

I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

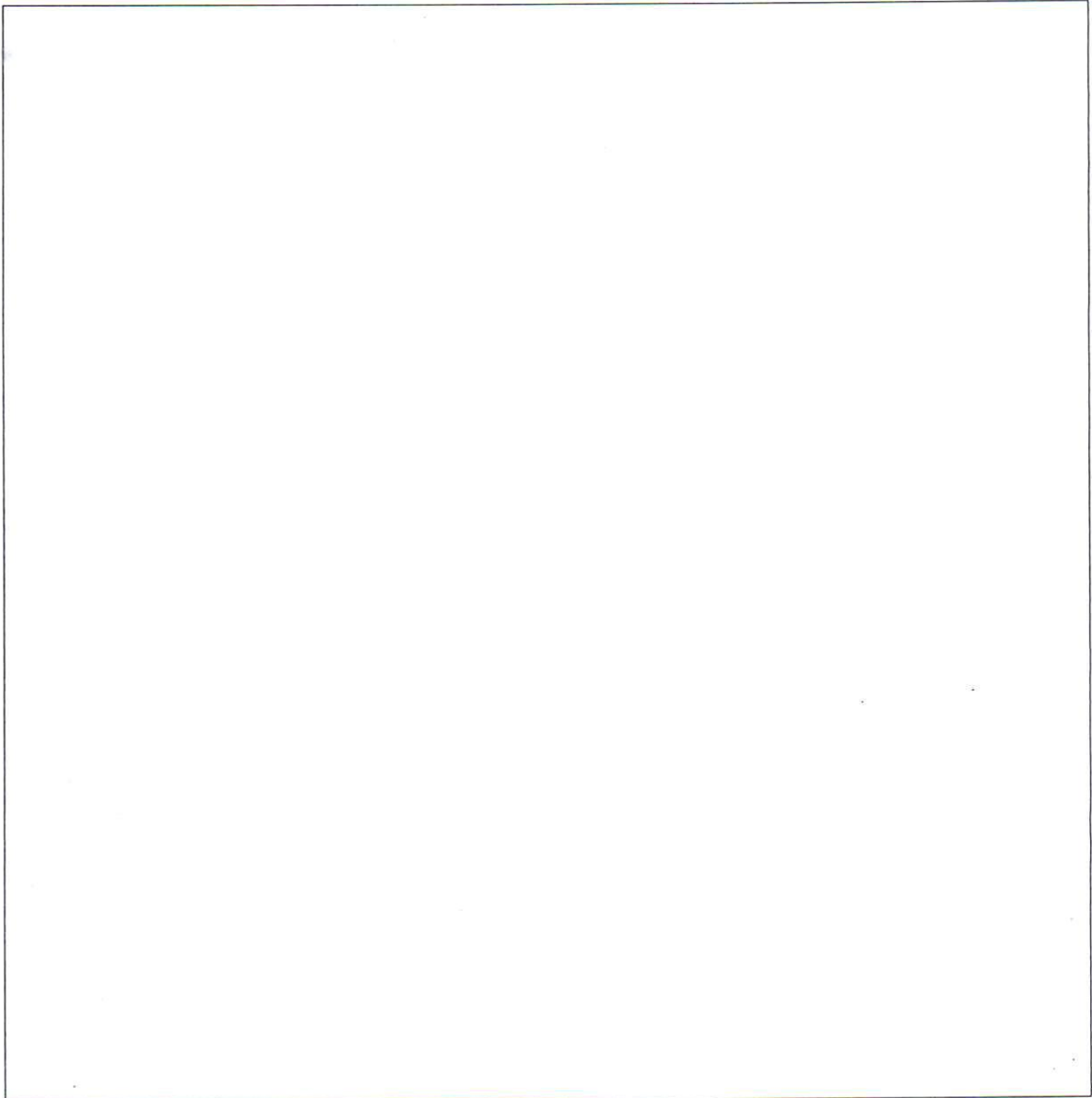
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

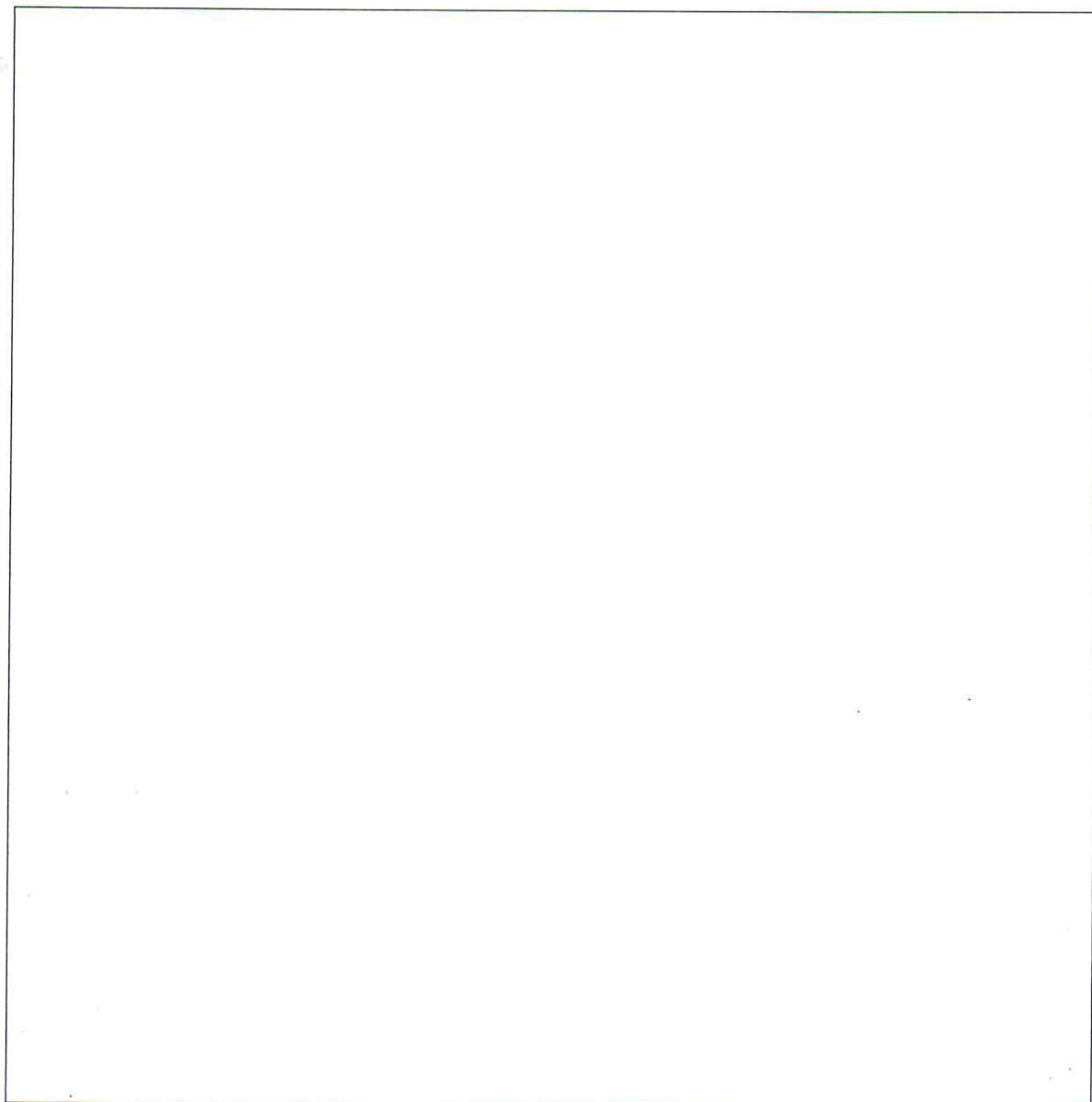
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

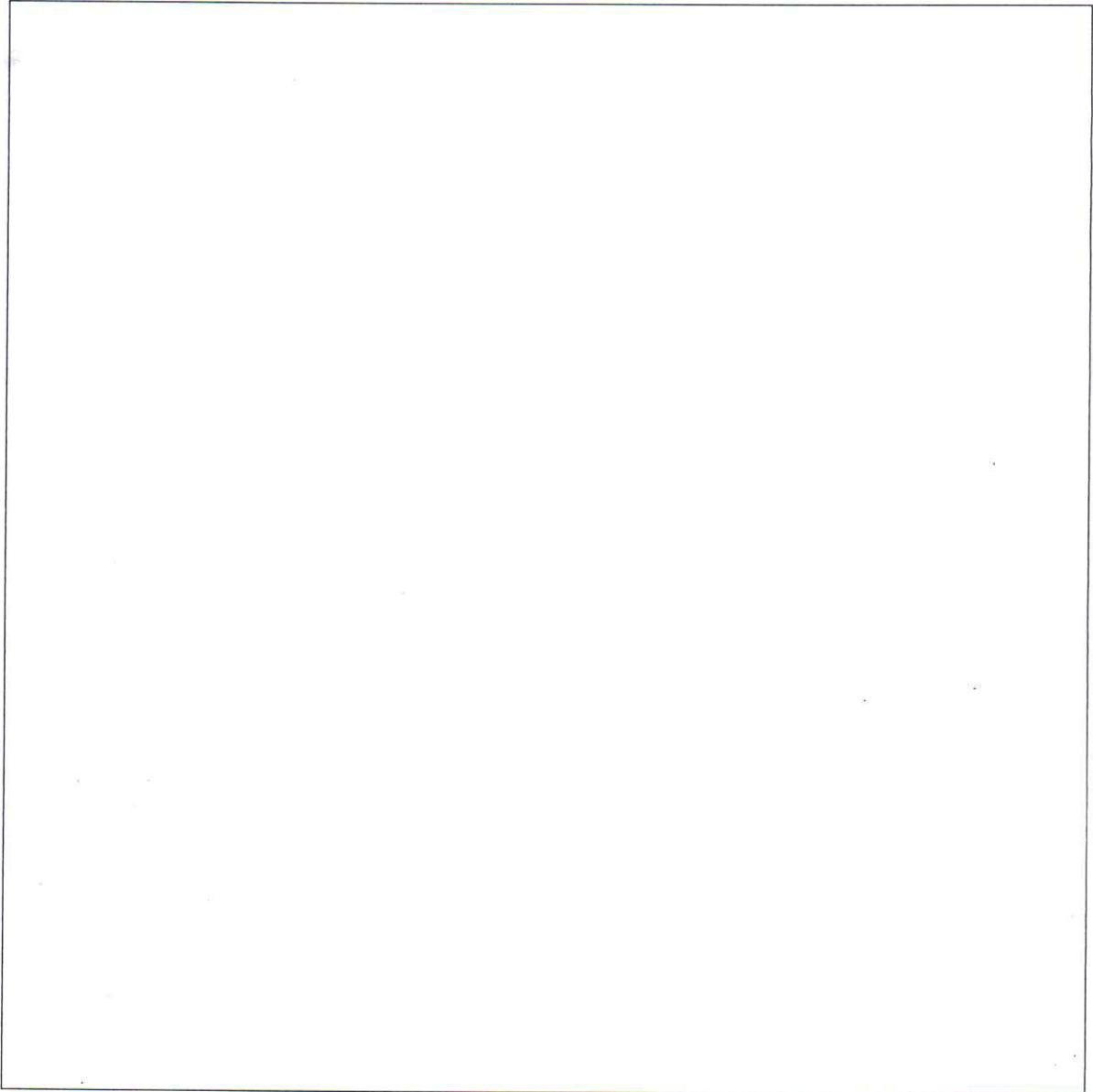
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

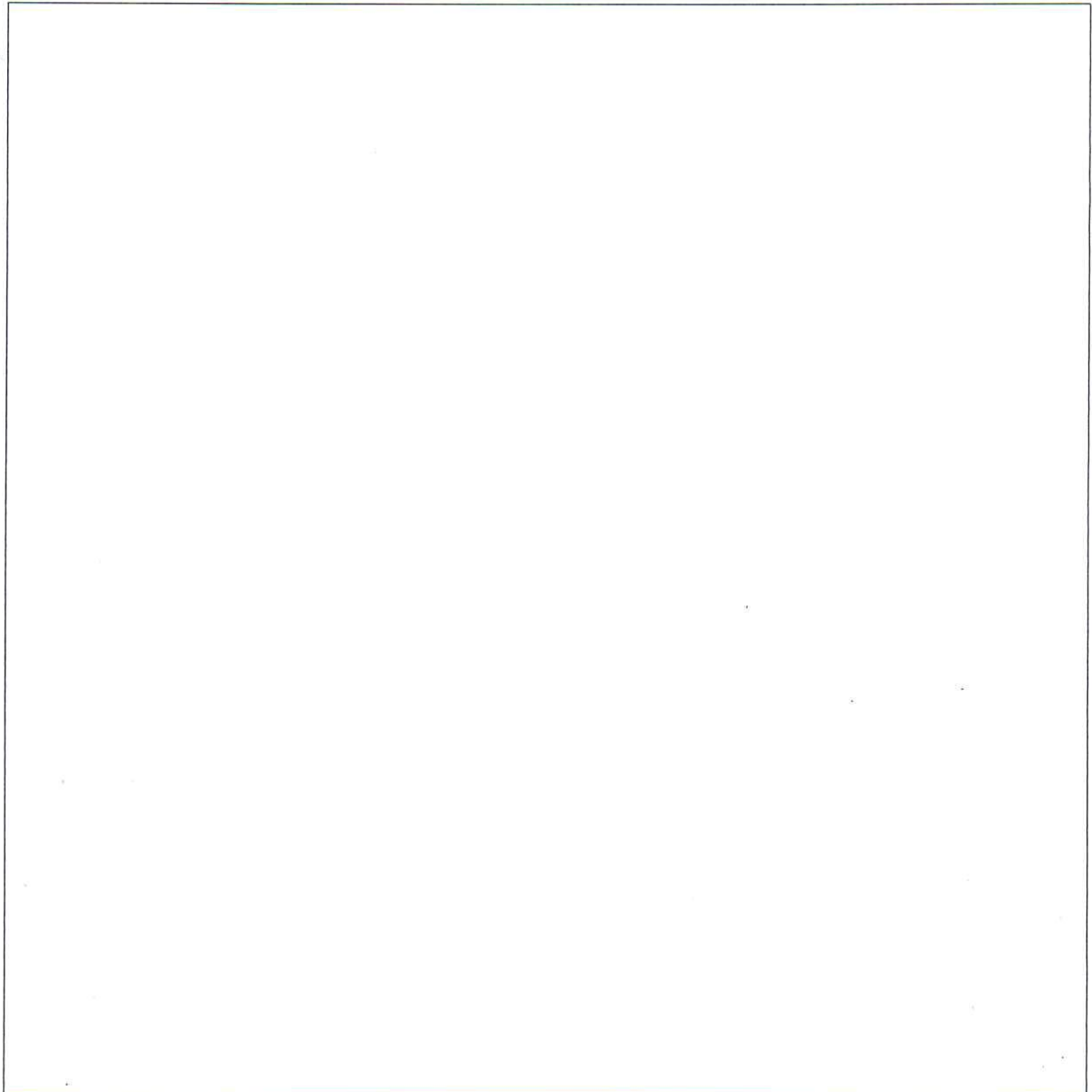
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

