FMC2, 2017.1
(Turma [redacted] do Thanos)

Prova 1.2
(points: 72/100; bonus: $16^\flat$; time: 100')

Nome:

08/05/2017

Regras:

I. Não vires esta página antes do começo da prova.

II. Nenhuma consulta de qualquer forma.

III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).[1]

IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.

V. $\forall x\big(\mathrm{Colar}(x) \to \neg\mathrm{Passar}(x, \mathrm{FMC2})\big)$.[2]

VI. Use caneta para tuas respostas.

VII. Responda dentro das caixas indicadas.

VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra, antes de usá-la.

IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.

X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo.

XI. Os pontos bônus são considerados apenas para quem consiga passar sem.[3]

XII. Escolha até 3 dos A, B, C, D para responder.[4]

Lembre-se:

$$\mathcal{P}A \stackrel{\text{def}}{=} \text{O conjunto de partes de } A \qquad A =_{\mathrm{c}} B \stackrel{\text{def}}{\iff} \text{Os } A,\ B \text{ são equinúmeros}$$

$$\mathcal{P}_{\mathrm{f}}A \stackrel{\text{def}}{=} \{X \subseteq A \mid X \text{ é finito}\} \qquad A \leq_{\mathrm{c}} B \stackrel{\text{def}}{\iff} \exists C\,(C \subseteq B \land A =_{\mathrm{c}} C)$$

$$A^* \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{n=0}^{\infty} A^n \qquad f : A \rightarrowtail B \stackrel{\text{def}}{\iff} f \text{ é função injetora de } A \text{ para } B$$

$$\overline{n} \stackrel{\text{def}}{=} \{i \in \mathbb{N} \mid i < n\} \qquad f : A \twoheadrightarrow B \stackrel{\text{def}}{\iff} f \text{ é função sobrejetora de } A \text{ para } B$$

$$(A \to B) \stackrel{\text{def}}{=} \{f \mid f : A \to B\} \qquad f : A \rightarrowtail\!\!\!\!\!\twoheadrightarrow B \stackrel{\text{def}}{\iff} f \text{ é função bijetora de } A \text{ para } B$$

Podes usar as seguintes equinumerosidades sem as provar:

$\mathbb{N} =_{\mathrm{c}}$ [redacted]

$\mathbb{R} =_{\mathrm{c}}$ [redacted]

Boas provas!

---

[1] Ou seja, *desligue antes* da prova.

[2] Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

[3] Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

[4] Provas com respostas nas 4 partes não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(24) **A**

(8) **A1.** Defina [redacted] de [redacted] entre conjuntos, e o [redacted] [redacted] [redacted] relação binária R.

DEFINIÇÕES.

[redacted] $\overset{\text{def}}{\iff}$

[redacted] $\overset{\text{def}}{\iff}$

(16) **A2.** Prove que se $A \neq \emptyset$, então:

[redacted] $\iff$ [redacted]

PROVA.

(24) B

(12) **B1.** Chamamos o conjunto C [redacted] no conjunto A sse [redacted].
Para qualquer conjunto A definimos

$$[\text{redacted}] \stackrel{\text{def}}{=} [\text{redacted}].$$

Qual a cardinalidade do [redacted]?
Resposta & Prova.

(12) **B2.** Sejam A e B conjuntos. Prove que:

$$[\text{redacted}] \implies [\text{redacted}]$$

Prova.

(24) **C**

(16) **C1.** Prove que

$$[redacted] =_{\mathrm{c}} [redacted]$$

Prova.

(8) **C2.** No conjunto [redacted], defina três relações de equivalência $\sim_1$, $\sim_2$, $\sim_3$, diferentes da igualdade $=$ e da trivial True, tais que:

(i) [redacted] (ii) [redacted] (iii) [redacted].

Para cada uma, descreva seu conjunto quociente.

Definições & Descrições.

$(24 + 16^\flat)$ **D**

Defina as relações seguintes no [redacted] assim:

$$
\begin{aligned}
\text{[redacted]} &\overset{\text{def}}{\iff} \text{[redacted]} \\
\text{[redacted]} &\overset{\text{def}}{\iff} \text{[redacted]} \text{ para todo } n \in \mathbb{N} \\
\text{[redacted]} &\overset{\text{def}}{\iff} \text{[redacted]} \text{ para todo } k \in \mathbb{N} \\
\text{[redacted]} &\overset{\text{def}}{\iff} \text{[redacted]} \text{ para } \text{[redacted]} \ n \in \mathbb{N}.
\end{aligned}
$$

(12) **D1.** Afirmação: *todas as relações em cima são relações de equivalência.*
PROVA/REFUTAÇÃO.

(12) **D2.** Quais são as cardinalidades dos conjuntos quocientes [redacted] e [redacted]?
RESPOSTA & EXPLANAÇÃO.

(16$^\flat$) **D3.** Afirmação: *a composição* $(\blacksquare \circ \blacksquare)$ *é a relação trivial* True.
PROVA/REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.