

---

Nome:

---

16/12/2016

### Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).<sup>1</sup>
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V.  $\forall x [\text{Colar}(x) \rightarrow \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$ .<sup>2</sup>
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho antes de usá-la.
- VIII. Entregue *todas* as folhas de rascunho juntas com tua prova.
- IX. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo.
- X. Os pontos bônus duma unidade são considerados apenas para quem consiga passar sem.<sup>3</sup>

### Esclarecimentos:

1. Podes deixar fatoriais ( $n!$ ), permutações ( $P(n, r)$ ) e combinações ( $C(n, r)$ ) nos teus cálculos.
2. Nas “respostas” *não* precisa explicar teu raciocínio, mas *não escreva apenas um valor final*; Exemplo:  $9!C(9, 5)$  é aceitavel como resposta, mas seu valor 45722880 sem explicação, não!
3. Nas “resoluções” explique *curtamente* a ideia da tua resolução.

*Boas provas!*

---

<sup>1</sup>Ou seja, *desligue antes* da prova.

<sup>2</sup>Se essa regra não faz sentido, melhor já desistir.

<sup>3</sup>Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota final de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

(16) **A**

**Escolhe exatamente um dos Aa e Ab.**

(Quem responde nos dois, ganhará 0 pontos.)



$$\begin{aligned} \blacksquare &= \blacksquare \\ \blacksquare &= \blacksquare \\ \blacksquare &= \blacksquare \end{aligned}$$

(16) **Aa.** Prove que para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,



PROVA.

(16) **Ab.** Prove que para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,



PROVA.

A large, empty rectangular box with a thin black border, intended for the student to write their proof.

(10) **B**

Prove que:

para todo  $n \in \mathbb{N}$  ████████████████████.

PROVA.

(16) C

Sejam  $a, m \in \mathbb{Z}$ .

$$\blacksquare \Rightarrow \blacksquare.$$

PROVA.

(20) **D**

(8) **D1.** Prove que para todo  $n \in \mathbb{Z}$ , se  $\square$  então  $\square$ .  
PROVA.

(12) **D2.** Sejam  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Prove que

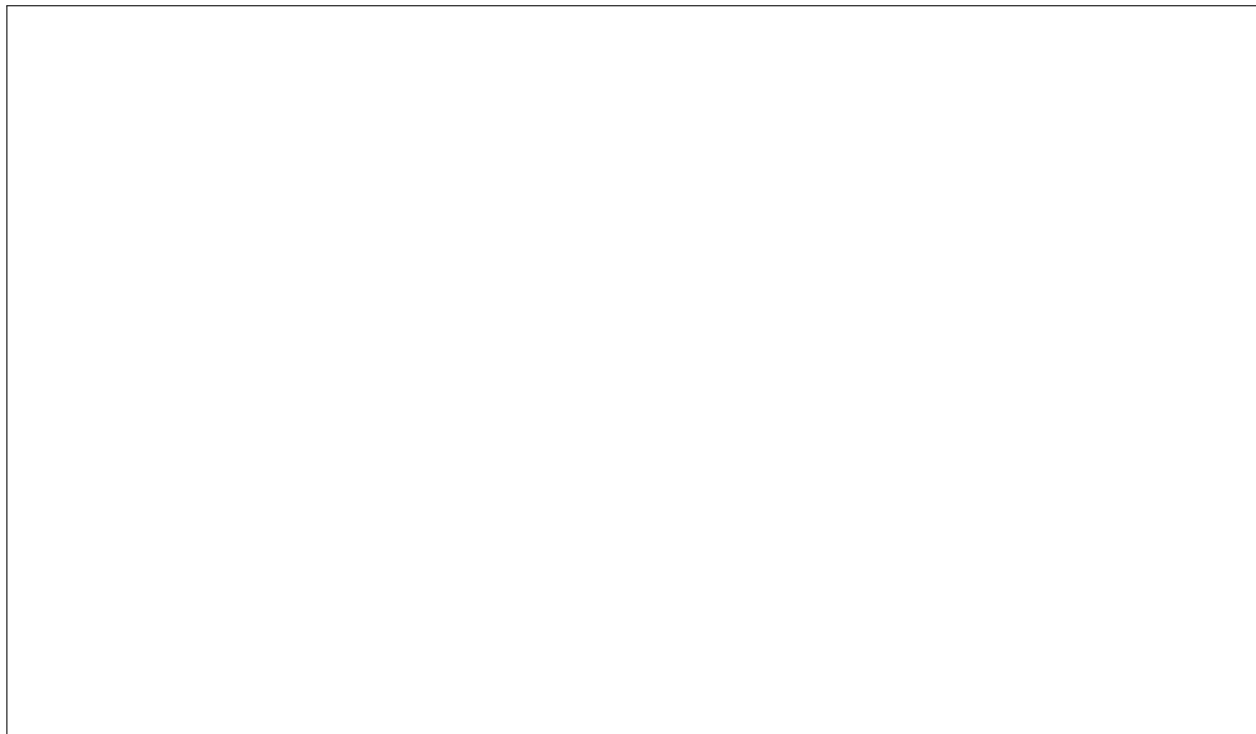
$$\square \implies \square.$$

(Podes usar propriedades da divisibilidade que provamos nas aulas.)  
PROVA.