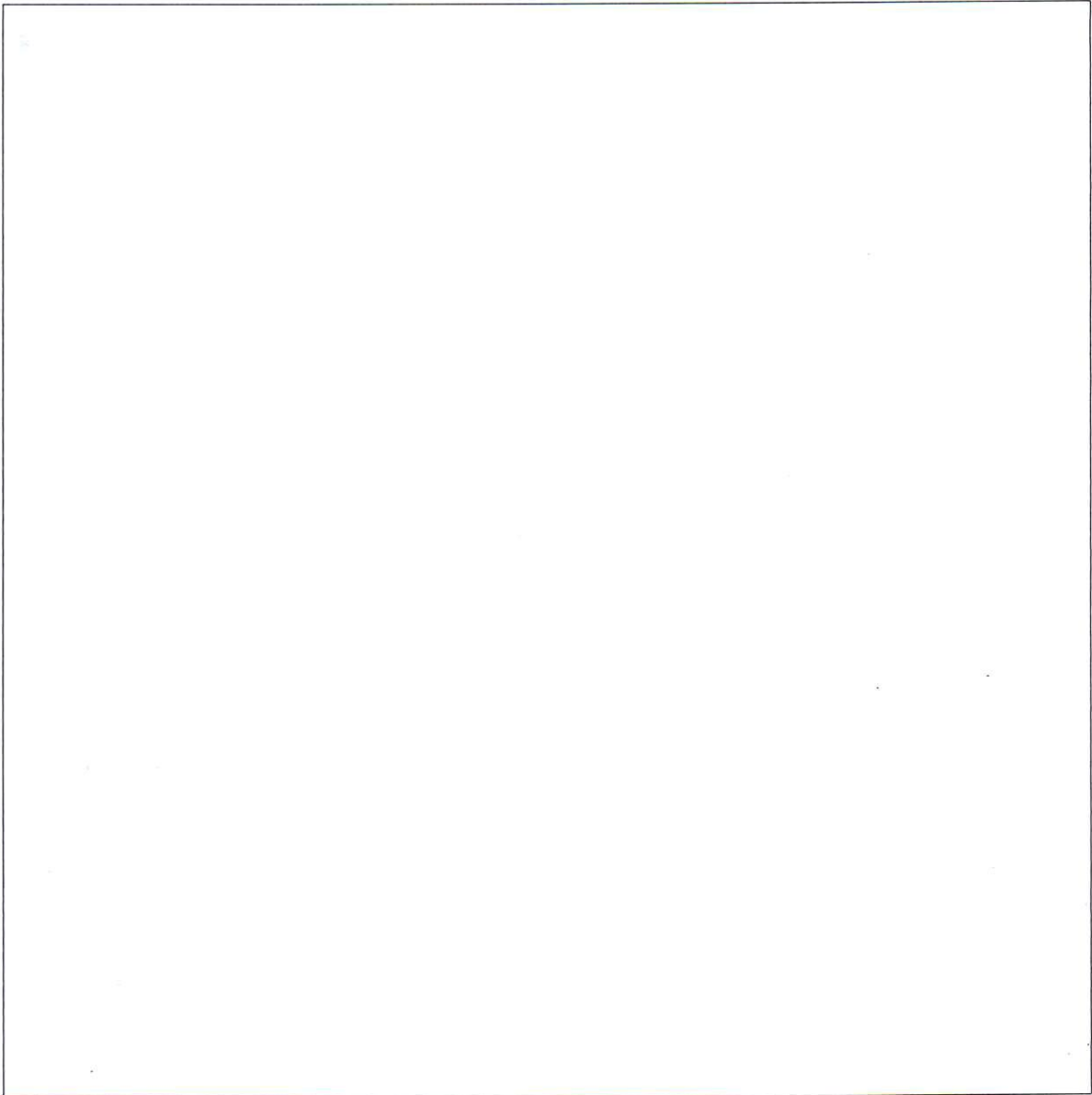
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Temos que

$$F_{m+2} = F_{m+1} + F_m$$

⇒ $ab^{m+2} = ab^{m+1} + ab^m$ ($\div ab^{m+2}$)

⇒ $b^2 + b - 1 = 0$

o que são esses a e b ?

... e de onde apareceu essa igualdade!

... e o que é isso?!

$$F_m$$

$$F_0 + F_1 + F_2 + F_3 = F_5$$

$$= F_4 + F_3$$

$$= F_3 + F_2 + F_2 + F_1$$

$$= F_3 + F_2 + F_2 + F_1 + F_0$$

$$= F_4 + F_3$$

$$= F_3 + F_2 + F_2 + F_1$$

$$= F_3 + F_2 + F_1 + F_0 + F_1 + F_0 + F_1$$

$$F_3 + 3F_1 + 2F_0$$

I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

$$\sum F_i = F_{m+1} + F_m - 1$$

PROVA.

Aplicando indução:

bases: $\sum_{i=0}^0 F_i = 0$

← por que?

H.I.: $\sum_{i=0}^m F_i = F_{m+2} - 1$

$$\sum_{i=0}^{m+1} F_i = \sum_{i=0}^m F_i + F_{m+1} = F_{m+2} - 1 + F_{m+1} \text{ (H.I.)}$$

$$F_{m+3} = F_{m+2} + F_{m+1} \text{ (def. Fib)}$$

Logo $\sum_{i=0}^{m+1} F_i = F_{m+3} - 1$

I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Hip: $\sum_{i=0}^m F_i = F_{m+2} - 1$ → o que exatamente tu provou aqui? ..

P. Base: $m=0$ $\sum_{i=0}^0 F_i = F_{0+2} - 1 = F_2 - 1 = 1 - 1 = 0$

P. Ind.: $\sum_{i=0}^{m+1} F_i = \sum_{i=0}^m F_i + F_{m+1}$, pela ~~hipótese~~ def.
 $= F_{m+2} - 1 + F_{m+1}$, pela H.I.
 $= F_{(m+3)} - 1$, por Fib. ✓

Queremos ~~provar~~ provar que $\sum_{i=0}^{m+1} F_i = F_{(m+1)+2} - 1 = F_{(m+3)} - 1$.

certo!

X

não entendi o raciocínio

Seu raciocínio foi provar por indução.

OBS:
É sempre bom deixar claro isso!

I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

não dá para entender teu "caminho" aqui

PROVA.

para $n=0$?

$$F_2 = 1 + 0 = 1 \quad \text{para } n=0 \rightarrow \sum_{i=0}^n F_i = F_2 - 1 = 1 - 1 = 0 = F_0$$

$$\begin{aligned}F_3 &= 1 + 1 = 2 \\F_4 &= 2 + 1 = 3\end{aligned}$$

por que verificar?

$$\text{para } n=1 \rightarrow \sum_{i=0}^1 F_i = F_3 - 1 = 2 - 1 = 1 = F_0 + F_1 = 0 + 1$$

$$\text{para } n=2 \rightarrow \sum_{i=0}^2 F_i = F_4 - 1 = 3 - 1 = 2 = F_0 + F_1 + F_2 = 0 + 1 + 1$$

para todo $n \in \mathbb{N}$

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_n + \sum_{i=0}^{n-1} F_i$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

$$F_n = F_{n+2} - F_{n+1}$$

$$= F_{n+2} - F_{n+1} + \sum_{i=0}^{n-1} F_i \quad F_{n+1} + \dots + F_0$$

veja gabarito.

$$F_0 = 0, F_1 = 1$$

$$F_2 = F_1 + F_0 = 1 + 0 = 1$$

$$F_3 = F_2 + F_1 = 1 + 1 = 2$$

$$\vdots$$

0, 1, 1, 2, 3, 5

I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

~~BASE!~~
 PARA $n=0$, $\sum_{i=0}^0 F_i = F_{0+2} - 1 = 1 - 1 = 0 = F_0$. A BASE É VERDADEIRA

~~Passo:~~
 $n = n+1$, $\sum_{i=0}^{n+1} F_i = F_0 + \dots + F_{n+1}$

BASE: $n=0$ A base deida den $n=0$ ← certo!

$n=1$
 $\sum_{i=0}^1 F_i = F_0 + F_1 = 0 + 1 = 1$
 $\sum_{i=0}^1 F_i = F_{1+2} - 1 = F_3 - 1 = 2 - 1 = 1$

PORTANTO, A BASE É VERDADEIRA!

~~Passo:~~
 $n = n+1$ → Nunca escreve algo desse tipo em matemática!

por que escreveu isso aqui? Já mostrou que o lado esquerdo = 1, só falta mostrar que o lado direito = 1.

$$\sum_{i=0}^{n+1} F_i = F_0 + F_1 + \dots + F_n + F_{n+1} = \underbrace{F_0 + \dots + F_n}_{F_{n+2} - 1} + F_{n+1} = F_{n+2} - 1 + F_{n+1}$$

$\sum_{i=0}^{n+1} F_i = F_{n+2} - 1 + F_{n+1} = F_{n+3} - 1$ veja como tá escrito no gabarito

I

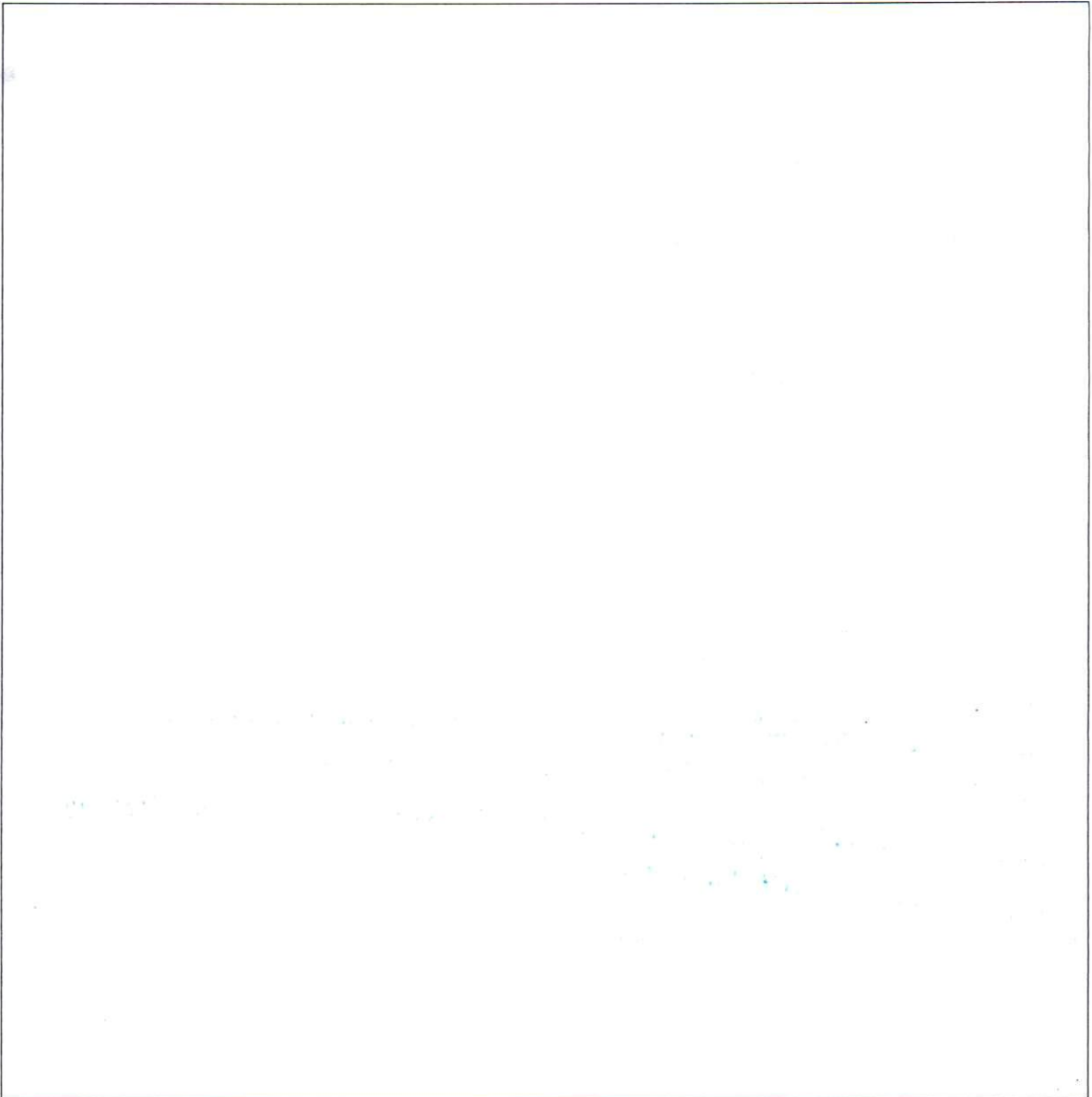
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

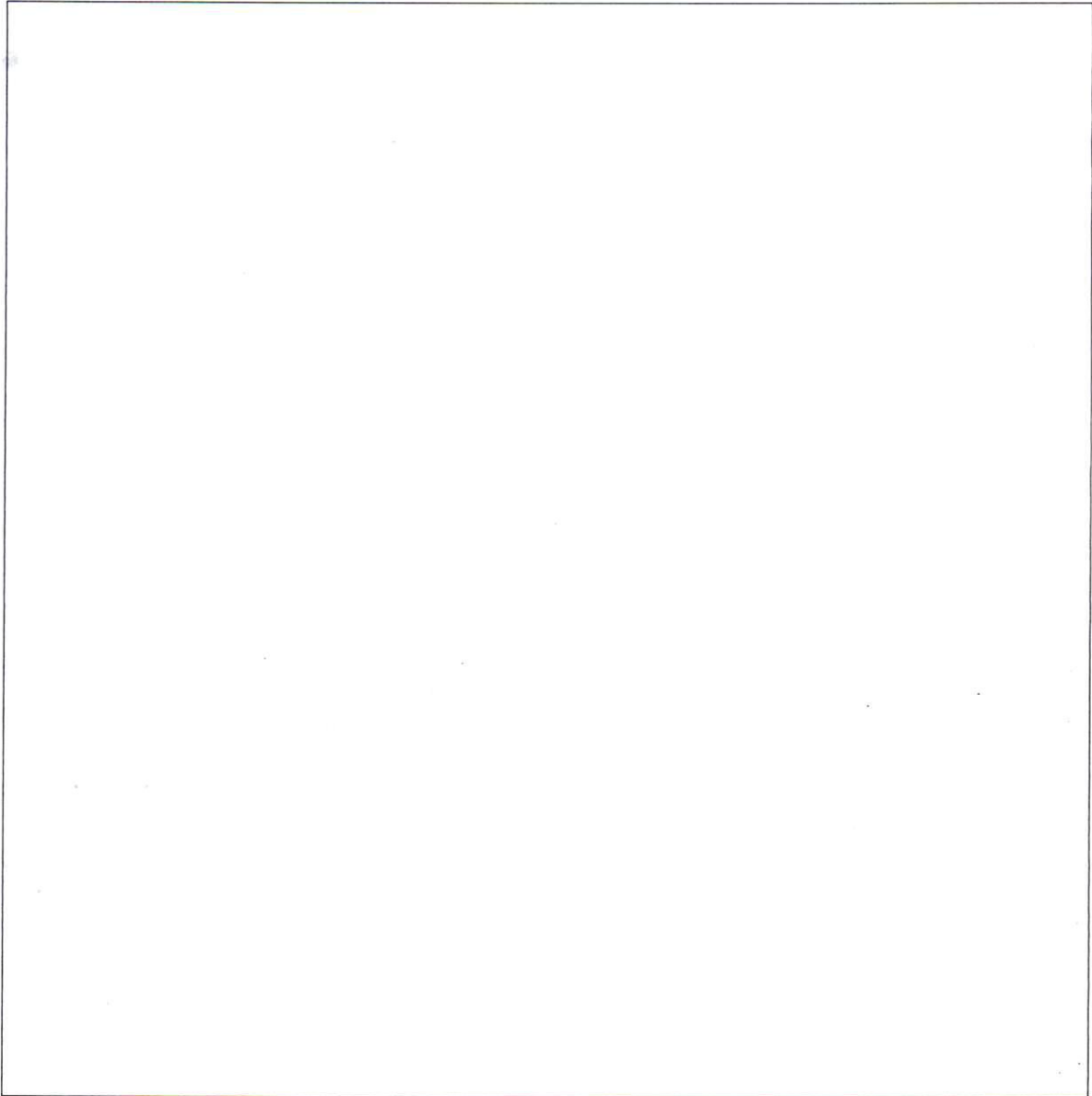
Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$$\sum_{i=0}^2 F_i = 1 + 1 + 2 = 4 \quad n=2$$

