z}$ tal que $a \neq 0$. No caso 2 $a|0$, pois $a \cdot 0 = 0$, ou seja, $\exists q \in \mathbb{Z}$ tal que $a \cdot q = 0$. Logo, para todo $a \in \mathbb{Z}$, $a|0$.

OK

Obs: O caso 2 já é suficiente!

Caso 3: $a=q=0$?

Por que separar em casos?

exatamente.

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

$nk = a-b$

Sejam a, b e $n \in \mathbb{Z}$ com $n>1$. Suponha que $a \equiv b \pmod n$, ou seja, $n|a-b$, portanto, $\boxed{(a-b)k = n}$ ~~para~~ algum k inteiro pelas definições 1 e 2 respectivamente. Disso temos que $(a-b)k \cdot 7 = 7 \cdot n$. Como os inteiros são fechados pela multiplicação, $k \cdot 7$ é inteiro. Logo, existe um inteiro q, onde $q = 7k$, tal que $(a-b)q = 7n$, ou seja, $7n|a-b$, ou seja $a \equiv b \pmod{7n}$.

$a-b|7n$

Cuidado!

OK

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Esta afirmação está errada. Suponha que $a = 44$ e $b = 86$. Dessa forma, temos que $a \equiv b \pmod{42}$, pois $42|44-86$ ~~[illegible]~~ ("... mas nem $44 \leq 42$ nem $86 \leq 42$")

Obs: poderia tomar $a := 44$ $b := 86$ também!

OK

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Suponha que $a \equiv b \pmod n$ e que $b \equiv c \pmod n$, ou seja, $n|a-b$ e $n|b-c$, pela definição 2. Disso temos que $(a-b)k = n$, para algum k inteiro, e que $(b-c)k' = n$, para algum inteiro k', pela ~~de~~ definição 1.

...?

Não terminado.

FMC2, 2018.1
(Turmas do Thanos)

Provinha 0
(points: 0; bonus: $0^\flat$; time: 66'+33')

Alun∗: João Pedro de A. Paula **Prof∗:** William Talles M. Damião

21/02/2018

(Resolva todos os problemas.)

Instruções:

Modo aluno: Escreva teu nome no campo "Alun∗" em cima, e use a mesma caneta para responder em todos os problemas da prova.

No tempo determinado entregue tua prova para receber uma de outro aluno da turma.

Modo professor: Usando uma caneta de cor diferente daquela que teu aluno escolheu usar, escreva teu nome no campo "Prof∗" em cima, e corrija sua prova. Não escreva qual seria uma resposta correta, apenas identifique os erros, dando uma curta explicação quando possível.

Lembre-se:

Definição 1.
Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$. O a *divide* o b (escrevemos $a \mid b$) sse[1] existe $q \in \mathbb{Z}$ tal que $aq = b$.

Definição 2.
Sejam $a, b, m \in \mathbb{Z}$. Escrevemos $a \equiv b \pmod{m}$ sse $m \mid a - b$.

[1] escrevemos *sse* como uma abreviação da frase *se e somente se*

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: 210 ×

obs. Posso estar errado mas acho q é é $\boxed{C(11,4)}$

Não, queremos permutações pois as personagens são distintas

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".

DEFINIÇÃO.

esse símbolo usamos para afirmar que seu lado esquerdo pertence no conjunto no seu lado direito.

$\text{Impar} \in \{x \mid x = 2k+1 \boxed{\forall} k \in \underbrace{\mathbb{I}}_{\mathbb{Z}}\}$ ✓

sim.

por que para todo?

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: $\nexists q \, \forall a, q \in \mathbb{Z} \boxed{|} \, 2aq = a$ ✓

não use esse simbolo em formulas nesse jeito.

essa parte deveria afirmar: «o q é divisível por seu dobro» ou seja: $2q \mid q$

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

$\forall a \in \mathbb{Z}$ sabemos que

1) $a \cdot 1 = a$ ← pronto! Agora é só observar que 1 é inteiro.

2) $\frac{a \cdot 1}{a} = \frac{a}{a}$ ← se $a = 0$?

3) $1 = \frac{a}{a}$

por que esses passos?

×

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA.

$a \equiv b \pmod{m}$ | $m \mid a - b$

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Prova por exaustão

(por que tantos exemplos?)

