I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Temos que

$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$

$\Rightarrow ab^{n+2} = ab^{n+1} + ab^{n} \boxed{(\div ab^{n+2})}$

$\Rightarrow b^2 + b - 1 = 0$

X

o que são esses a e b?

... e de onde apareceu essa igualdade!

... e o que é isso?!

$F_0 + F_1 + F_2 + F_3 = F_5$

$= F_4 + F_3$

$= F_4 + F_3 + F_2 \ldots$

$= F_4 + F_3 + F_2 + F_1 + F_0$

$= F_4 + F_3$

$= F_3 + F_2 + F_2 + F_1$

$= F_2 + F_1 + F_1 + F_0 + F_1 + F_0 + F_1$

$F_3 + 3F_1 + 2F_0$

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

$\sum F_i = F_{n+1} + F_n - 1$

PROVA.

Aplicando indução:

por que?

base: $\sum_{i=0}^{0} F_i = 0$

H.I.: $\boxed{\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1}$ ~~então $\sum_{i=0}^{n+1} F_i = F_{n+3} - 1$~~

$$\sum_{i=0}^{n+1} F_i \overset{\checkmark}{=} \sum_{i=0}^{n} F_i + F_{n+1} \overset{\checkmark}{=} F_{n+2} - 1 + F_{n+1} \quad \text{(H.I.)}$$

$$F_{n+3} = F_{n+2} + F_{n+1} \quad \text{(def. Fib)}$$

logo $\boxed{\sum_{i=0}^{n+1} F_i = F_{n+3} - 1}$ ✓

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Hip.: $\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$

o que exatamente tu provou aqui?

P. Base.: p/ $n = 0$, $\boxed{\sum_{i=0}^{0} F_i = F_{0+2} - 1 = F_2 - 1 = 1 - 1 = 0}$

P. Ind.: $\sum_{i=0}^{n+1} F_i = \sum_{i=0}^{n} F_i + F_{n+1}$, pela ~~Hipótese~~ def.

$= F_{n+2} - 1 + F_{n+1}$, pela H.I.

$= F_{(n+3)} - 1$, por Fib.

Prova.

Queremos ~~provar~~ que $\sum_{i=0}^{n+1} F_i = F_{(n+1)+2} - 1 = F_{(n+3)} - 1$.

certo!

não entendi o raciocínio

Seu racocinio foi provar por indução.

OBS:
É sempre bom deixar claro isso!

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

não da para entender teu "caminho" aqui!

$F_2 = 1 + 0 = 1$ para $n=0 \rightarrow \boxed{\sum_{i=0}^{n} F_i = F_2 - 1 = 1 - 1 = 0 = F_0}$

para $n=0$?

$F_3 = 1 + 1 = 2$

$F_4 = 2 + 1 = 3$

para $n = 1 \rightarrow \sum F_1 = F_3 - 1 = 2 - 1 = 1 = F_0 + F_1 = 0 + 1$

por que verificar?

para $n = 2 \rightarrow \sum F_2 = F_4 - 1 = 3 - 1 = 2 = F_0 + F_1 + F_2 = 0 + 1 + 1$

para todo $n \in N$

$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_n + \sum_{i=0}^{n-1} F_i$$

$F_n = F_{n+2} - F_{n+1}$

$$= F_{n+2} - F_{n+1} + \sum_{i=0}^{n-1} F_i$$

$F_{n-1} + \dots + F_0$

veja gabarito.

NÃO SEI

$F_0 = 0$, $F_1 = 1$
$F_2 = F_1 + F_0 = 1 + 0 = 1$
$F_3 = F_2 + F_1 = 1 + 1 = 2$
$\vdots$

0, 1, 1, 2, 3, 5

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

~~BASE:~~
~~PARA~~ $\cancel{n = 0,\ \sum_{i=0}^{0} F_i = F_{0+2} - 1 = 1 - 1 = 0 = F_0}$. ~~A BASE É VERDADEIRA~~

~~PASSO:~~
$\cancel{n = n+1,\ \sum_{i=0}^{n+1} F_i = F_0 + \ldots + F_{n+1}}$

A base devia ser $n = 0$ ← certo!

BASE:
$n = 1$

$\sum_{i=0}^{1} F_i = F_0 + F_1 = 0 + 1 = 1$

$\boxed{\cancel{\sum_{i=0}^{1} F_i}} = F_{1+2} - 1 = F_3 - 1 = 2 - 1 = 1$

PORTANTO, A BASE É VERDADEIRA!