$$F_4 - 1 = 5 - 1 = 4$$



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

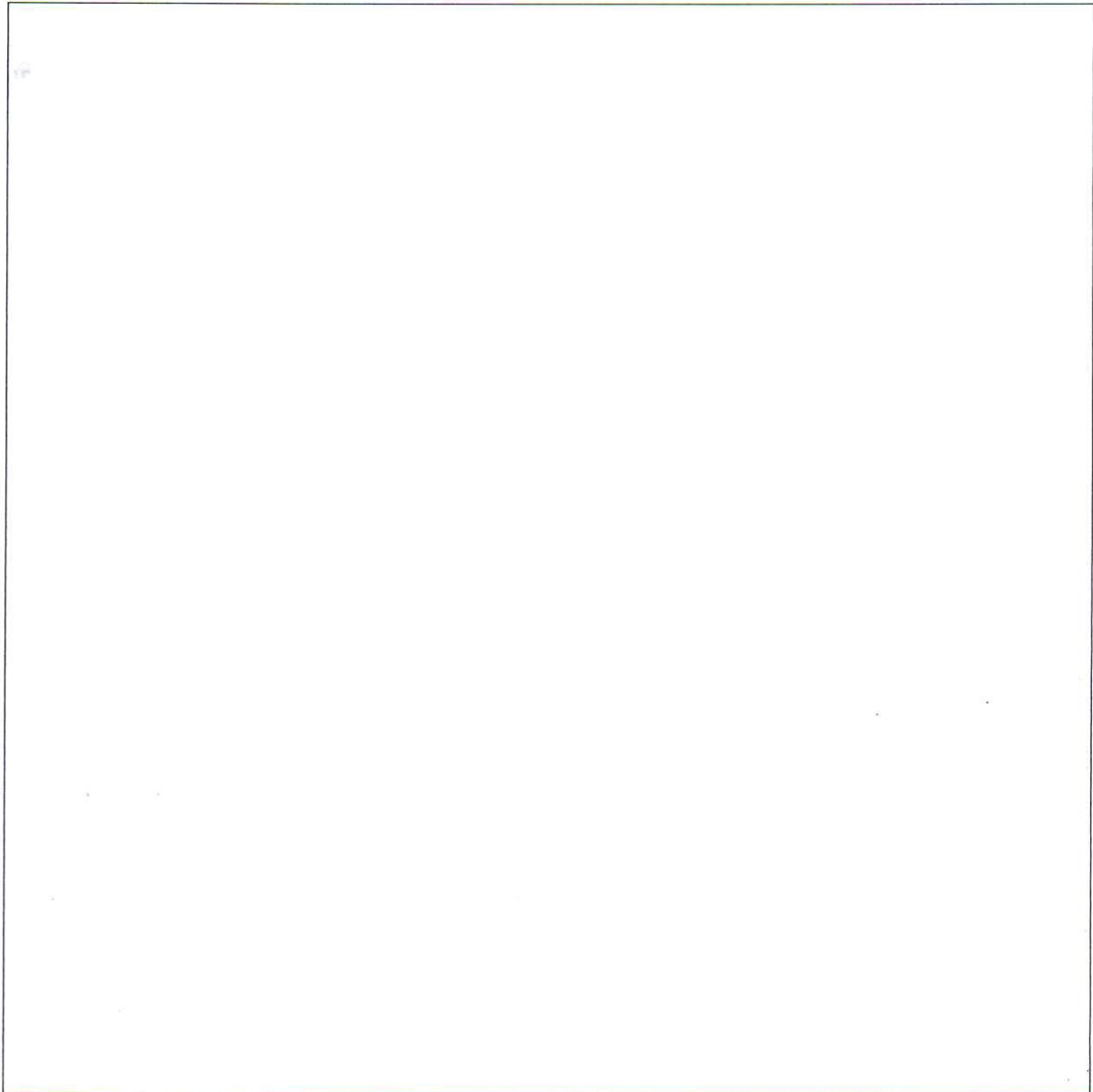
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

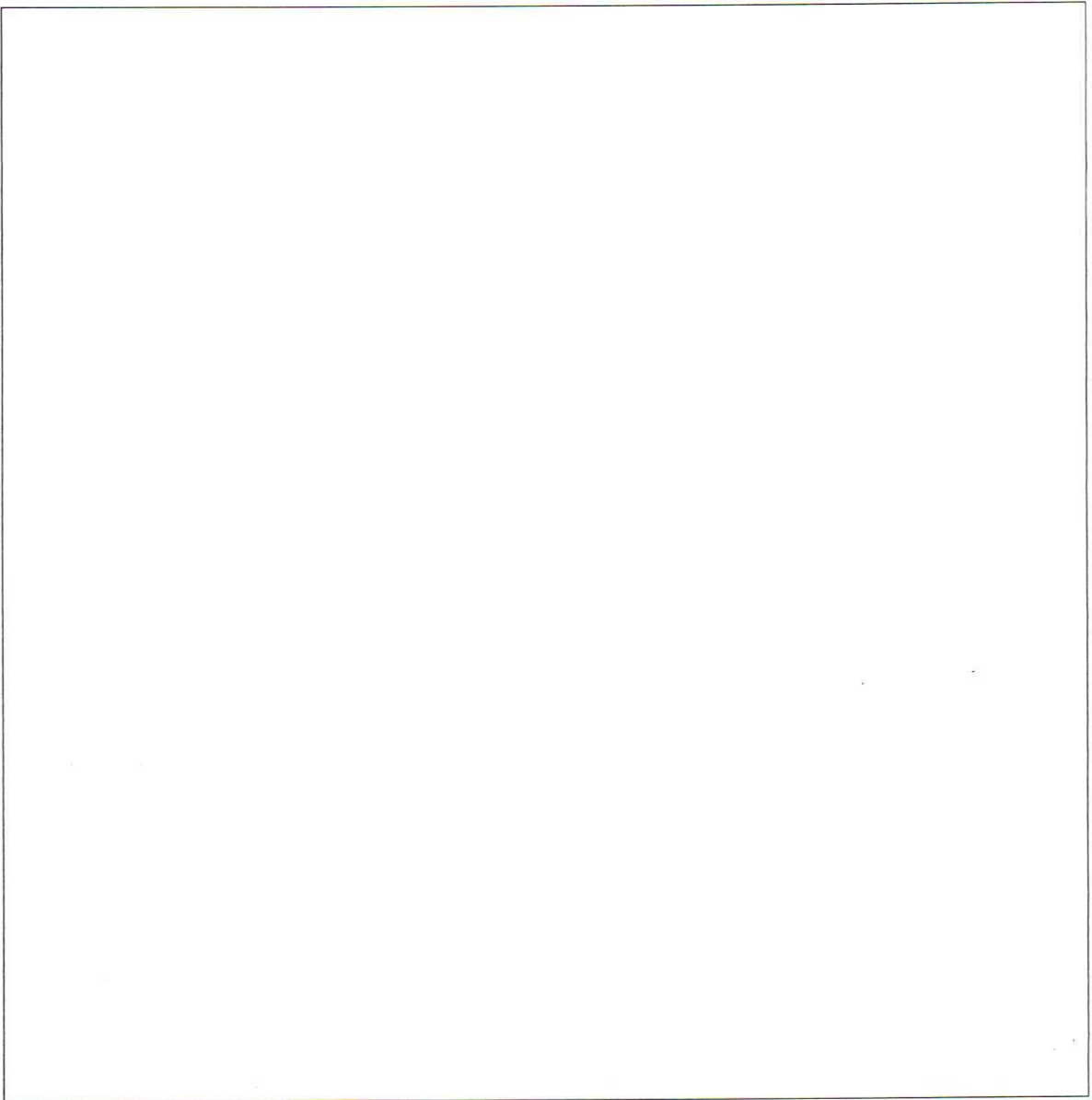
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Vou provar por indução.

BASE: para $n=0$

$$\sum_{i=0}^0 F_i = F_{0+2} - 1 \Leftrightarrow F_0 = F_2 - 1 \Leftrightarrow F_0 = F_1 + F_0 - 1$$

$$\Leftrightarrow F_0 = 1 + 0 - 1 \Leftrightarrow F_0 = 0. \quad \checkmark \checkmark$$

P. INDUTIVO:

Seja $k \in \mathbb{N}$. Suponho que $\sum_{i=0}^k F_i = F_{k+2} - 1 \Rightarrow \sum_{i=0}^{k+1} F_i = F_{k+1+2} - 1$ (H.I.)

Vou provar que $\sum_{i=0}^{k+1} F_i = F_{k+1+2} - 1$.

$$\sum_{i=0}^{k+1} F_i = F_{k+1+2} - 1 \Leftrightarrow \sum_{i=0}^k F_i + F_{k+1} = F_{k+3} - 1.$$

$$\Leftrightarrow F_{k+2} - 1 + F_{k+1} = F_{k+3} - 1 \quad (\text{H.I.})$$

$$\Leftrightarrow F_{k+2} - 1 + F_{k+1} = F_{k+2} + F_{k+1} - 1 \quad (\text{def.})$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0$$

I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$$\begin{cases} F_0 = 0 \\ F_1 = 1 \\ F_2 = F_1 + F_0 \\ F_3 = F_2 + F_1 \\ \vdots \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \end{cases}$$

A ideia é boa, mas sendo informal, (tem "..."), não serve como prova formal.

Nesse caso, precisamos usar indução, e assim não necessitamos mais o uso desses "...".

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n-2} + F_{n-3} + \dots + F_1 + F_0 + 1$$

(Veja gabarito o I & J.)

I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 & f_2 &= 1 \\ F_1 &= 1 & f_3 &= 2 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n & f_4 &= 3 \end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

~~Passo Base: Para $n=0$, Temos:~~
 ~~$\sum_{i=0}^0 f_i = f_{0+2} - 1 \rightarrow \sum_{i=0}^0 f_0 = f_2 - 1$~~

avise sobre a indução.

Passo Base: Para $n=0$, Temos: *caidado!*
 $\sum_{i=0}^0 f_i = f_{0+2} - 1 \rightarrow \sum_{i=0}^0 f_i = f_2 - 1 \rightarrow \sum_{i=0}^0 f_i = 1 - 1 \rightarrow \sum_{i=0}^0 0 = 0$

~~Passo Indutivo: Para $n+1$, Temos:~~
 ~~$\sum_{i=0}^{n+1} f_i = f_{(n+1)+2} - 1 \rightarrow \sum_{i=0}^{n+1} f_i = f_{n+3} - 1$~~

I

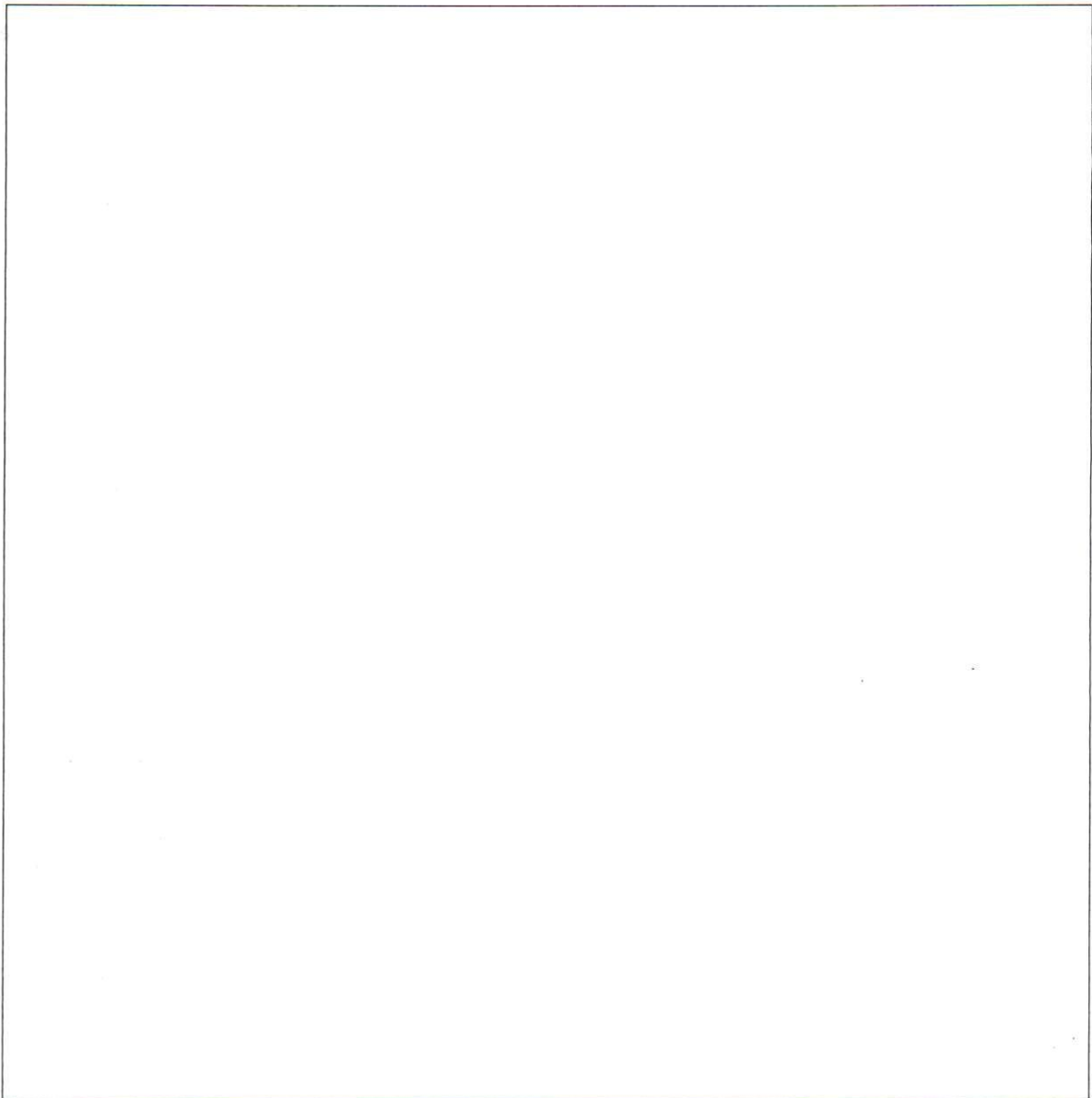
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