Indice = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 ... }

F = {0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 ... }

SF = {0, 1, 2, 4, 7, 12, 20, 33, 54, 88, 143 ...

Σ

~~$\forall i \in$ Indice $\wedge$~~

$\forall$ i $\in$ indice $\wedge$ $i < 13$ $\boxed{F_i = SF_i}$??

X

escreva em portugues.

Não tem algum argumento para convencer teu leitor sobre a veracidade do

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8$ ✓

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de *"ímpar"*. Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra *"par"*.
DEFINIÇÃO.

Um número inteiro x é ímpar se pode ser escrito na forma $x = 2n+1$, onde n também é um número inteiro. ✓

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

não faz parte da sintaxe.

FÓRMULA: $\forall x \in \mathbb{Z} \mid \neg(x \mid 2x)$

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;
PROVA.

$a \cdot 1 = a$, como $1 \in \mathbb{Z}$ então $a \mid a$. ✓

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.
RESPOSTA & PROVA.

Para o conjunto $\mathbb{Z}$ temos que $a \mid 0$.
$a \cdot 0 = 0$, como $0 \in \mathbb{Z}$ e o 0 é elemento neutro da operação., temos que ~~$a \mid 0$~~
$\forall a \in \mathbb{Z} (a \mid 0)$

cuidado! ???

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
Prova ou Refutação.

A afirmação é falsa. Contraexemplo:
Para $a=2$, $b=0$ e $n=2$, temos que $2 \equiv 0 \pmod 2$
$2 \mid 2-0$, definição de $\equiv$
$2 \mid 2$, $2.1=2$

Mas não temos $2 \equiv 0$ [mod(7.2)], pois $2 \equiv 0 \pmod{14}$
$14 \mid 2-0$, definição de $\equiv$
$14 \nmid 2$, não existe $q \in \mathbb{Z}$ tal que $14.q=2$

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
Prova ou Refutação.

A afirmação é falsa. Contraexemplo:
Para $a=43$ e $b=43$, temos que: $43 \equiv 43 \pmod{42}$
$42 \mid 43-43$, pela definição de $\equiv$
$42 \mid 0$, ~~verdade~~ pela prova em C2

Mas não temos $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.

perfeito!

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
Prova ou Refutação.

Se (i) e (ii), então $n \mid a-b$ e $n \mid b-c$, definição de $\equiv$
$n.q_1 = a-b$ e $n.q_2 = b-c$, definição de $\mid$, para algum $q_1, q_2 \in \mathbb{Z}$

algums

? $n.q_1 = a - n.q_2 - c$
? $n q_1 + n q_2 = a - c$
? $n(-q_1 - q_2) = a - c$ $c - a$
...

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: ~~44 formas diferentes~~ modo correto de se calcular isso é: $\frac{n!}{(n-k)!}$

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".

DEFINIÇÃO. Cadê a frase completa, com seu verbo etc.?

número $a \in \mathbb{Z}$ tal que $a \bmod 2 = 1$.

$\mathbb{Z}$

tua "def" presupunha que sabemos essa operação binária.

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: $a|b$ se somente se ~~$a \nmid b$~~, logo $2a \mid a$ é falso ±

não use isso em texto!

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

$\mathbb{Z}$

Para que $a \mid b$, $b = a \cdot n \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$.
Logo a afirmação $a \mid a$ é verdade, pois $a = a \cdot 1$.

ideia correta, mas a escrita ficou estranha.

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA.

$a \mid 0$ é verdade, pois para qualquer a a afirmação $0 = a \cdot 0$ é verdadeiro

a não foi declarado.

±

ideia correta!

Pouco explicado

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Refutação:
(?) $8 \equiv 4 \bmod (2)$
(?) $2 \mid 8 - 4 \Rightarrow 2 \mid 4$ (Verdade)
Porém
~~8~~ $8 \not\equiv 4 \bmod (7 \cdot 2)$
(?) $14 \mid 4$ (falso)

Como o exemplo ao lado podemos ver que a afirmação é falso.

idéia correta.
parece rascunho.

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Refutação:
~~[illegible]~~
(?) $126 \equiv 84 \pmod{42}$
(?) $42 \mid 126 - 84$
(?) $42 \mid 42$ (Verdadeiro)

Logo, podemos concluir que não necessariamente a ou b precisam ser maiores ou iguais a 42.

idéia correta!
cuidado na escrita

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

?

