FMC2, 2017.1
(Turmas do Thanos)

Provinha 0
(points: 0; bonus: $0^\flat$; time: 60')

Alun∗: **Turma:**

15/02/2017

(Responda em todas as A, B, C, D, e **em apenas uma** das I e J.)

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) da palavra "*par*". Não assume que o leitor já saiba o significado das palavras: "*sistema de numeração*", "*ímpar*", "*divisão*", "*divide*", "*módulo*".
Definição.

A2. Usando uma fórmula, expresse o significado da frase *"o x é irracional"*.
Considere como universo o $\mathbb{R}$ e seus subconjuntos. Alem dos símbolos "padrão" de lógica, podes usar apenas os símbolos:

$$0, 1, 2, +, >, \cdot, \in, \mathbb{N}, \mathbb{Z}.$$

Fórmula:

B

Considere os inteiros $1, 2, \ldots, 30$.

B1. De quantas maneiras podemos os permutar?

Resposta:

B2. Quantas delas deixam cada múltiplo de 5 no seu lugar?

Resposta:

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

Prova.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

Prova.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1. \tag{0.1}$$

PROVA.

J

J1. Para cada um dos inteiros 24, 3, 1, e 0, escreve ele como produtório de prímos se é possível; senão, explique o porquê.

Resposta.

J2. Prove que cada $n \in \mathbb{N}$ com $n > 1$ pode ser escrito como produtório de primos.

Dica: *Princípio da indução finita forte (PIFF), ou princípio da boa ordem (PBO).*

Prova.