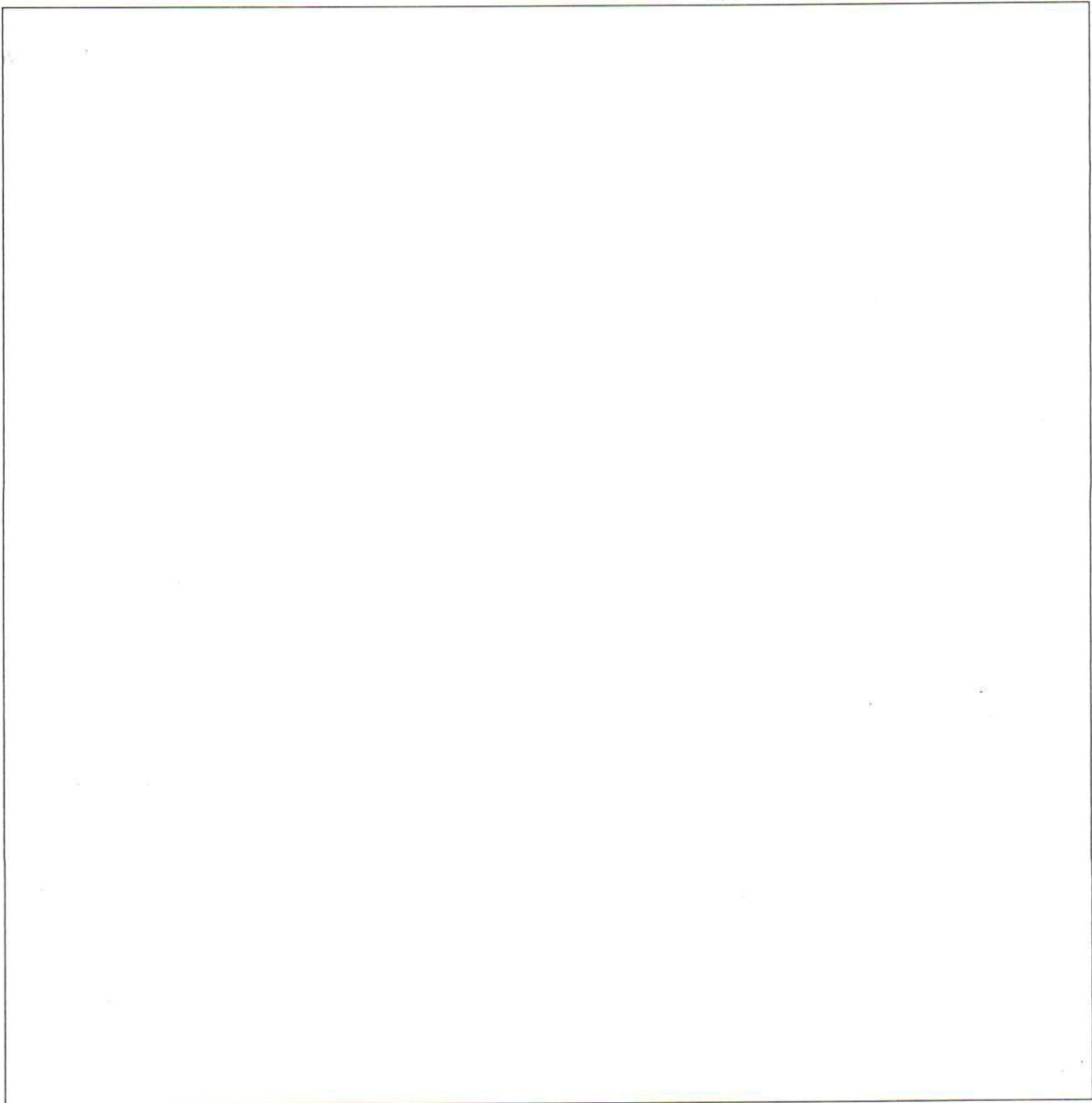
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

$$F_n = F_{n-2} + F_{n-1}$$

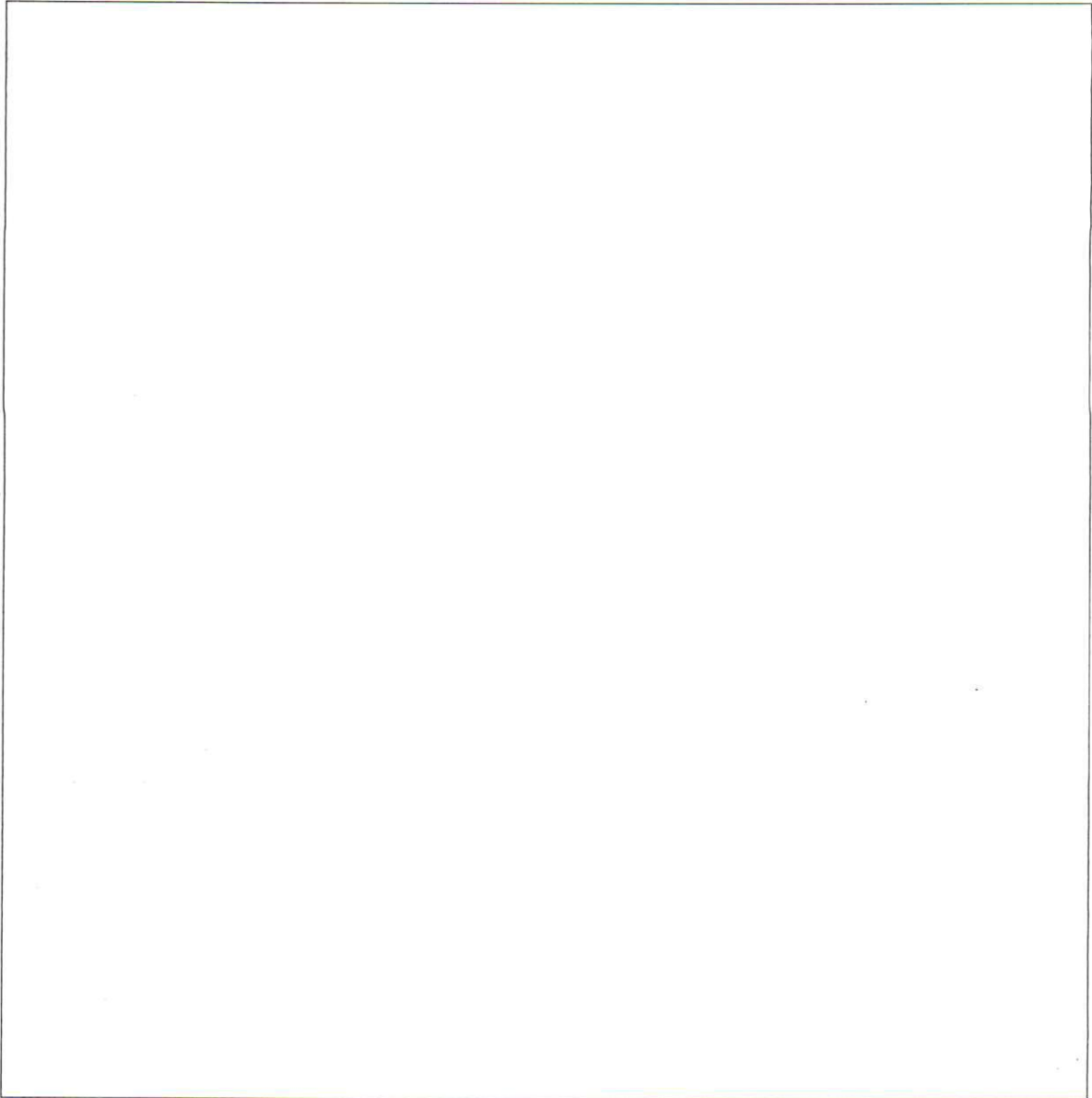
recursivo de
2ª ordem não-homogênea

?

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$F_2 = F_1 + F_0$
 $F_3 = F_2 + F_1$
 \vdots
 $F_{m+2} = F_{m+1} + F_m$

→ Precisa usar indução para conseguir provar mesmo. Esse uso de "... não é formal.

$$\sum_{i=2}^{m+2} F_i = \sum_{i=0}^{m+1} F_i + \sum_{i=0}^m F_i$$
$$\sum_{i=0}^{m+2} F_i - F_1 - F_0 = \sum_{i=0}^{m+1} F_i - F_{m+1} - F_m + \sum_{i=0}^m F_i \quad ??$$
$$\sum_{i=0}^m F_i = F_{m+2} - 1$$

I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

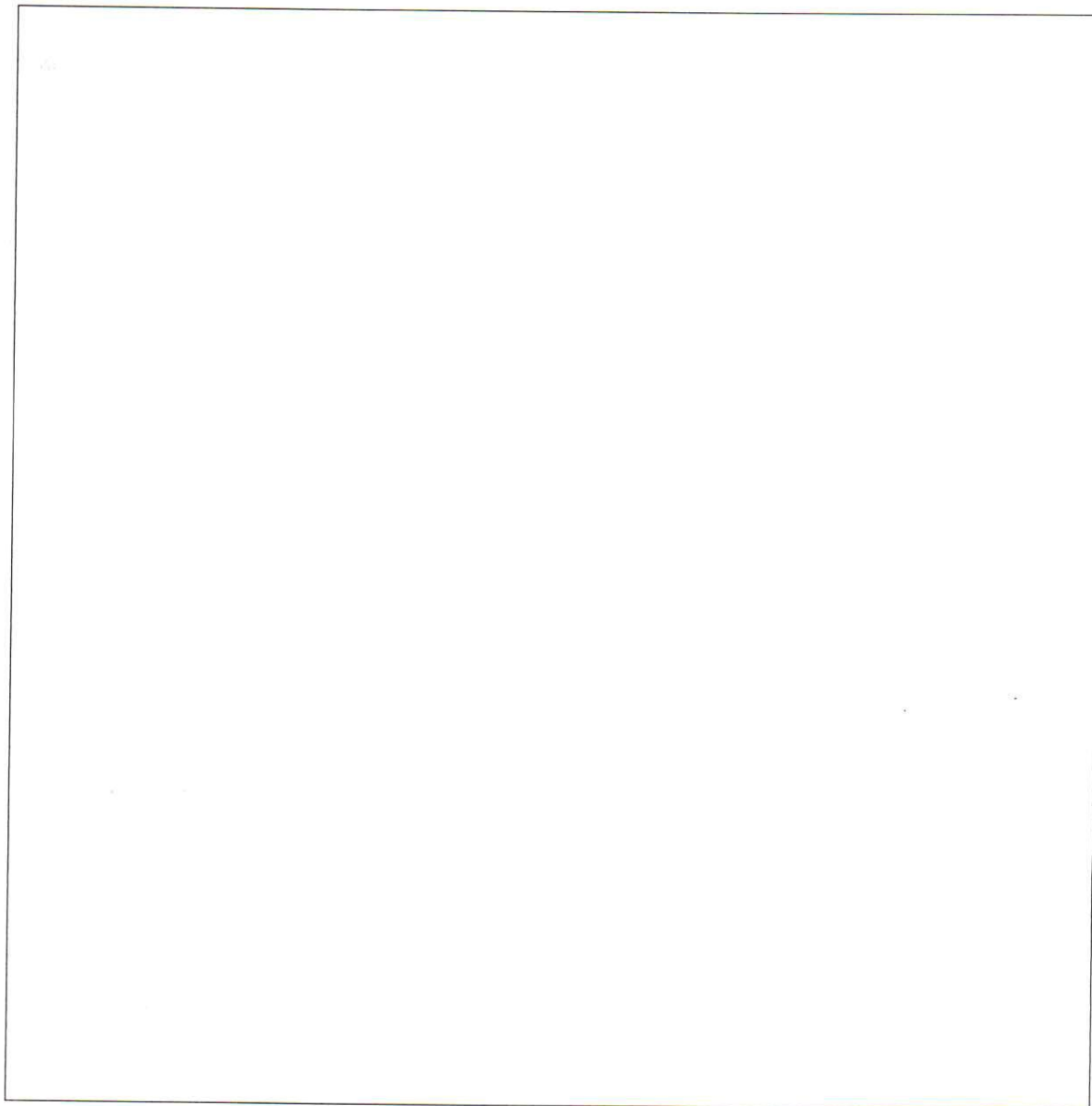
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

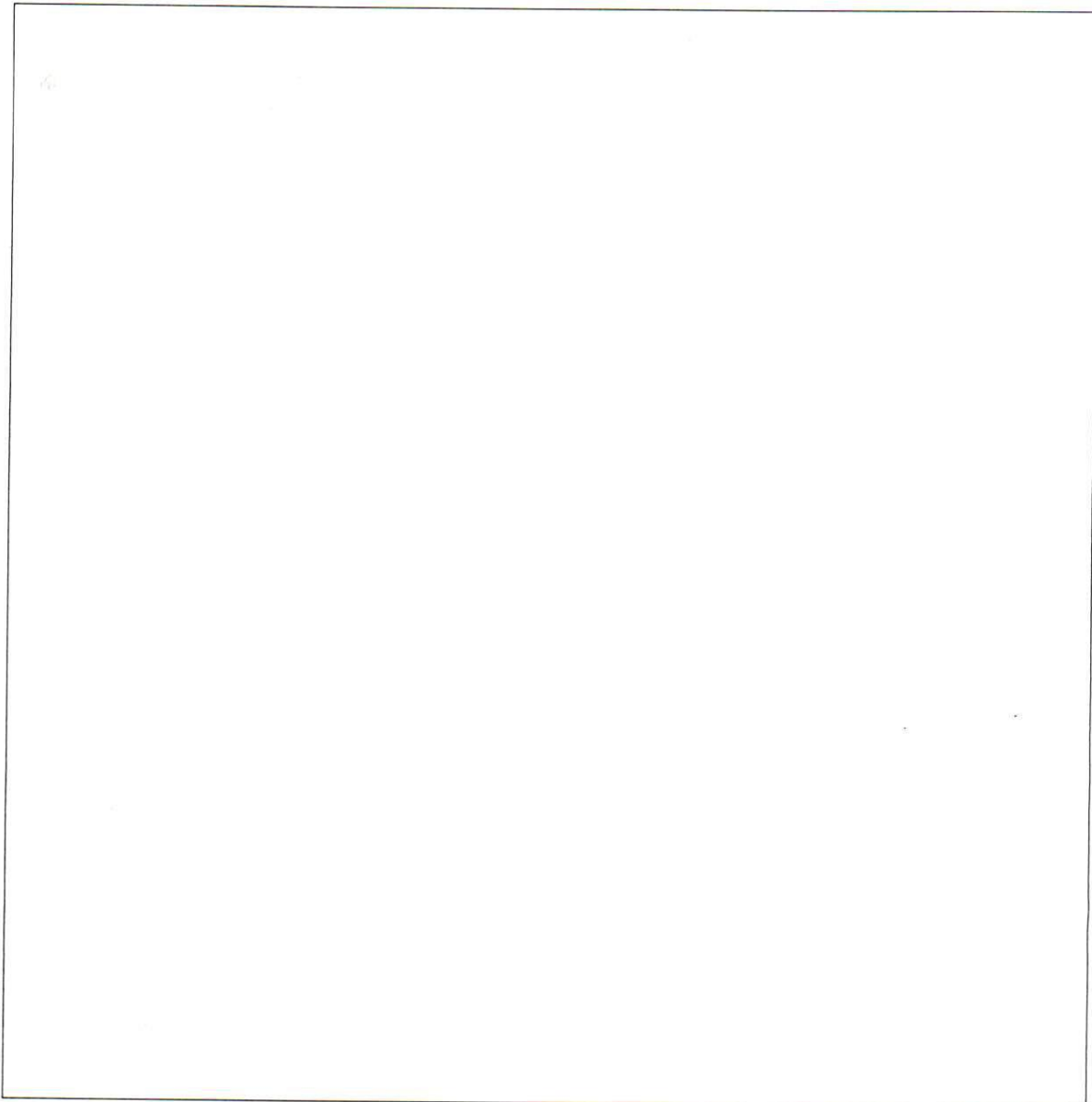
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Usando a recorrência para encontrar F_2 ; assim temos que $n=0$;

$$F_{0+2} = F_{0+1} + F_0$$

$$F_2 = F_1 + F_0$$

Substituindo os valores:

$$F_2 = 1 + 0 \rightarrow \boxed{F_2 = 1}$$

Depois de obter os valores necessários, provamos por indução

...

Por que tudo isso?
Escreva!

$$\begin{aligned}F_2 &= F_1 + F_0 \\&= 1 + 0 \\&= 1\end{aligned}$$

e pronto!