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Σ

?

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $11 * 10 * 9 * 8$ ✓

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de *"ímpar"*. Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra *"par"*.

DEFINIÇÃO. ? realmente...! ?

$a, b \in \mathbb{Z}$: número b é ímpar quando $b = 2 \cdot a + 1$

O que é esse a?

C+

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

?✓

FÓRMULA: $b \in \mathbb{Z}$ $b \nmid 2b \rightarrow t \in \mathbb{Z}$ tal que $b \cdot t = 2b$

não dá pra entender.

Também: não misture simbolos como "→" com texto

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

se $a \cdot 1 = a$ logo $a \mid a$ (pois $1 \in \mathbb{Z}$).

"se"? E se não?

C

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA.

todos os inteiros pois $a \cdot 0 = 0$ ✓ (e esse 0 é inteiro)

C

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Refutação porem

$a = 1$
$b = 3$
$n = 2$

$1 \equiv 3 \pmod{2}$ ✓ $1 \not\equiv 3 \pmod{14}$

C

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Refutação

$a = 43$
$b = 85$

$43 \equiv 85 \pmod{42}$ $42 < 43$ $42 < 85$

✓ Perfeito! (Poderia tomar $a := 43$, $b := 43$ também.)

C

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Prova $b \in \mathbb{Z}$

$n \mid a - b$
$n \mid b - c$
logo $n \mid c - a$?

$(a - b) \cdot b_1 = n$ $ab_1 - bb_1 = bb_2 - cb_2$
$(b - c) \cdot b_2 = n$ $bb_1 + bb_2 = ab_1 + cb_2$
$(a - c)\, b_3 = n$

o que são essas equações e esses b_1, b_2, b_3?

C

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

Prova.

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $\frac{11!}{7!}$ ✓

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".
DEFINIÇÃO.

perfeito!

Para $x \in \mathbb{Z}$, x é ímpar <=> existe um $k \in \mathbb{Z}$ tal que $x = 2k+1$.

evite usar símbolos no meio de frases, um "se" seria mais adequado.

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: $\forall x E \mathbb{Z} \boxed{\to} 2x \nmid x$ idéia correta!

$\in$

cuidado com setinhas, e significados improvisados.

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;
PROVA.

novamente

$a \mid a$ <=> $\exists\, q \in \mathbb{Z}$ tal que $a \cdot q = a$. Fazendo $q = 1$ temos que $a \cdot 1 = a$, logo $a \mid a$. ✓

"tomando"?

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.
RESPOSTA & PROVA.

pleonasmo

Para todos os inteiros a temos que $a \mid 0$ é verdade.
Prova: Seja $a \in \mathbb{Z}$.
$a \mid 0$ <=> $\exists\, q \in \mathbb{Z}$ tal que $a \cdot q = 0$. "Fazendo" $q = 0$ temos que $a \cdot 0 = 0$, logo $a \mid 0$ $\forall a \in \mathbb{Z}$.

faz mais sentido declarar o a no começo. sim, aqui, mas a conclusão seria o que teu aluno escreveu mesmo.

escreva "para todo" mesmo. Se fosse formula, o $\forall$ seria antes.

D

Prove ou refuta as afirmações:

trabalhou com todos os detalhes que aqui não seria necessário. (veja o gabarito)

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod n$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Refutação: Para $a = 8$, $b = 6$ e $n = 2$, temos que $8 \equiv 6 \pmod 2$ é verdade pois $a \equiv b \pmod n \iff n \mid a - b$, ou seja, $n \cdot q = a - b$, com $q \in \mathbb{Z}$ e tal q existe e é $1 \Rightarrow 2 \cdot 1 = 8 - 6$. Porém para $a \equiv b \pmod{7n}$ temos $8 \equiv 6 \pmod{14}$ que é falso, pois não existe q tal que $14 \cdot q = 8 - 6$. correto!

pode existir mais de um q

realmente a frase "e é 1" fica estranha. Um "por exemplo" seria melhor, ou simplesmente escreva: "Observe que $2 \cdot 1 = 8 - 6$..."