→ por que escreveu isso aqui? Já mostrou que o lado esquerdo = 1, só falta mostrar que o lado direito = 1.

PASSO:

$\boxed{\cancel{n = n+1}}$ → Nunca escreve algo desse tipo em matemática!

$$\sum_{i=0}^{n+1} F_i = \underbrace{F_0 + F_1 + \ldots + F_n}_{F_{n+2} - 1} + F_{n+1} = F_{n+2} - 1 + F_{n+1}$$

$$\sum_{i=0}^{n+1} F_i = F_{n+2+1} - 1 = F_{n+3} - 1$$

veja como tá escrito no gabarito.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$n=2$

$\sum_{i=0}^{2} F_i = 1+1+2=4$

$F_4 - 1 = 5-1=4$

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

poser! ;)

Vou provar por indução.

BASE: para $n=0$

$$\sum_{i=0}^{0} F_i = F_{0+2} - 1 \Leftarrow F_0 = F_2 - 1 \Leftarrow F_0 = F_1 + F_0 - 1$$

$$\Leftarrow F_0 = 1 + 0 - 1 \Leftarrow F_0 = 0.$$

P. INDUTIVO:

Seja $k \in \mathbb{N}$. Suponho que $\sum_{i=0}^{k} F_i = F_{k+2} - 1 \Rightarrow \sum_{i=0}^{k+1} F_i = F_{k+1+2} - 1$ (H.I.)

Vou provar que $\sum_{i=0}^{k+1} F_i = F_{k+1+2} - 1$.

$$\sum_{i=0}^{k+1} F_i = F_{k+1+2} - 1. \Leftarrow \sum_{i=0}^{k} F_i + F_{k+1} = F_{k+3} - 1.$$

$$\Leftarrow F_{k+2} - 1 + F_{k+1} = F_{k+3} - 1 \quad \text{(H.I.)}$$

$$\Leftarrow F_{k+2} - \cancel{1} + F_{k+1} = F_{k+2} + F_{k+1} - \cancel{1} \quad \text{(def.)}$$

$$\Leftarrow 0 = 0$$

■

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$$+\begin{cases} \cancel{F_0} = 0 \\ \cancel{F_1} = 1 \\ \cancel{F_2} = \cancel{F_1} + \cancel{F_0} \\ \cancel{F_3} = \cancel{F_2} + F_1 \\ \quad \vdots \\ F_n = \cancel{F_{n-1}} + F_{n-2} \end{cases}$$

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = f_{n-2} + f_{n-3} + \dots + f_1 + f_0 + 1$$

A idéia é boa, mas sendo informal, (tem "..."), não serve como prova formal.
Nesse caso, precisamos usar indução, e assim não necessitamos mais o uso desses "...".

(Veja gabarito o I & J.)

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

$f_2 = 1$
$f_3 = 2$
$f_4 = 3$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

~~Passo Base: Para $n=0$, Temos:~~

$$\cancel{\sum_{i=0}^{0} f_i = f_{0+2} - 1 \rightarrow \sum_{i=0}^{0} f_0 = f_2 - 1}$$

avise sobre a indução.

Passo Base: Para $n=0$, Temos:

cuidado!

$$\sum_{i=0}^{0} f_i = f_{0+2} - 1 \rightarrow \sum_{i=0}^{0} f_i = f_2 - 1 \rightarrow \cancel{\sum_{i=0}^{0} f_i} = 1 - 1 \rightarrow \sum_{i=0}^{0} 0 = 0$$

F_0

~~Passo Indutivo: Para $n+1$, Temos:~~

$$\cancel{\sum_{i=0}^{n+1} f_0 = f_{(n+1)+2} - 1 \rightarrow \sum_{i=0}^{n+1} f_0 = f_{n+3} - 1}$$

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$
\begin{aligned}
F_0 &= 0 \\
F_1 &= 1 \\
F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n
\end{aligned}
$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

recursividade de 2° ordem não-homogênea

?

$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$$F_2 = F_1 + F_0$$
$$F_3 = F_2 + F_1$$
$$\boxed{\vdots}$$
$$+\ F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

precisas usar indução para conseguir provar mesmo. Esse uso de "..." não é formal.

$$\sum_{i=2}^{n+2} F_i = \sum_{i=0}^{n+1} F_i + \sum_{i=0}^{n} F_i$$

$$\cancel{\sum_{i=0}^{n+2} F_i} - F_1 = \cancel{\sum_{i=0}^{n+2} F_i} - F_{n+2} + \sum_{i=0}^{n} F_i$$

? ??