I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

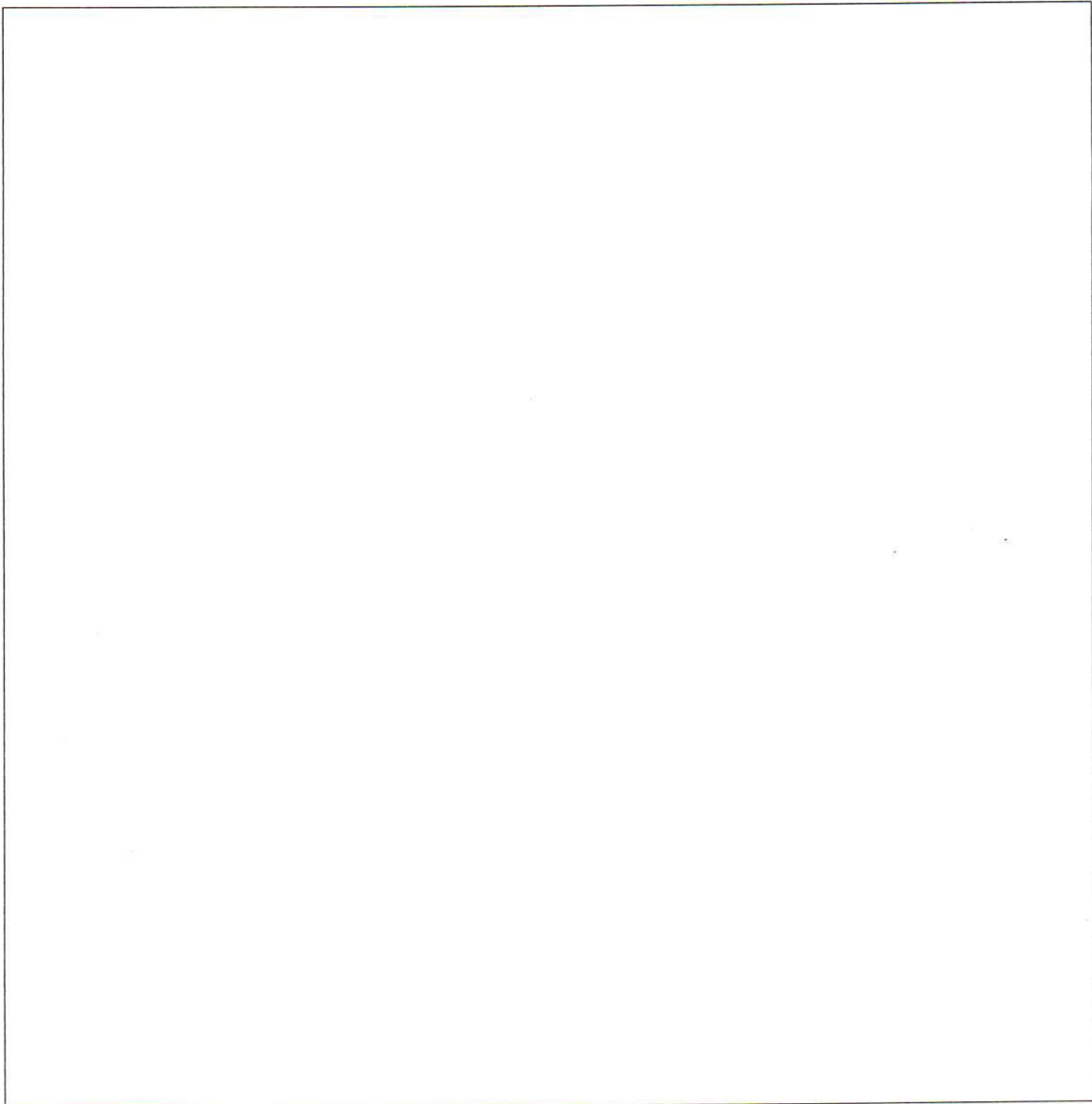
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

INDUÇÃO

Passo Base $\sum_{i=0}^0 F_i = F_0 = 0$ e $F_{0+2} - 1 = 1 - 1 = 0$

Passo Base $\sum_{i=0}^1 F_i = F_1 + F_0 = 1 + 0 = 1$ e $F_{1+2} - 1 = 2 - 1 = 1$

Por indução para todo $k \in \mathbb{N}$ assumo que $\sum_{i=0}^k F_i = F_{k+2} - 1$

Quero provar que $\sum_{i=0}^{k+1} F_i = F_{k+3} - 1$

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{k+1} F_i &= F_{k+1} + \sum_{i=0}^k F_i \\&= F_{k+1} + F_{k+2} - 1 \quad (\text{HIP INDUTIVA}) \\&= F_{k+3} - 1\end{aligned}$$

Certo! Observação: tu precisas apenas "o anterior", então:

- precisa apenas uma base (0).
- não precisa indução forte.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

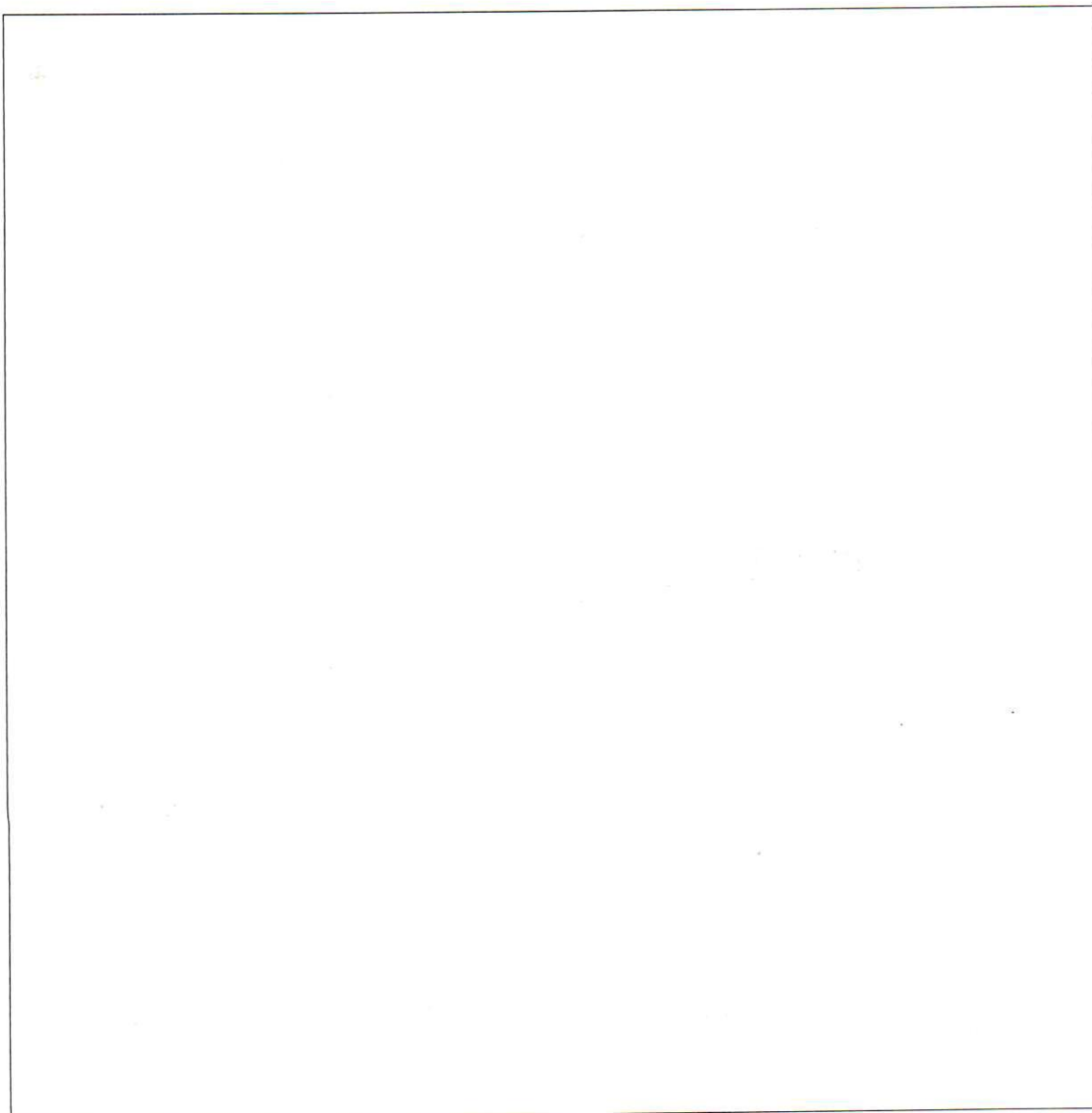
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.





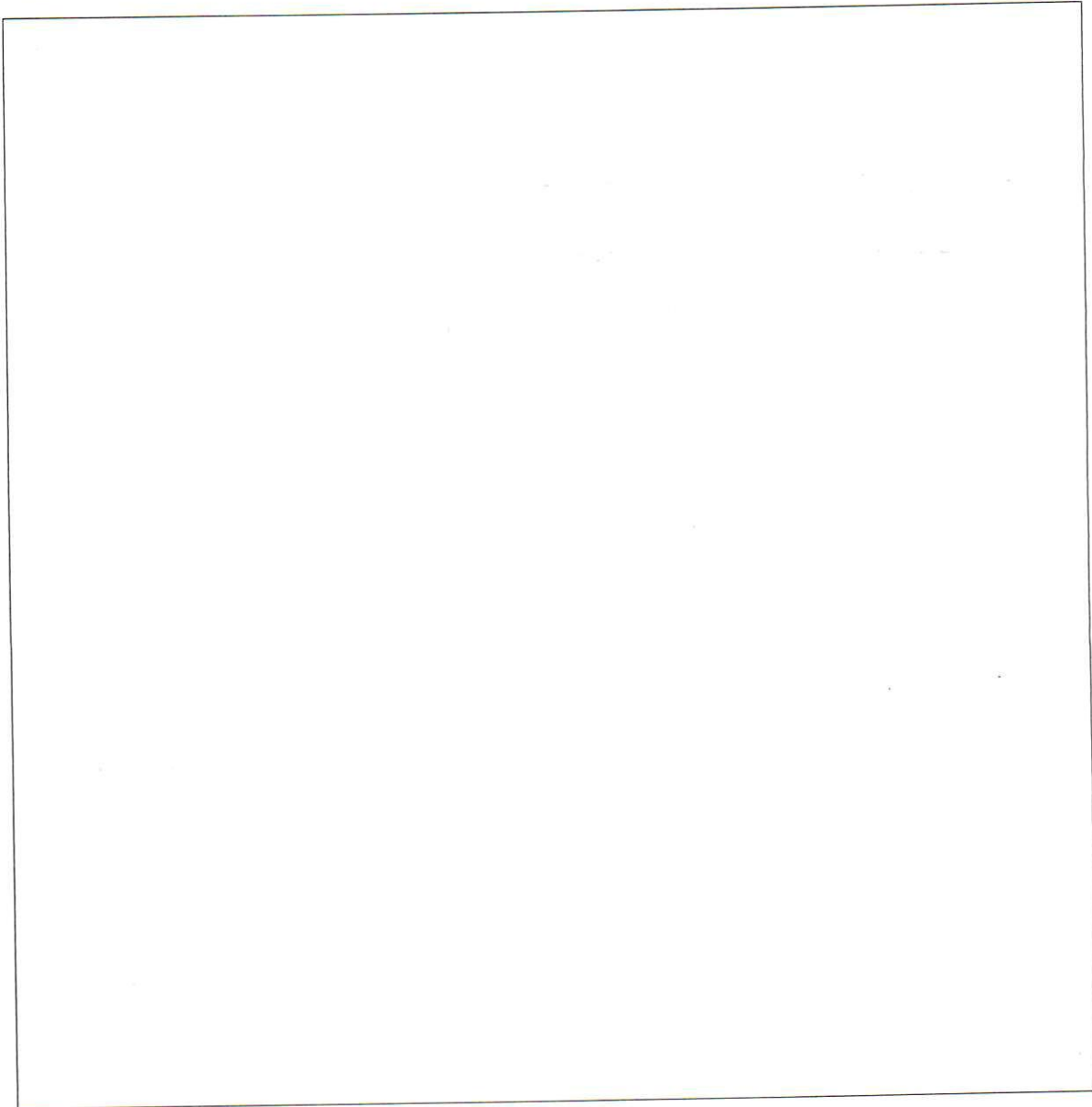
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

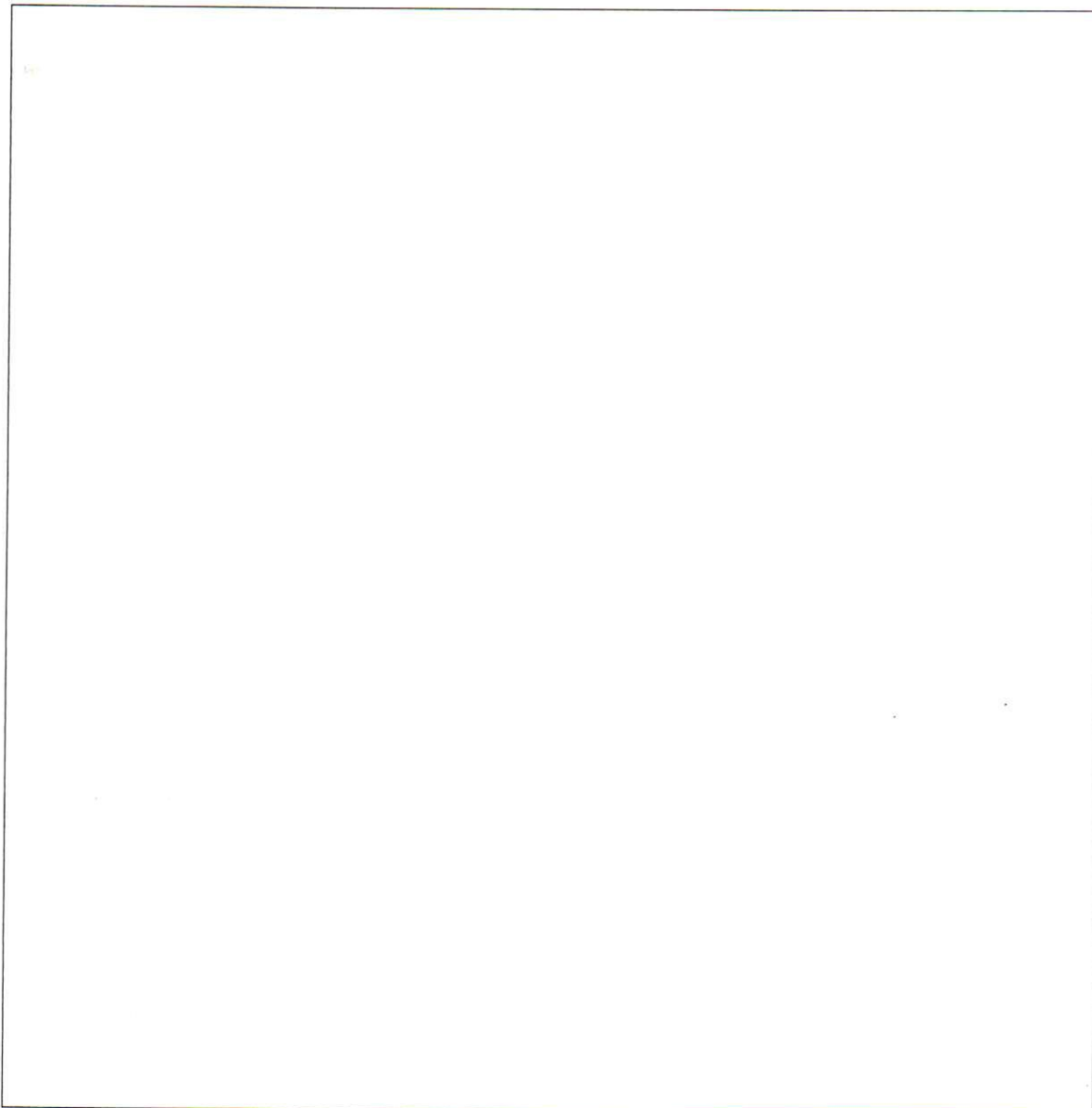
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

