
Nome:

18/08/2017

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $\forall x(\text{Colar}(x) \rightarrow \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2}))$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra, antes de usá-la.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo.
- XI. Os pontos bônus são considerados apenas para quem consiga passar sem.³
- XII. **Reponde em no máximo um dos problemas {B, C}**.⁴

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

⁴Provas com respostas nos dois problemas não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(12) **A**

(4) **A1.** Defina formalmente (usando ou “ $\dots \stackrel{\text{def}}{\iff} \dots$ ” ou “ $\dots \stackrel{\text{def}}{=} \dots$ ”) \mathbb{N} e \mathbb{Z} .

DEFINIÇÃO DE \mathbb{N} :

DEFINIÇÃO DE \mathbb{Z} :

(6) **A2.** Sejam os conjuntos:

$$A = \{0, 1, 2\}; \quad B = \{1, 2, 3\}; \quad C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é ímpar}\};$$

e para todo $x \in \mathbb{N}$ e todo $n \in \mathbb{N}$, sejam os

$$\begin{aligned} x \oplus n &= x + n \\ x \otimes n &= x \cdot n \end{aligned}$$

Calcule os conjuntos:

$\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}$	=	
$\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}$	=	
$\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z}$	=	
$\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$	=	
$\mathbb{N} \oplus \mathbb{Z}$	=	
$\mathbb{N} \otimes \mathbb{Z}$	=	
$\mathbb{Z} \oplus \mathbb{N}$	=	
$\mathbb{Z} \otimes \mathbb{N}$	=	

(2) **A3.** Ache conjunto finito e não vazio A tal que $1 \in A < 2 \in A < 3 \in A$.

RESPOSTA.

(12) **B**

B1. Prove ou refuta a afirmação:

para todos os conjuntos ████████, *se* ████████, *então* ████████.

PROVA/REFUTAÇÃO.

B2. Prove ou refuta a afirmação:

para todos os conjuntos ████████, *se* ████████, *então* ████████.

PROVA/REFUTAÇÃO.

(16) **C**

Sejam A e B conjuntos, tais que para todo $x \in A$, $x \in B$.

(8) **C1.** Prove que:

$$A \subseteq B.$$

PROVA.

(8) **C2.** Mostre que, em geral, não podemos concluir que

$$B \subseteq A.$$

DEMONSTRAÇÃO.

(9^b) **D**

Considere as linguagens L_1 e L_2 geradas pelas gramáticas

$$L_1 ::= \{ \epsilon \} \quad \text{e} \quad L_2 ::= \{ \epsilon, a, aa, a^3, \dots \}$$

Defina recursivamente e *elementariamente*⁵ as funções

$$f : L_1 \rightarrow L_2 \quad g : L_2 \rightarrow L_1 \quad h : L_1 \rightarrow L_1$$

onde as f retornam L_2 entradas L_1 , e a g retorna L_1 sua entrada, considerando o L_2 como L_1 . Por exemplo:

$$\begin{aligned} f(\epsilon) &= \epsilon & g(\epsilon) &= \epsilon \\ f(a) &= aa & g(aa) &= a \\ f(aa) &= a^3 & g(a^3) &= aa \\ f(a^3) &= a^4 & g(a^4) &= a^3 \end{aligned}$$

DEFINIÇÕES.

Só isso mesmo.

⁵sem depender em outras funções/relações não-definidas aqui