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n-2} - 1$$

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$
\begin{aligned}
F_0 &= 0 \\
F_1 &= 1 \\
F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n
\end{aligned}
$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Usando a recorrência para encontrar F_2; assim temos que $n = 0$;

$F_{0+2} = F_{0+1} + F_0$

$F_2 = F_1 + F_0$

substituindo os valores:

$F_2 = 1 + 0 \rightarrow \boxed{F_2 = 1}$

Depois de obter os valores necessários, provaremos por indução

. . . ?

Por que tudo isso? Escreva:

$$\boxed{\begin{aligned} F_2 &= F_1 + F_0 \\ &= 1 + 0 \\ &= 1 \end{aligned}}$$

e pronto!

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

INDUÇÃO

~~PASSO BASE $\sum F_0 = F_{0+2} - 1 = 1 - 1 = 0$~~

~~$\sum F_1 = F_{1+2} - 1 =$~~

PASSO BASE $\sum_{i=0}^{0} F_i = F_0 = 0$ e $F_{0+2} - 1 = 1 - 1 = 0$

$\sum_{i=0}^{1} F_i = F_1 + F_0 = 1 + 0 = 1$ e $F_{1+2} - 1 = 2 - 1 = 1$

POR INDUÇÃO PARA TODO $k \in \mathbb{N}$ e $j < k$ ASSUMO QUE $\sum_{i=0}^{j} F_i = F_{j+2} - 1$

QUERO PROVAR QUE $\sum_{i=0}^{k} F_i = F_{k+2} - 1$

$\sum_{i=0}^{k} F_i = F_k + \sum_{i=0}^{k-1} F_i$

$= F_k + F_{k+1} - 1$ (HIP INDUTIVA)

$= F_{k+2} - 1$

Certo! Observação: tu precisou apenas "o anterior", então:

– precisa apenas uma base (0).

– não precisa indução forte.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$
\begin{aligned}
F_0 &= 0 \\
F_1 &= 1 \\
F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n
\end{aligned}
$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$.

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$
\begin{aligned}
F_0 &= 0 \\
F_1 &= 1 \\
F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n
\end{aligned}
$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

?

7

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

0 1 2 3 4
0 1 1 2 3 5

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Incompleto

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

?

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$$\sum_{i=0}^{n} F_i \boxed{= F_{n+2} - 1}$$

acho que sim

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_0 + F_1 + \ldots + F_{n-1} + F_n = F_{n+2} - 1$$

$$= 0 + 1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_{n-1} + F_n = F_{n+2} - 1$$

$$= 1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_{n-1} + F_n = F_{n+1} + F_n - 1$$

$$= 1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_{n-1} + F_n = F_n + F_{n-1} + F_{n-1} + F_{n-2} - 1$$

$$= 1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_{n-1} + F_n = F_n + F_{n-1} + F_{n-2} + F_{n-3} + F_{n-3} + F_{n-4} \ldots + 1$$

$$1 + F_2 + F_3 \ldots F_{n-1} + F_n = F_n + F_{n-1} + \ldots + F_2 + \cancel{F_2} + F_1 \cancel{- 1}$$

Como $F_2 = 1$, então podemos cancelar o F_2 repetido com o -1. logo

$$1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_{n-1} + F_n = F_n + F_{n-1} + \ldots + F_3 + F_2 + 1$$

A afirmação é verdadeira.

Para provar precisa indução.

Os "..." não fazem parte de prova formal.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Dada a recorrência: $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ com $F_0 = 0$ e $F_1 = 1$

Temos:

$$F_2 = F_1 + F_0$$
$$F_3 = F_2 + F_1$$
$$F_4 = F_3 + F_2$$
$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Para virar tua ideia para uma prova mesmo e eliminar os "...", use indução!

Somando todas as equações (~~[illegible]~~) temos que:

$$F_{n+2} = F_1 + \sum_{i=0}^{n} F_i$$

(~~[illegible]~~)

e como $F_1 = 1$:

$$F_{n+2} - 1 = \sum_{i=0}^{n} F_i$$

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$F_0+F_1+F_2+\dots+F_n = F_{n+2}-1.$

$F_0+F_1+F_2+\dots+F_{n+1} = F_{n+3}-1$?

$F_{n+2}-1+F_{n+1} = F_{n+3}-1$?