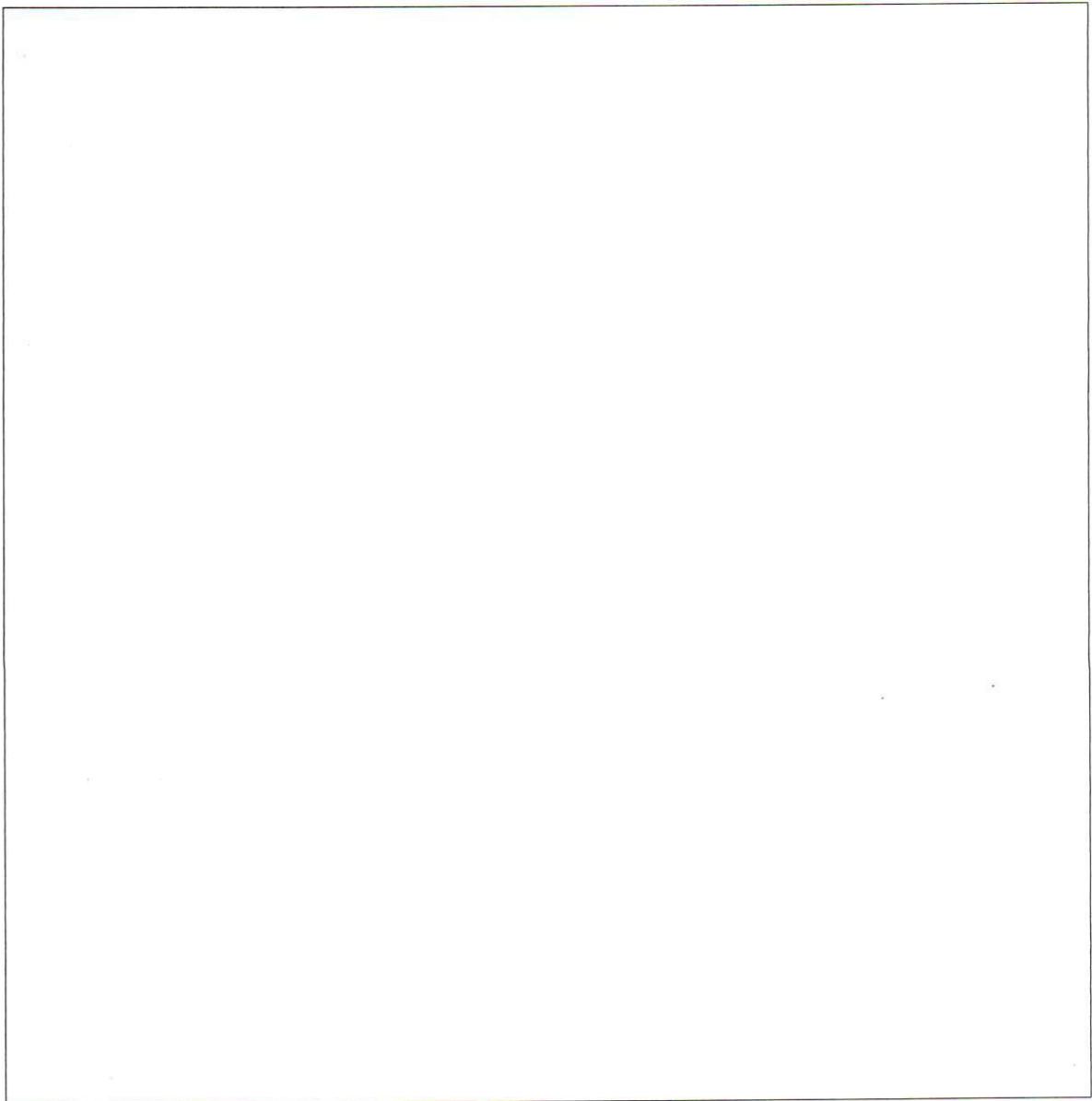
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

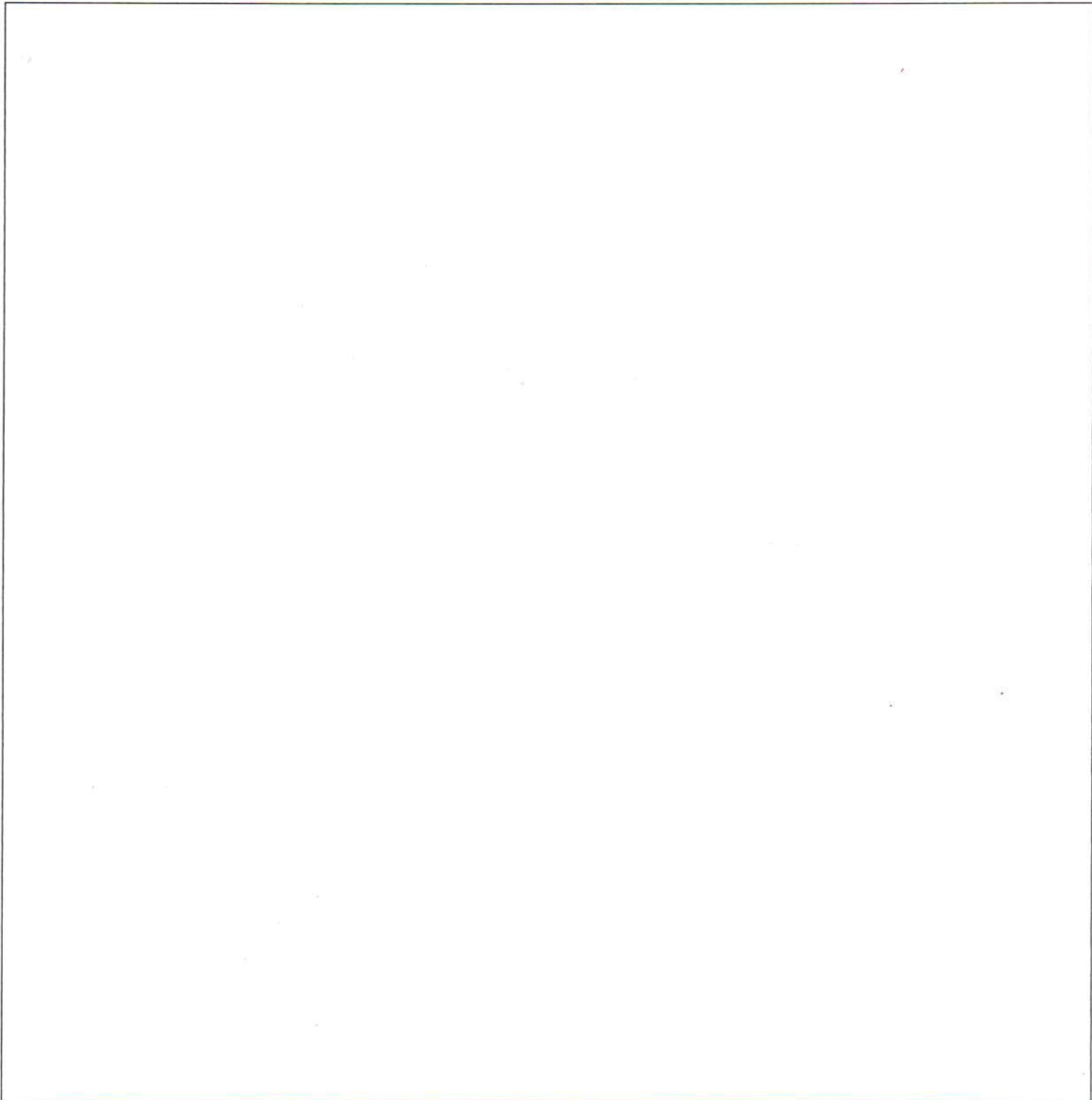
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

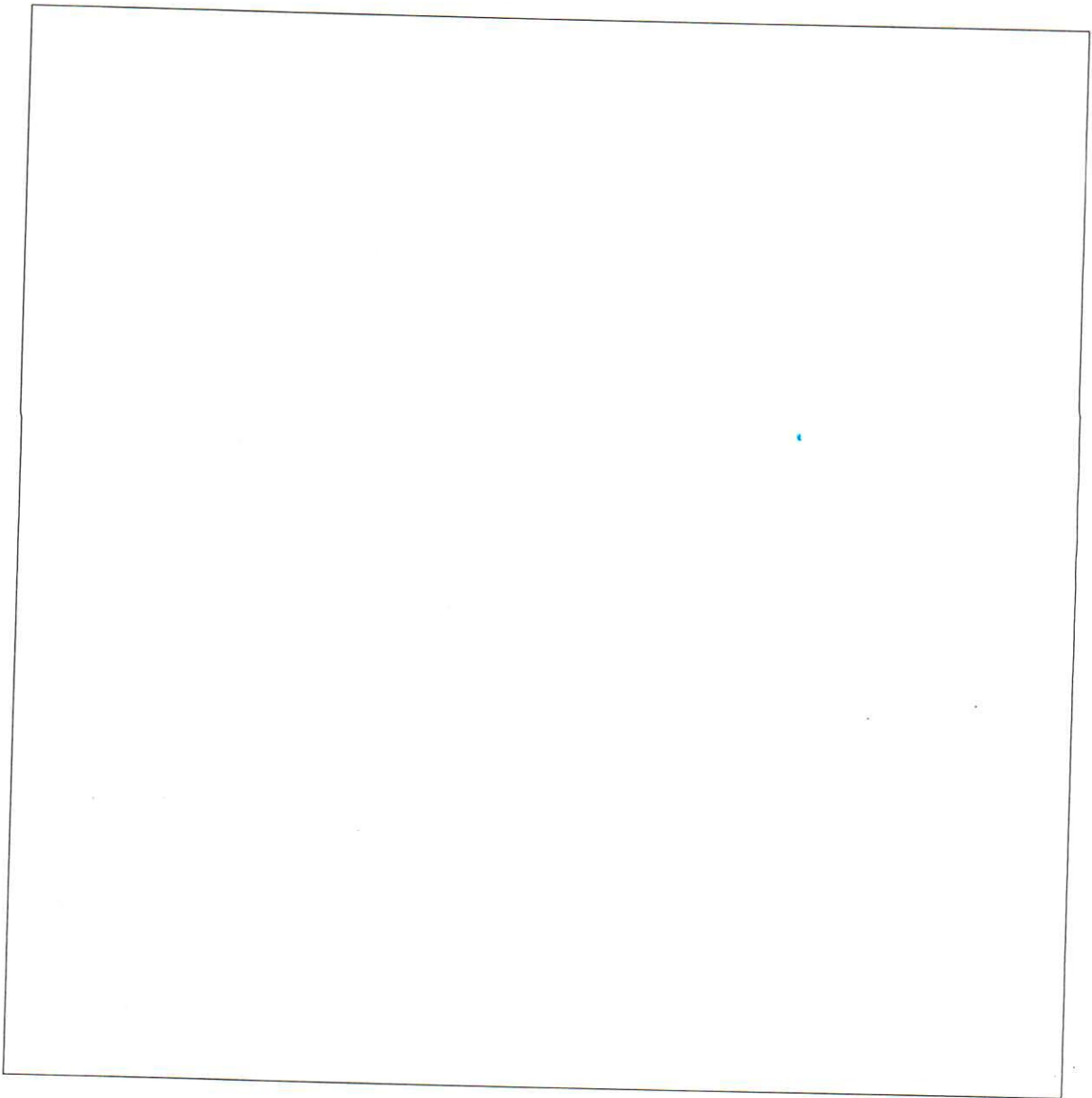
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

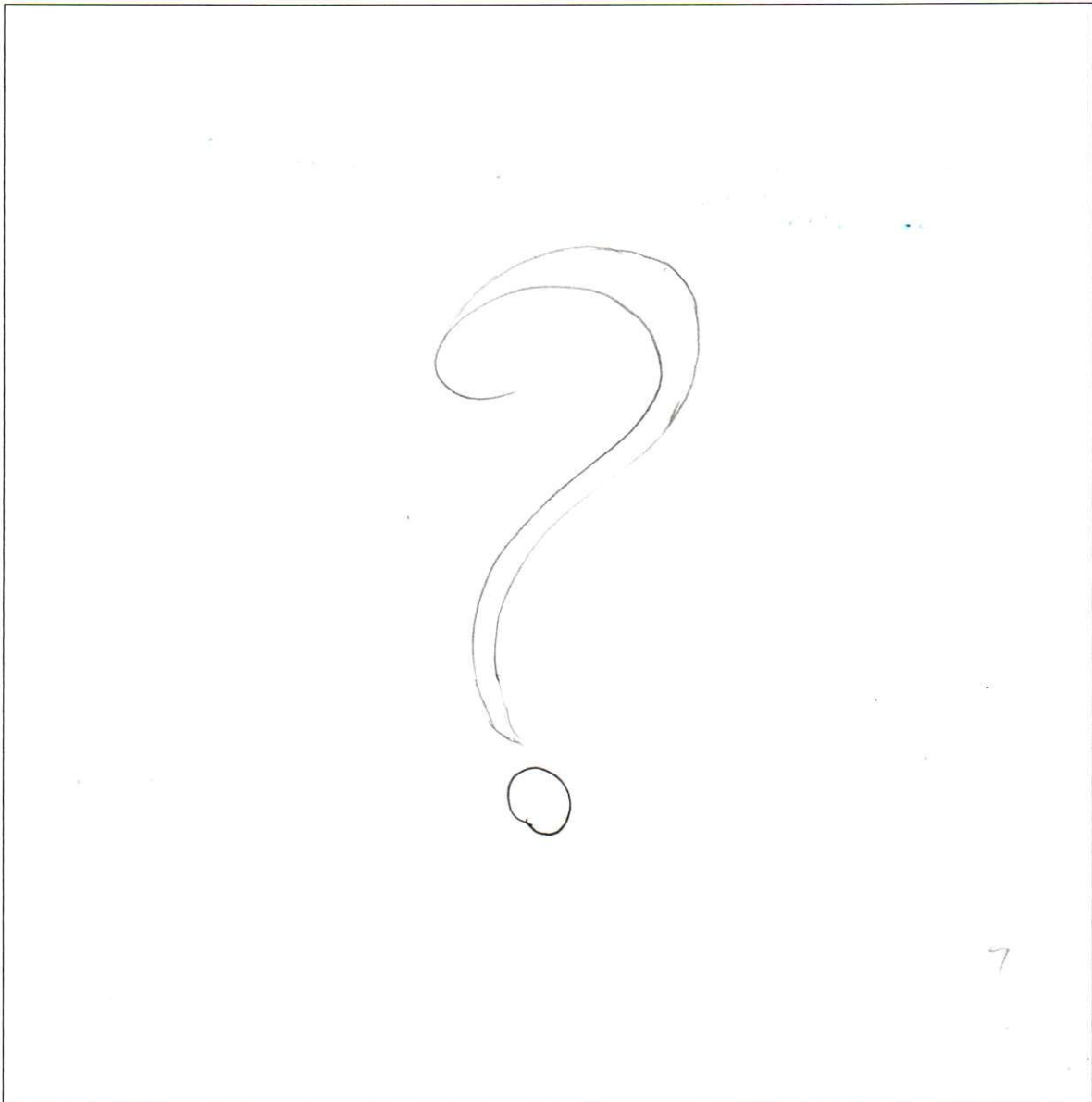
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