(28) **E**

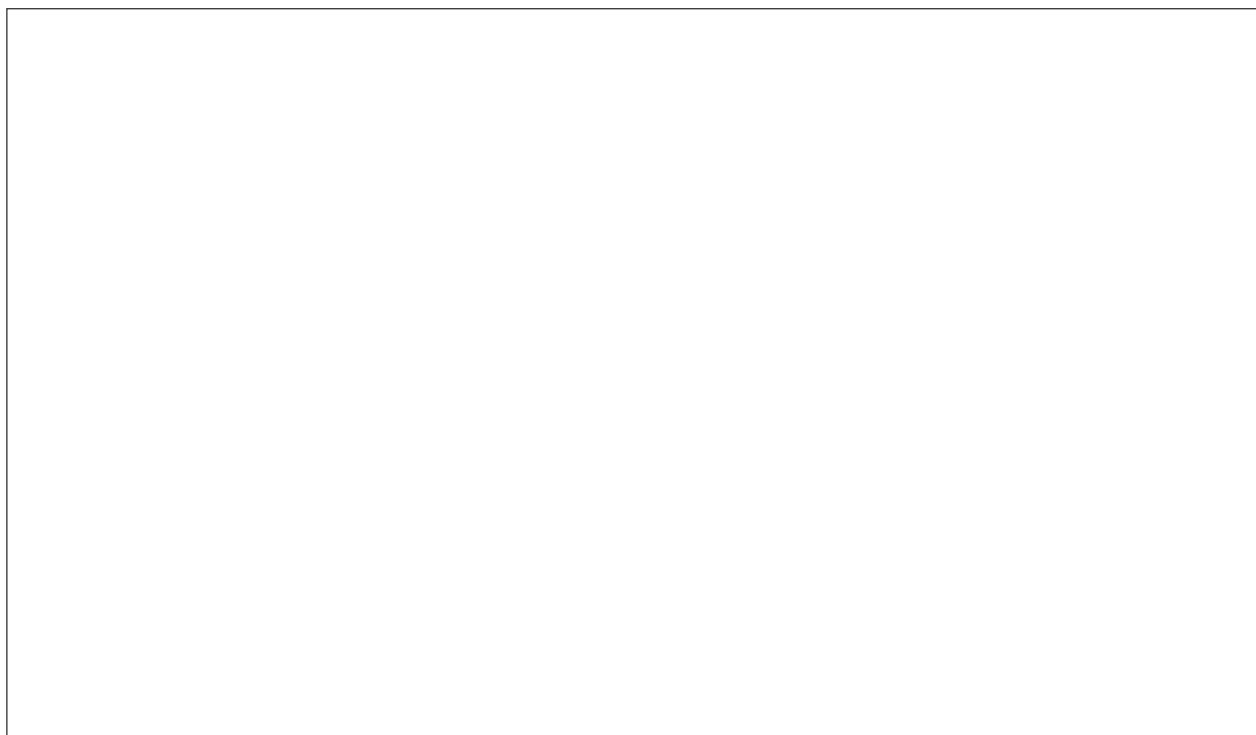
(14) **E1.** Sem usar o teorema fundamental da aritmética, prove o [REDACTED]:  
Sejam  $a, b \in \mathbb{Z}$  e [REDACTED]. Se [REDACTED], então [REDACTED].

PROVA.



(14) **E2.** Prove o teorema de Euclides [REDACTED].

PROVA.



(16) **F**

Prove que cada  $n \in \mathbb{N}$  com  $n > 1$  [REDACTED].

*Dica: PIF ou PBO.*

PROVA.



(28) **G**

Numa turma de 28 alunos, [REDACTED]. Cada [REDACTED] [REDACTED] e seus membros [REDACTED]. De quantas maneiras podemos [REDACTED]...

(8) **G1.** ...sem restrições (cada um aluno pode [REDACTED])?  
RESPOSTA.

(8) **G2.** ...se nenhum aluno pode [REDACTED]?  
RESPOSTA.

(12) **G3.** ...se os dois (únicos) irmãos entre os alunos não podem [REDACTED]?  
RESPOSTA.

(66 + 33<sup>b</sup>) Ω

[redacted] matar todos [redacted].  
[redacted]

- [redacted]: [redacted] mata [redacted], [redacted];
- [redacted]: [redacted] mata [redacted], [redacted].