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Provar por indução. Suponhamos $F_0+F_1+\dots+F_n = F_{n+2}-1$. Somando-se F_{n+1} aos dois lados da equação, temos:

$$F_0+F_1+\dots+F_n+F_{n+1} = F_{n+1}+F_{n+2}-1$$

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$0 + 1 + \ldots + F_{n-1} + F_n = F_{n+2} - 1$

CB: $n = 1$

$0 + 1 = 2 - 1$

$1 = 1$

errada.

PI $k = n$

$0 + 1 + \ldots + F_{k-1} + F_k = F_{k+2} - 1$

Então, para $k+1$

$\underbrace{0 + 1 + \ldots + F_k}_{F_{k+2} - 1} + F_{k+1} = F_{k+3} - 1$

não é claro que é índice e que normal!

$\Rightarrow F_{\boxed{k+2-1}} + F_{k+1} = F_{k+3} - 1$

$\Rightarrow \underbrace{F_{k+2} + F_{k+1}}_{\text{FIBONACCI}} - 1 = F_{k+3} - 1$

$\Rightarrow \boxed{F_{k+3} - 1 = F_{k+3} - 1}$

ideia certa

mas escrita mal.

veja gabarito.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$F_0 = F_2 - 1$
$F_1 = F_3 - 1$
$F_2 = F_4 - 1$
$F_3 = F_5 - 1$
$\vdots$
$F_m = F_{m+2} - 1$

$F_0 + F_1 F_2 \dots F_m = F_2 + F_3 + F_5 \dots F_m + m \cdot (-1)$

$F_0 = F_2 - 1$
$F_1 = F_3 - 1$
$F_2 = F_4 - 1$

$F_m = F_{m+2} - 1$

$F_0 + F_1 . \,.\, + F_m = \cancel{F_2} + \cancel{F_3} + \cancel{F_4} + \cancel{F_{m-1}} + F_{m-2} + m \cdot (-1)$

$F_m = F_{m-1} + m \cdot (-1)$

não podes usar esses "..." numa prova. Precisa usar indução para formalizar tua ideia. Veja gabarito.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

Prova.

SIM!

DEVERIA USAR INDUÇÃO

esses pontinhos são informais (e perigosos).

$F_2 = F_1 + F_0$

$F_3 = F_2 + F_1$

$F_4 = F_3 + F_2$

$\vdots$

$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$

$F_2 + F_3 + F_4 \dots + F_{n+2} = F_0 + 2F_1 + 2F_2 + 2F_3 \dots + F_{n+1}$

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$
\begin{aligned}
F_0 &= 0 \\
F_1 &= 1 \\
F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n
\end{aligned}
$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$F_n = F_{n-1} * F_{n-2}$

Recorrência segunda ordem
deduzir ~~termo geral~~ soma dos term

como?

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$$\sum_{i=0}^{n+1} F_i = F_0 + F_1 + \ldots + F_n + F_{n+1} = F_0 + F_1 + \ldots + F_{n+2} =$$

P.I. $\rightarrow$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} F_i + F_{n+2}$$

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$(F_{n+3} - 1)$

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Base $\rightarrow$ $F_2 = F_1 + F_0 = 1 + 0 = 1$; $F_3 = F_2 + F_1 = 1 + 1 = 2$; $F_4 = F_3 + F_2 = 2 + 1 = 3$

$$\sum_{i=0}^{2} F_i = F_0 + F_1 + F_2 = 0 + 1 + 1 = 2 = F_4 - 1$$

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

A prova será feita por indução:

Base de indução:

Para $n = 0$, temos $\sum_{i=0}^{0} F_i = F_0 = 0$ e $F_{0+2} - 1 = F_2 - 1 = 1 - 1 = 0$, logo a fórmula é válida para a base.

Agora formulamos a hipótese: $\exists p \in \mathbb{N}$, tal que $\sum_{i=0}^{p} F_i = F_{p+2} - 1$ é verdade, e queremos provar que

$\sum_{i=0}^{p+1} F_i = F_{p+2+1} - 1$

$\sum_{i=0}^{p+1} F_i = F_{p+1} + \sum_{i=0}^{p} F_i$, pela hipótese, temos: $F_{p+1} + F_{p+2} - 1$.

Isso é igual a $F_{m+3} - 1$

Logo, pelo Princípio da Indução Finita, temos:

$\sum_{i=0}^{m} F_i = F_{m+2} - 1$, para todo $m \in \mathbb{N}$.

muito bem!

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$
$$F_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.