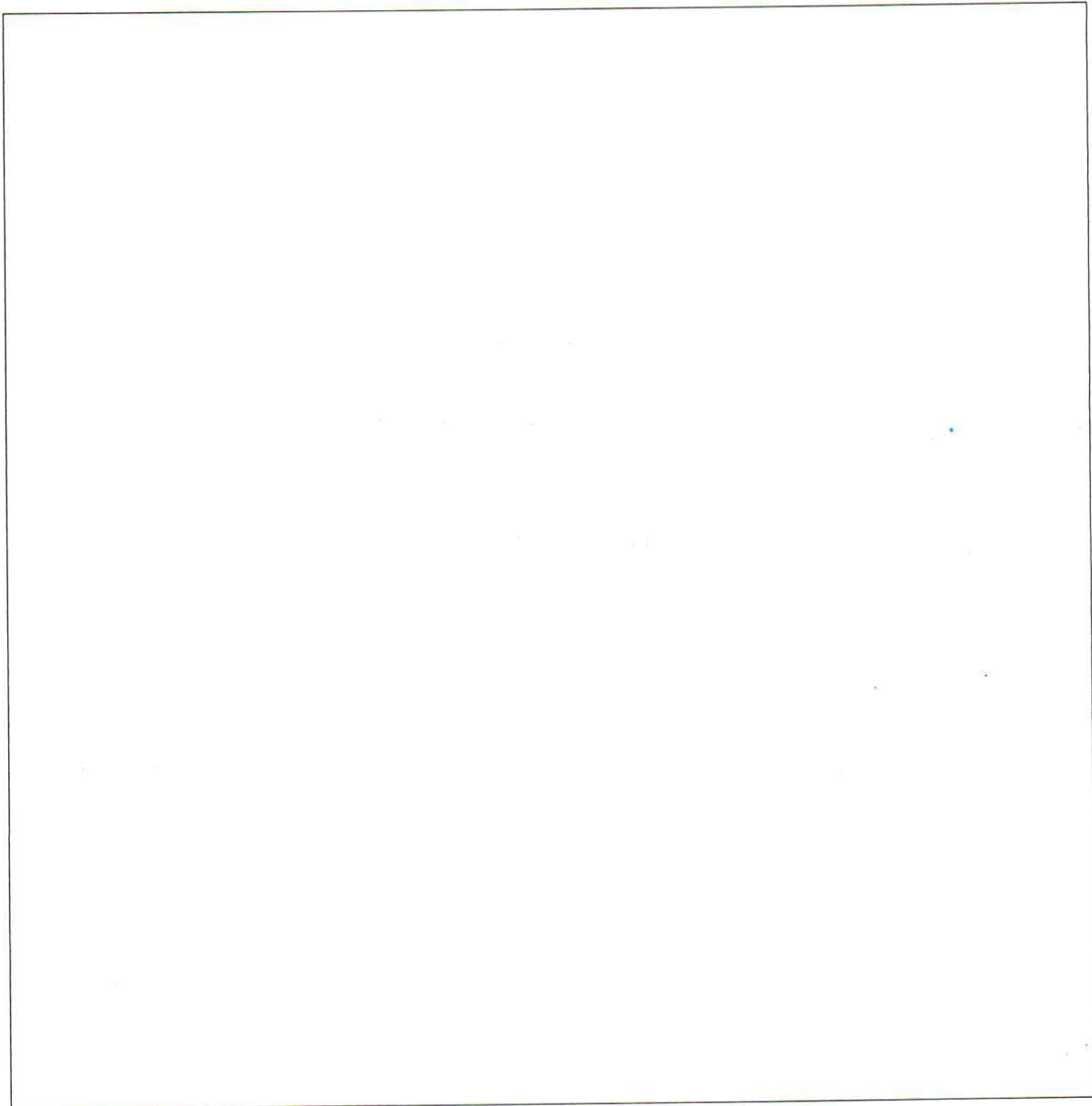
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



0 1 2 3 4
0 1 2 3 5

I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

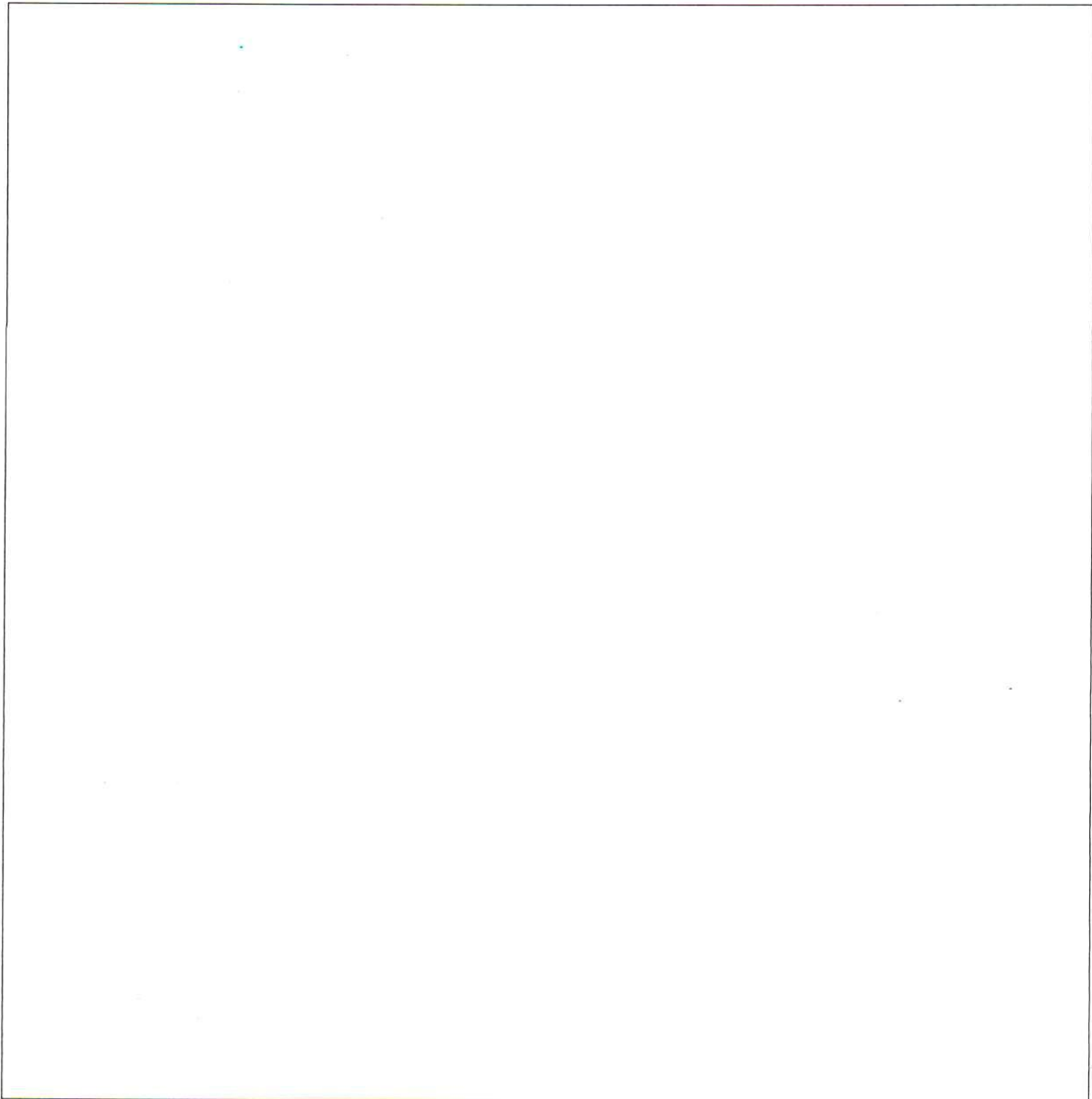
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

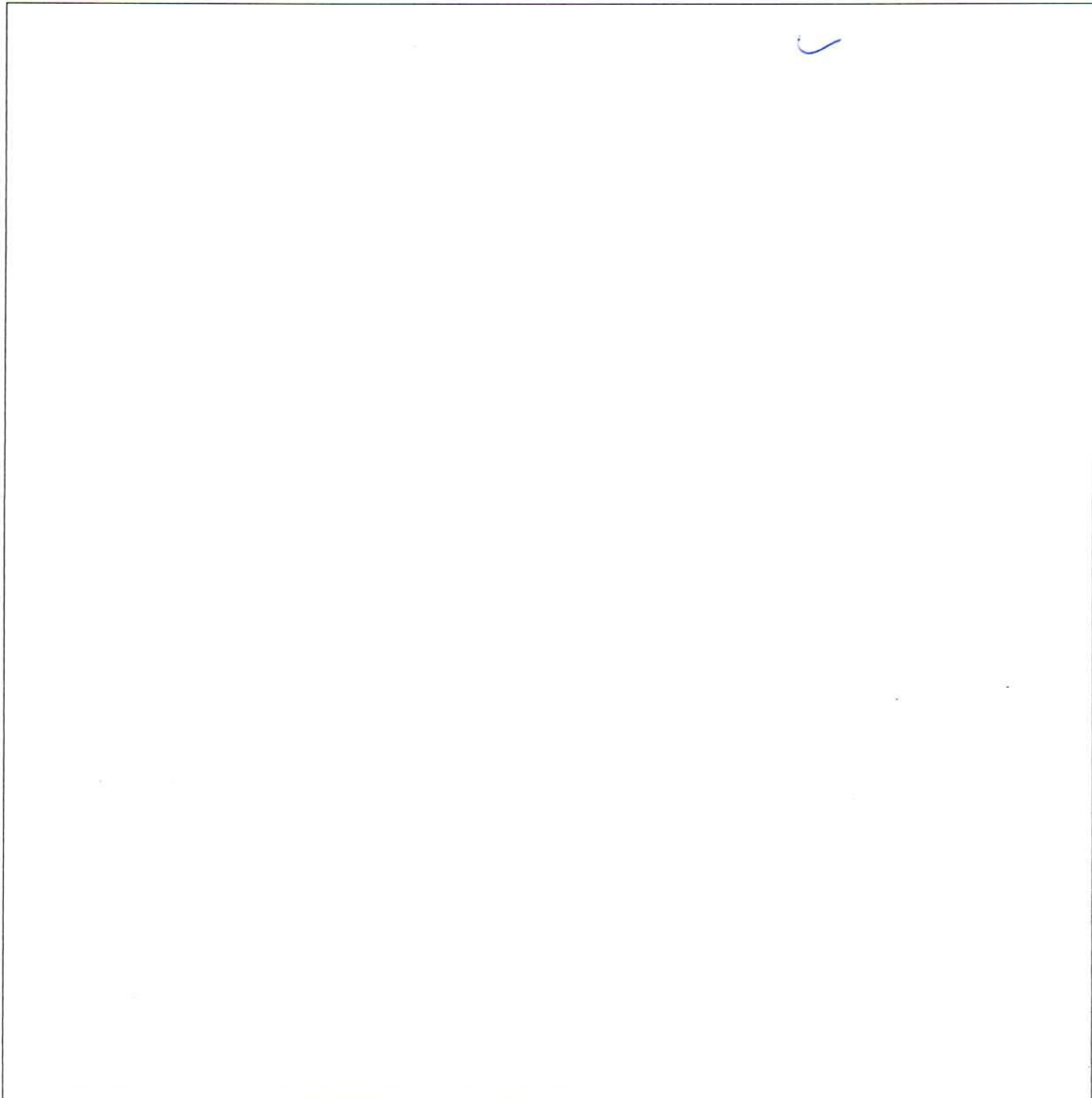
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

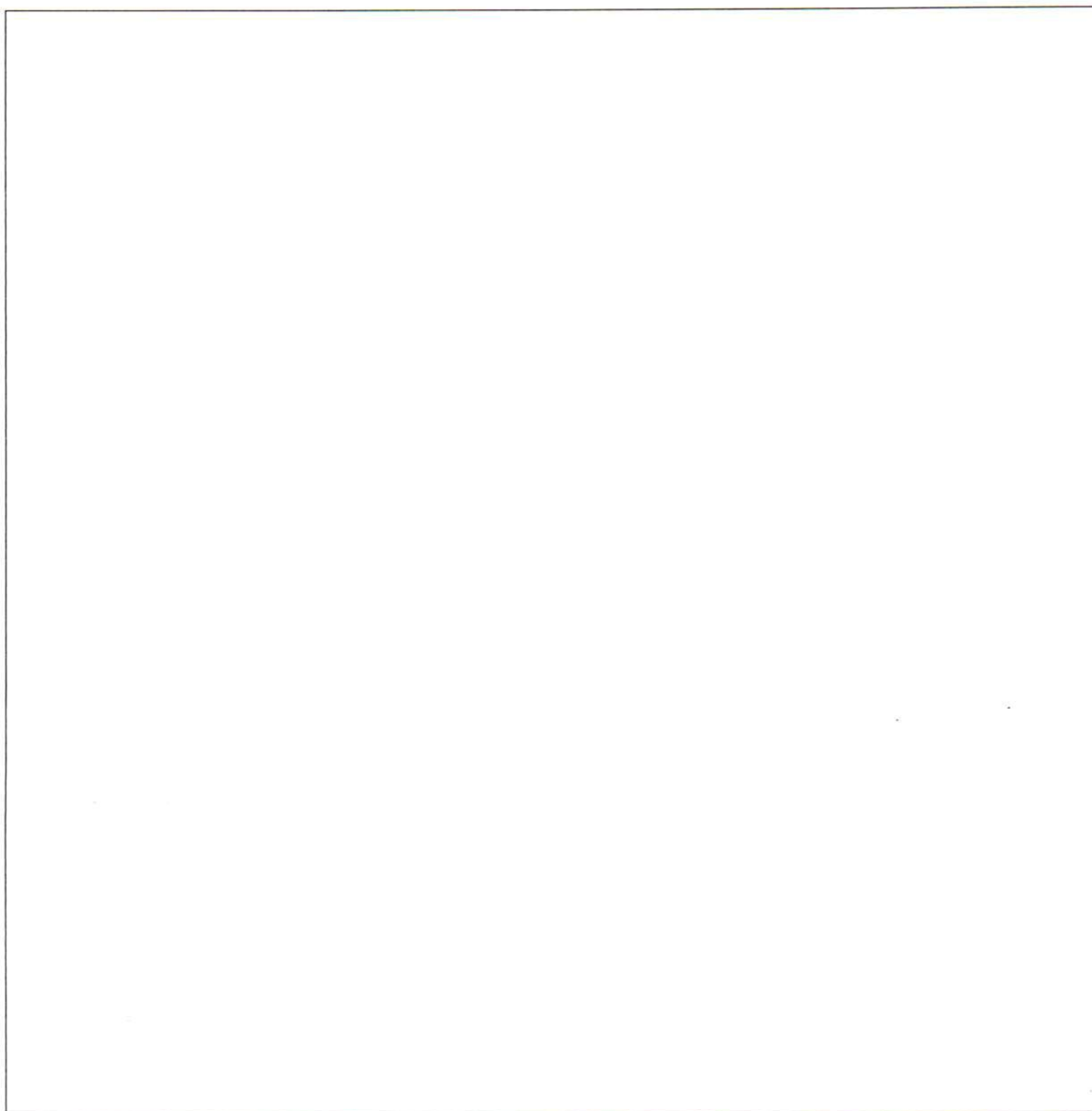
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