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO. "existe"

~~Refutação~~
Prova: Para $a = 43$ e $b = 1$ (ou $b = 43$ e $a = 1$) temos que $43 \equiv 1 \pmod{42}$ é verdade pois $\exists q$ tal que $42 \cdot q = 43 - 1$, com $q \in \mathbb{Z}$, porém $a > 42$, logo temos um absurdo pois é impossível que $a \leq 42$ ($a - b$) e ao mesmo tempo $a > 42$, portanto a premissa é verdadeira.

é uma refutação

o que é esse q? sim: $(\exists q \in \mathbb{Z})$...

Neste caso $b \leq 42$ e satisfaz o enunciado.

exatamente! cuidado!

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod n$;

(ii) $b \equiv c \pmod n$.

Logo $c \equiv a \pmod n$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Prova:
Se $a \equiv b \pmod n$, então temos que $n \cdot q = a - b$, com $q \in \mathbb{Z}$.
Se $b \equiv c \pmod n$, " " " $n \cdot q = b - c$, " " ".
Se $c \equiv a \pmod n$, " " " $n \cdot q = c - a$, " " ".
Como sabemos que $n \cdot q = a - b$ e $n \cdot q = b - c$, temos que:

$a - b = b - c = c - a$, logo $a - b = c - a$.

Não necessariamente esse q sempre vai ser o mesmo, não podemos supor que são.

cuidado pois...

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

o que é isso?!?

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $A_{11,4} = 11!/7! \Rightarrow 11.10.9.8$

B

Nesse caso não é necessário. (Por que?)

Falta definir a qual conjunto "número" pertence

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".
DEFINIÇÃO.

Todo número que pode ser escrito $2n+1$ onde $n \in \mathbb{Z}$ escreva uma definição completa.

A expressão da direita pode ser reduzida para $2=x$, o que não faz sentido na questão

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

FÓRMULA: $(\nexists x, m \in \mathbb{Z}) [\underbrace{2m = m \cdot x}_{\text{de onde chegou isso?}}]$

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;
PROVA.

Seja $a \in \mathbb{Z}$. Daí, $a . 1 = a$ onde $1 \in \mathbb{Z}$.
?
(tem casos onde $1 \notin \mathbb{Z}$?)

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.
RESPOSTA & PROVA.

Para todos os números. Pois, Seja $a \in \mathbb{Z}$, $a . K = 0$ onde $K = 0$
~~Logo, para qual quer valor de "a" essa equacão será verdadeira.~~

D

O correto seria: "No entanto $k \notin \mathbb{Z}$"

Prove ou refuta as afirmações:

O que é esse k?

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Falso. Tome $a = 5$, $b = 9$ e $n = 4$. Daí,
$4k = 5 - 9 \Rightarrow k = -1$. Porém, $7 \cdot 4k = -4$
$k = \frac{-4}{28}$. No entanto, $k \in \mathbb{Z}$.

incorreto! (pense porque!)

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Falso. Tome $a = 100$ e $b = 58$. Daí,
$42 \mid (100 - 58) \Leftrightarrow 42k = 42 \Leftrightarrow k = 1$.

e daí?

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

$a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow m \mid (a - b) \Leftrightarrow mk_1 = a - b$
e $b \equiv c \pmod{m} \Leftrightarrow m \mid (b - c) \Leftrightarrow mk_2 = b - c$.
Daí, $a = b + mk_1$ e $b = c + m \cdot k_2$.
Logo, $a = c + m \cdot k_2 + m \cdot k_1 \Leftrightarrow a - c = m(k_1 + k_2)$

Obs: queremos $c - a = \cdots$ e não $a - c = \cdots$.

OBS: onde k_1 e $k_2 \in \mathbb{Z}$.

estranho

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

o que é n?

Indução no n

Caso base: Assumindo que $n = 0$

$\sum_{i=0}^{0} F_i = F_{0+2} - 1 \Rightarrow F_0 = F_2 - 1$

$\Leftarrow 0 = F_1 + F_0 - 1 \Leftarrow$

$0 = 0 \Leftarrow 0 = 0 + 1 - 1$ ✓

Caso Indutivo:

Hipótese:

$\sum_{i=0}^{k} F_i = F_{k+2} - 1$

Tese:

$\sum_{i=0}^{k+1} F_i = F_{k+1+2} - 1$

Daí, $\sum_{i=0}^{k+1} F_i \Rightarrow \sum_{i=0}^{k} F_i + F_{k+1} \Rightarrow F_{k+2} - 1 + F_{k+1}$

$F_{k+3} - 1 \Leftarrow$

o que é isso??

ideia correta 100%! Cuidado com a escrita e com os detalhes.