[redacted] Xÿzzÿ [redacted] para matar [redacted] ([redacted],  
e mata [redacted]). [redacted] [redacted] [redacted] [redacted] [redacted] [redacted]  
materia mais [redacted] ([redacted] se queimar).

[redacted] [redacted] [redacted] [redacted].

[redacted]

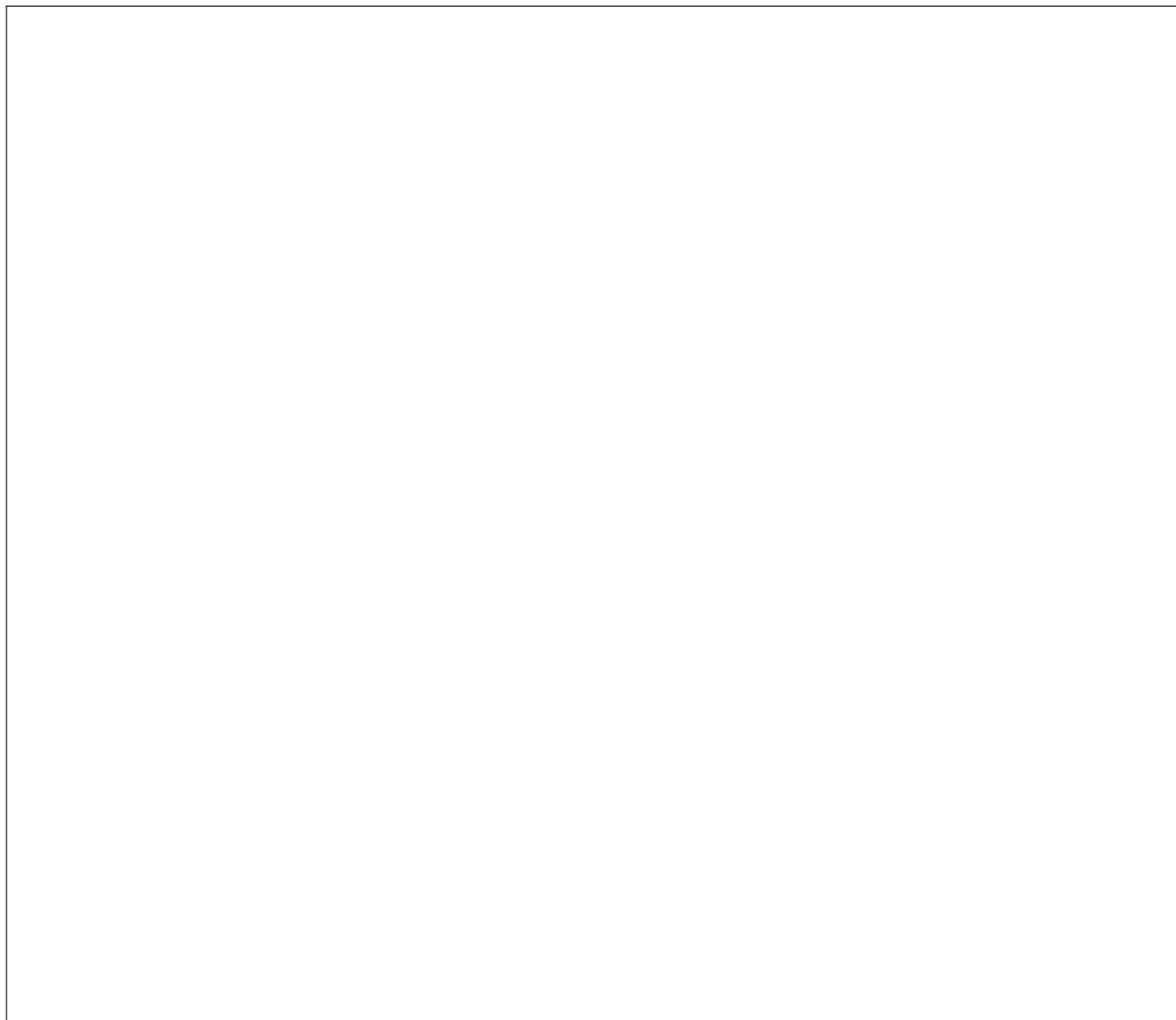
[redacted] [redacted] [redacted] [redacted] destruir todos [redacted]....

(28) Ω1. ... [redacted]?

RESOLUÇÃO.

(38)  $\Omega 2$ . ... [redacted]?

RESOLUÇÃO.



(33<sup>b</sup>)  $\Omega 3$ . ... [redacted] || [redacted] mata [redacted] [redacted], [redacted] [redacted]?

RESPOSTA.

