
Alun*:

Turma:

15/02/2017

(Responda em todas as A, B, C, D, e **em apenas uma** das I e J.)

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) da palavra “*par*”. Não assume que o leitor já saiba o significado das palavras: “*sistema de numeração*”, “*ímpar*”, “*divisão*”, “*divide*”, “*módulo*”.

DEFINIÇÃO.

A2. Usando uma fórmula, expresse o significado da frase “*o x é irracional*”. Considere como universo o \mathbb{R} e seus subconjuntos. Além dos símbolos “padrão” de lógica, podes usar apenas os símbolos:

0, 1, 2, +, >, ·, ∈, \mathbb{N} , \mathbb{Z} .

FÓRMULA:

B

Considere os inteiros $1, 2, \dots, 30$.

B1. De quantas maneiras podemos os permutar?

RESPOSTA:

B2. Quantas delas deixam cada múltiplo de 5 no seu lugar?

RESPOSTA:

C

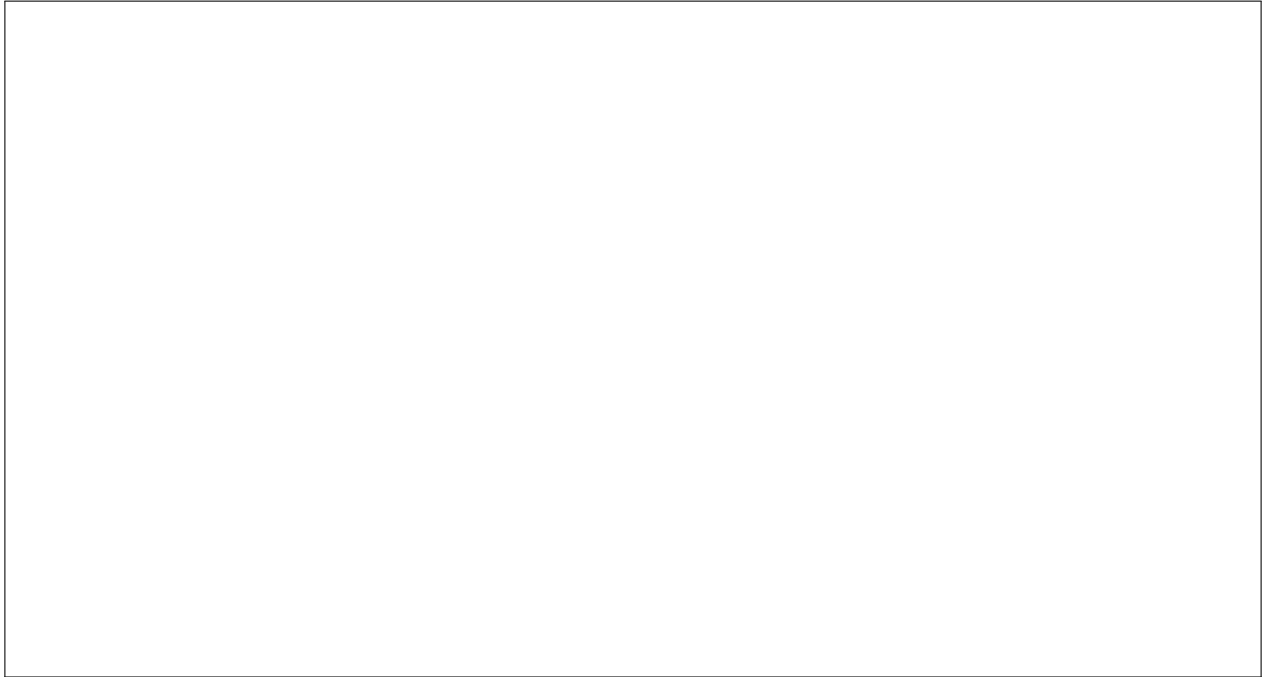
Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

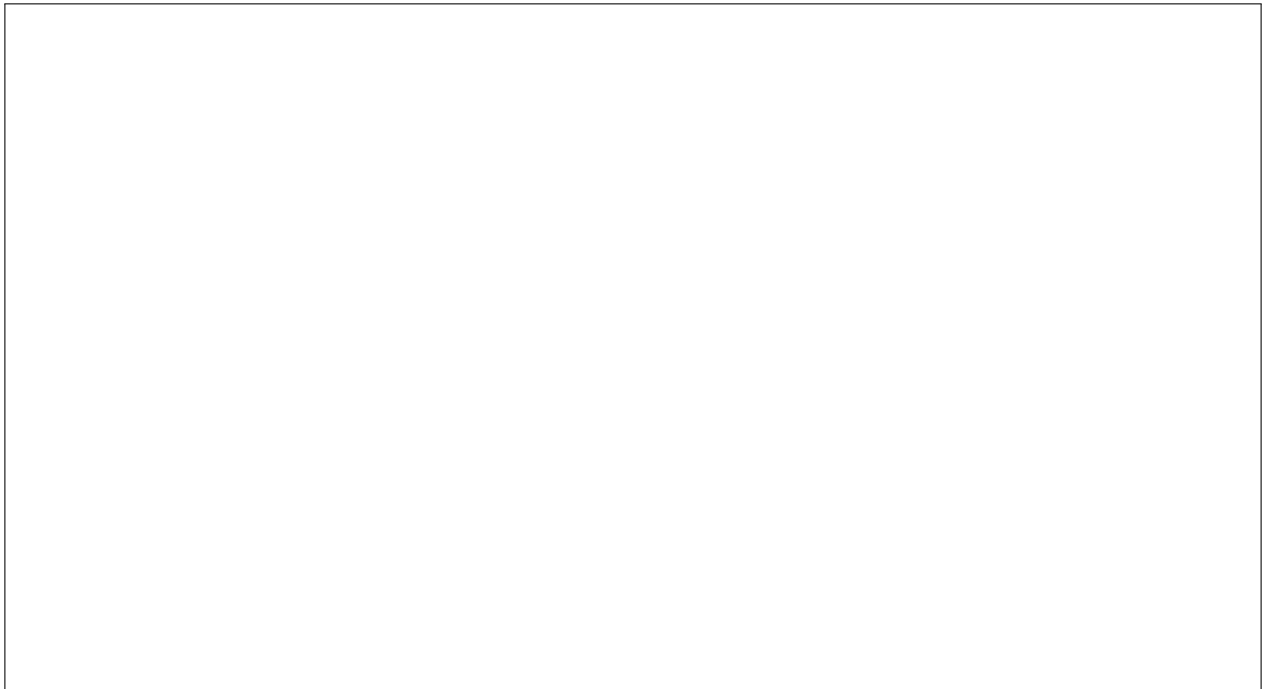
PROVA.



