

---

Nome:

---

13/09/2017

### Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).<sup>1</sup>
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V.  $\forall x(\text{Colar}(x) \rightarrow \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2}))$ .<sup>2</sup>
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra, antes de usá-la.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo.
- XI. Os pontos bônus são considerados apenas para quem consiga passar sem.<sup>3</sup>
- XII. Escolha até 3 dos E, F, G, H para responder.<sup>4</sup>

### Lembre-se a notação:

$$\begin{aligned} (A \rightarrow B) &\stackrel{\text{def}}{=} \{f \mid f : A \rightarrow B\} & f : A \mapsto B &\stackrel{\text{def}}{\iff} f \text{ é função injetora de } A \text{ para } B \\ f[X] &\stackrel{\text{def}}{=} \text{a imagem de } X \subseteq \text{dom}f \text{ através da } f & f : A \twoheadrightarrow B &\stackrel{\text{def}}{\iff} f \text{ é função sobrejetora de } A \text{ para } B \\ f^{-1}[Y] &\stackrel{\text{def}}{=} \text{a preimagem de } Y \subseteq \text{cod}f \text{ através da } f & f : A \mapsto\!\!\!\rightarrow B &\stackrel{\text{def}}{\iff} f \text{ é função bijetora de } A \text{ para } B \end{aligned}$$

*Boas provas!*

---

<sup>1</sup>Ou seja, *desligue antes* da prova.

<sup>2</sup>Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

<sup>3</sup>Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

<sup>4</sup>Provas com respostas nas 4 partes não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(24) **E**

(12) **E1.** Defina *completamente* [redacted] e [redacted].  
DEFINIÇÃO.

(12) **E2.** Seja [redacted] uma relação de equivalência num conjunto  $A$ , [redacted]. Prove que:

$$[redacted] \iff [redacted]$$

onde [redacted] [redacted] de equivalência [redacted] [redacted]. Seja específico nas tuas justificativas.

PROVA.

(24) **F**

(12) **F1.** Sejam  $f : X \rightarrow Y$  e  $\sim$  uma relação de equivalência em  $Y$ . Prove que:

$$f^{-1}(y) \sim f^{-1}(y')$$

PROVA.

(12) **F2.** Seja  $\sim$  e defina a relação binária  $\approx$  no  $X$  pela

$$x \approx y \stackrel{\text{def}}{\iff} f(x) \sim f(y).$$

Ela é uma relação de equivalência?

PROVA/REFUTAÇÃO.

(24) **G**

(16) **G1.** Seja  $S$  o conjunto de todos os strings *não vazios* dum alfabeto  $\Sigma$ , com  $|\Sigma| \geq 2$ . Considere a função  $f : \Sigma^*$  definida pela:

$$f(xy) = \begin{cases} xy, & \text{se } x \neq y \\ yx, & \text{se } x = y \end{cases}$$

onde  $xy$  é o string  $xy$ , e onde denotamos a concatenação de strings por juxtaposição.

(i) A  $f$  é injetora?

PROVA/REFUTAÇÃO.

(ii) A  $f$  é sobrejetora?

PROVA/REFUTAÇÃO.

(8) **G2.** Seja  $\mathcal{P}$  o conjunto de todas as pessoas. Considere as  $R$  e  $S$  definidas pelas

$R(x, y) \iff x$  é pai de  $y$

$S(x, y) \iff x$  é irmão de  $y$

Prove ou refute:  $R \circ S \subseteq S \circ R$ .

PROVA/REFUTAÇÃO.