[melhor deixar ou apenas caneta, ou apenas pincel, os dois juntos fica difícil ler.]

A

Considere uma turma com 11 alunos. De quantas maneiras podemos escolher 4 deles para atuar numa peça tetral escrita para 4 personagens? (Cada aluno escolhido pode representar só uma personagem.)

RESPOSTA: $\frac{11!}{7!}$ ✓

B

B1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "*ímpar*". Não assuma que o leitor já saiba o significado da palavra "*par*".

DEFINIÇÃO.

O QUE É PAR?

cuidado, na escrita.

SABENDO QUE $x \in \mathbb{Z}$ E É PAR, ONDE ~~(EXEZ)~~ $2n = x$, ONDE $x \in \mathbb{Z}$

DEFINIMOS ÍMPAR COMO $2n-1 = W$, ONDE W É UM INTEIRO ÍMPAR

C/I

definindo "ímpar" em termos de "ímpar". Tu nem usou tua def. de "par"!

B2. Usando uma fórmula de lógica, expresse o significado da frase *"nenhum inteiro é divisível por seu dobro"*.

E

FÓRMULA: ✓

C

C1. Prove que para todo $a \in \mathbb{Z}$, temos $a \mid a$;

PROVA.

"Seja $q=1$".

O que é esse a?

SEJA $q \in \mathbb{Z}$ E $q=1$, ENTÃO:

$a = a \cdot q$

$a = a \cdot 1$

$a \mid a$

PORTANTO, $a \mid a$

correta idéia 100%

cuidado na escrita.

C2. Para quais inteiros a temos $a \mid 0$? Prove tua afirmação.

RESPOSTA & PROVA.

PARA TODO INTEIRO a TEMOS $a \mid 0$

SEJA $q \in \mathbb{Z}$ E $q=0$, TEMOS:

$0 = a \cdot q$

$0 = a \cdot 0$?

$a \mid 0$?

PORTANTO, $a \mid 0$

"Seja $q=0$"

cuidado na escrita.

correta idéia!

D

Prove ou refuta as afirmações:

D1 Para todo $a, b, n \in \mathbb{Z}$ com $n > 1$, se $a \equiv b \pmod{n}$ então $a \equiv b \pmod{7n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

CONSIDERANDO QUE $n \mid a-b \Rightarrow a-b = n \cdot q$, ONDE $q \in \mathbb{Z}$, ENTÃO:
SEJA $K \in \mathbb{Z}$ e $K = 7 \cdot q$, TEMOS QUE $7n \mid a-b \Rightarrow a-b = 7 \cdot n \cdot q \Rightarrow$
$\Rightarrow a-b = n \cdot 7 \cdot q \Rightarrow a-b = n \cdot K$

aqui $k=q$ e não $k=7q$.

?

PORTANTO $a \equiv b \pmod{7n}$

?

D2 Para todo $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \equiv b \pmod{42}$ então $a \leq 42$ ou $b \leq 42$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

E

D3 Sejam a, b, c, n inteiros com $n > 1$, tais que:

(i) $a \equiv b \pmod{n}$;

(ii) $b \equiv c \pmod{n}$.

Logo $c \equiv a \pmod{n}$.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

PARTINDO de $n \mid a-b$ e $n \mid b-c$, TEMOS:

para algum

$a-b = n \cdot q$, onde $q \in \mathbb{Z}$
$\boxed{b = (n \cdot q) + a}$??? cuidado!
SUBSTITUIREMOS b em $b-c = n \cdot x$, onde $x \in \mathbb{Z}$, temos
$(n \cdot q) + a - c = n \cdot x$?
$a - c = (n \cdot x) - (n \cdot q)$?
$c - a = (n \cdot q) - (n \cdot x)$
$c - a = n(q - x)$, seja $K \in \mathbb{Z}$, $K = q-x$

não precisa dar nome.

$c - a = n \cdot K$ ✓

PORTANTO $c \equiv a \pmod{n}$

C

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

E