D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.



I

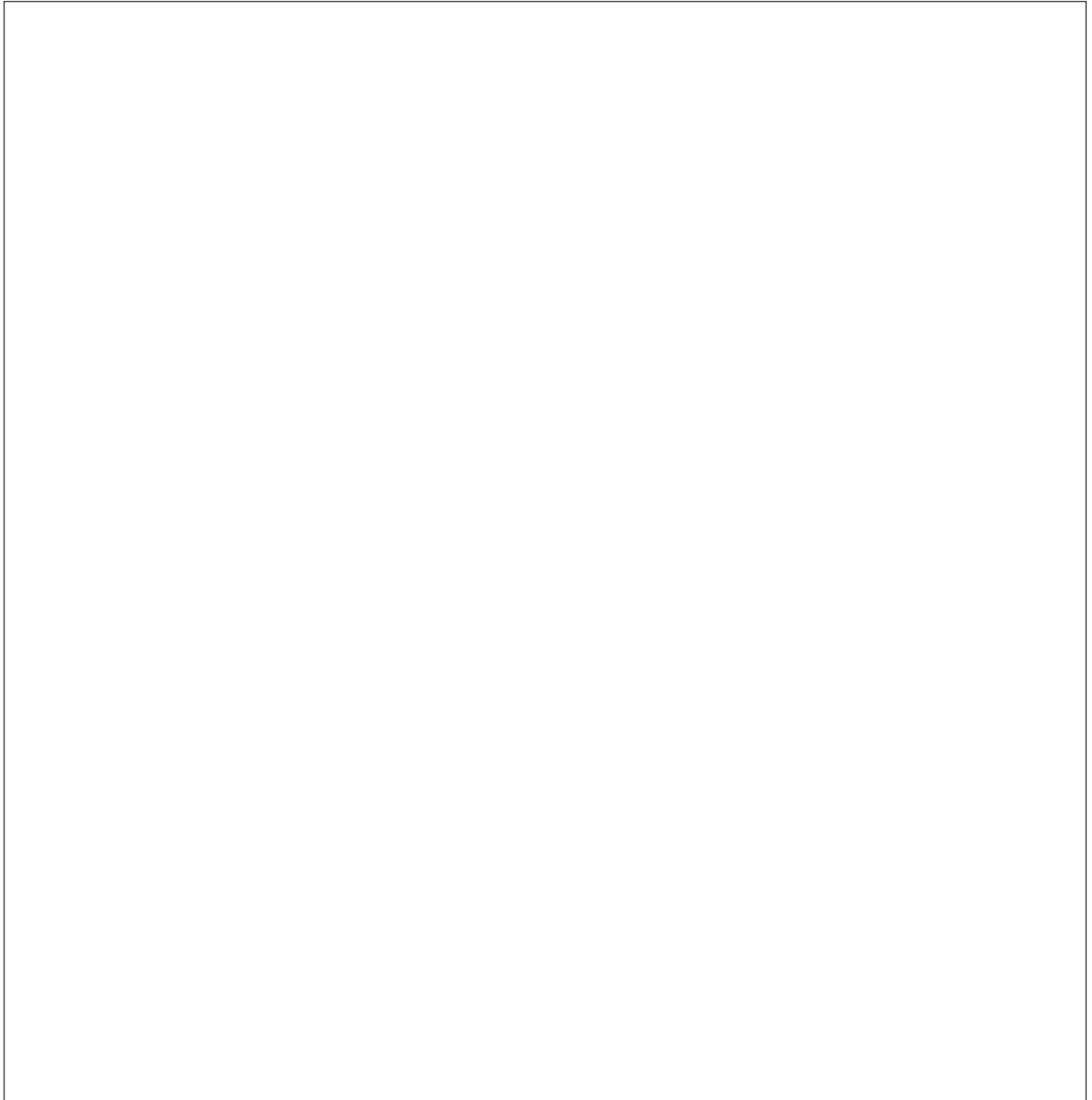
Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1. \quad (0.1)$$

PROVA.



J

J1. Para cada um dos inteiros 24, 3, 1, e 0, escreve ele como produtório de primos se é possível; senão, explique o porquê.

RESPOSTA.

J2. Prove que cada $n \in \mathbb{N}$ com $n > 1$ pode ser escrito como produtório de primos.

Dica: Princípio da indução finita forte (PIFF), ou princípio da boa ordem (PBO).

PROVA.