~~Incompleto~~

I

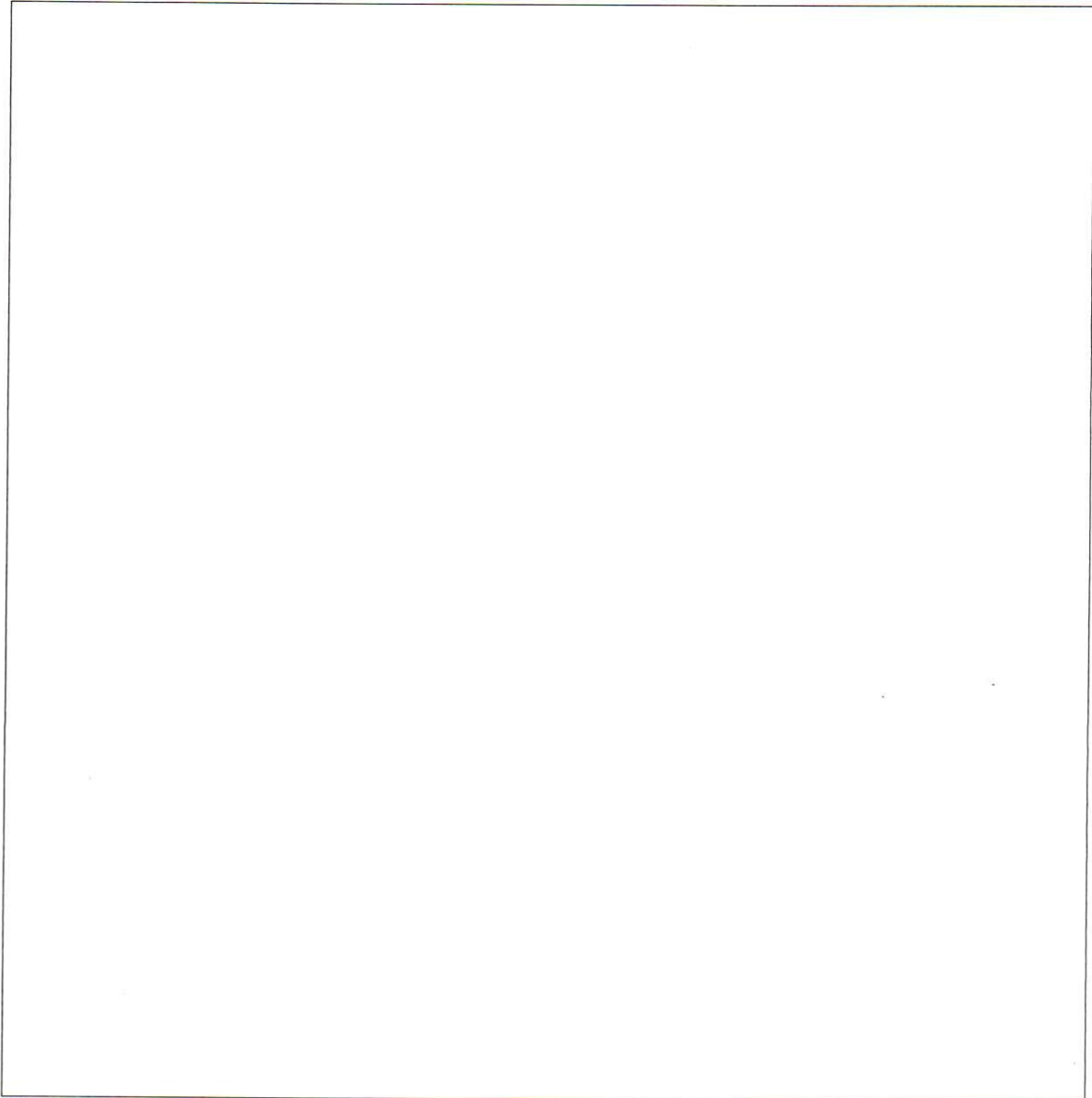
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

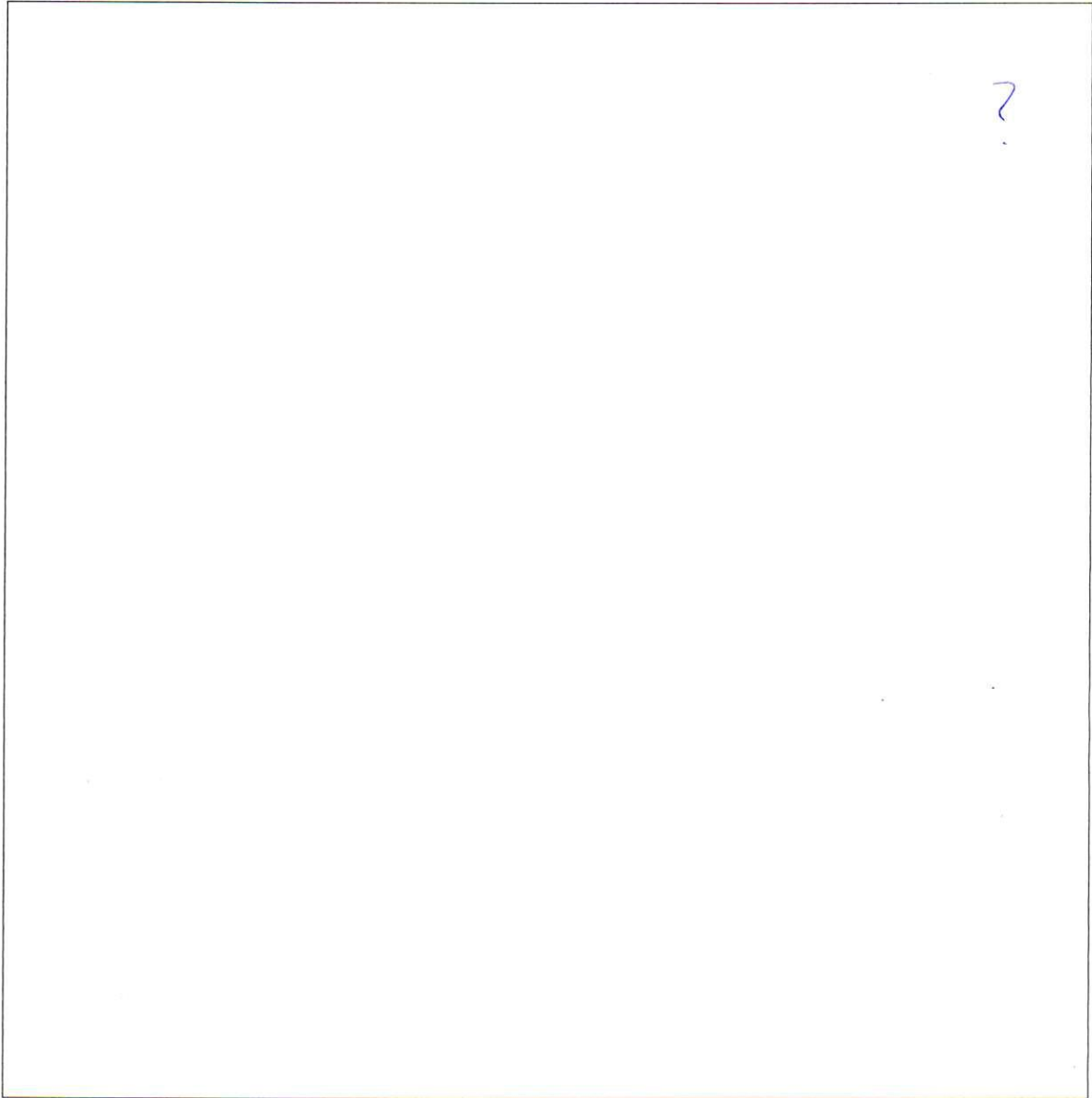
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

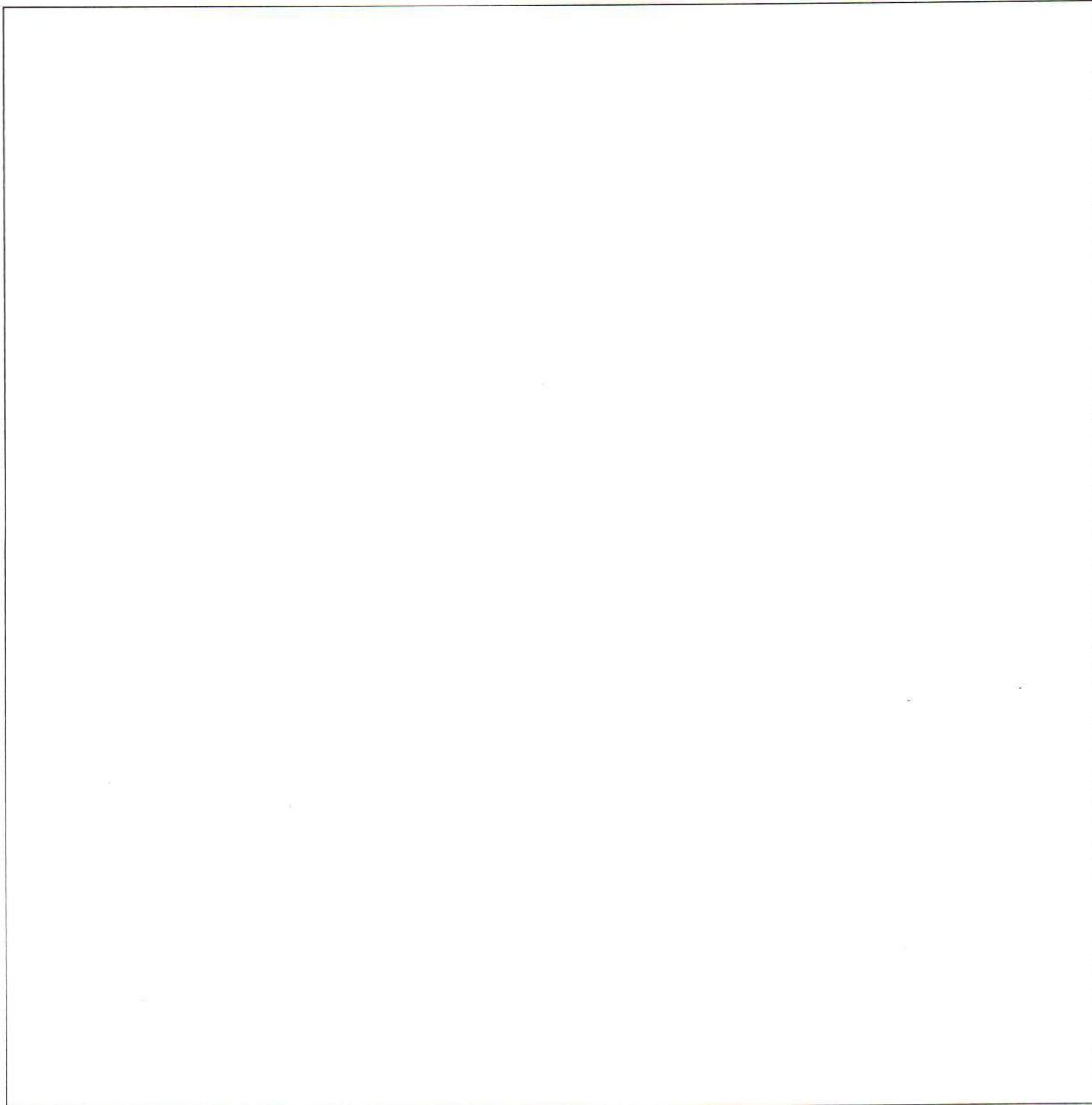
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1$ *acho que sim*

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^n F_i &= F_0 + F_1 + \dots + F_{n-1} + F_n = F_{n+2} - 1 \\&= 0 + 1 + F_2 + F_3 + \dots + F_{n-1} + F_n = F_{n+2} - 1 \\&= 1 + F_2 + F_3 + \dots + F_{n-1} + F_n = F_{n+1} + F_n - 1 \\&= 1 + F_2 + F_3 + \dots + F_{n-1} + F_n = F_n + F_{n-1} + F_{n-1} + F_{n-2} - 1 \\&= 1 + F_2 + F_3 + \dots + F_{n-1} + F_n = F_n + F_{n-1} + F_{n-1} + F_{n-2} + F_{n-3} + F_{n-4} + \dots \\&= 1 + F_2 + F_3 + \dots + F_{n-1} + F_n = F_n + F_{n-1} + \dots + F_2 + F_1 - 1\end{aligned}$$

Como $F_2 = 1$, então podemos cancelar o F_2 *meio do como -1 logo*

$$1 + F_2 + F_3 + \dots + F_{n-1} + F_n = F_n + F_{n-1} + \dots + F_3 + F_2 + 1$$

A afirmação é verdadeira.

Para provar precisa indução.

Os "..." não fazem parte de prova formal.

I

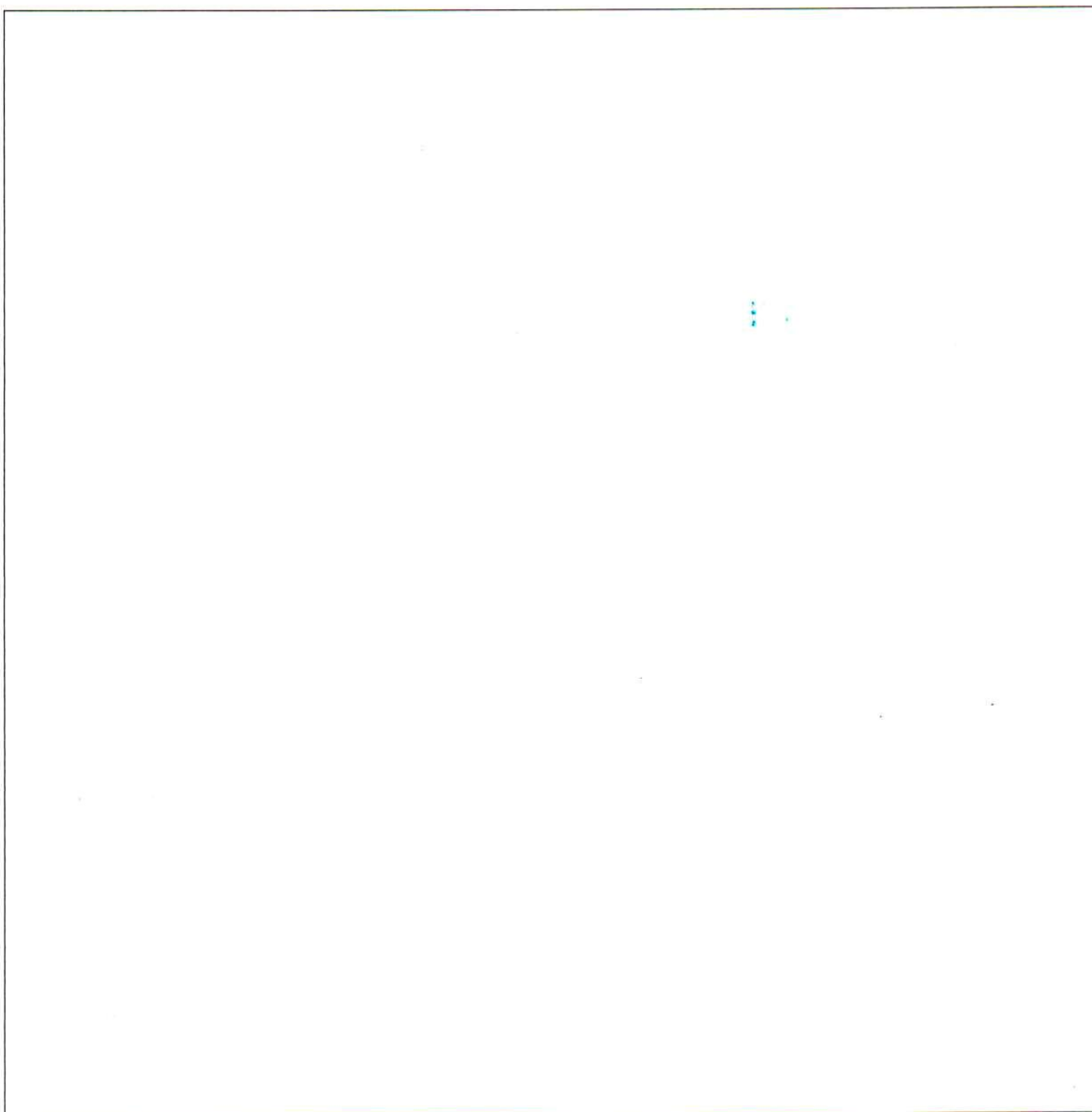
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

Dada a recorrência: $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ com $F_0 = 0$ e $F_1 = 1$

Temos:

$$F_2 = F_1 + F_0$$

$$F_3 = F_2 + F_1$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

$$\vdots$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Para virar tua ideia
para uma prova mesmo
e eliminar os "...",
use indução!

Somando todas as equações (~~de cima~~) temos que:

$$F_{n+2} = F_1 + \sum_{i=0}^n F_i$$

(~~de cima~~)

e como $F_1 = 1$:

$$F_{n+2} - 1 = \sum_{i=0}^n F_i \quad \checkmark$$

I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

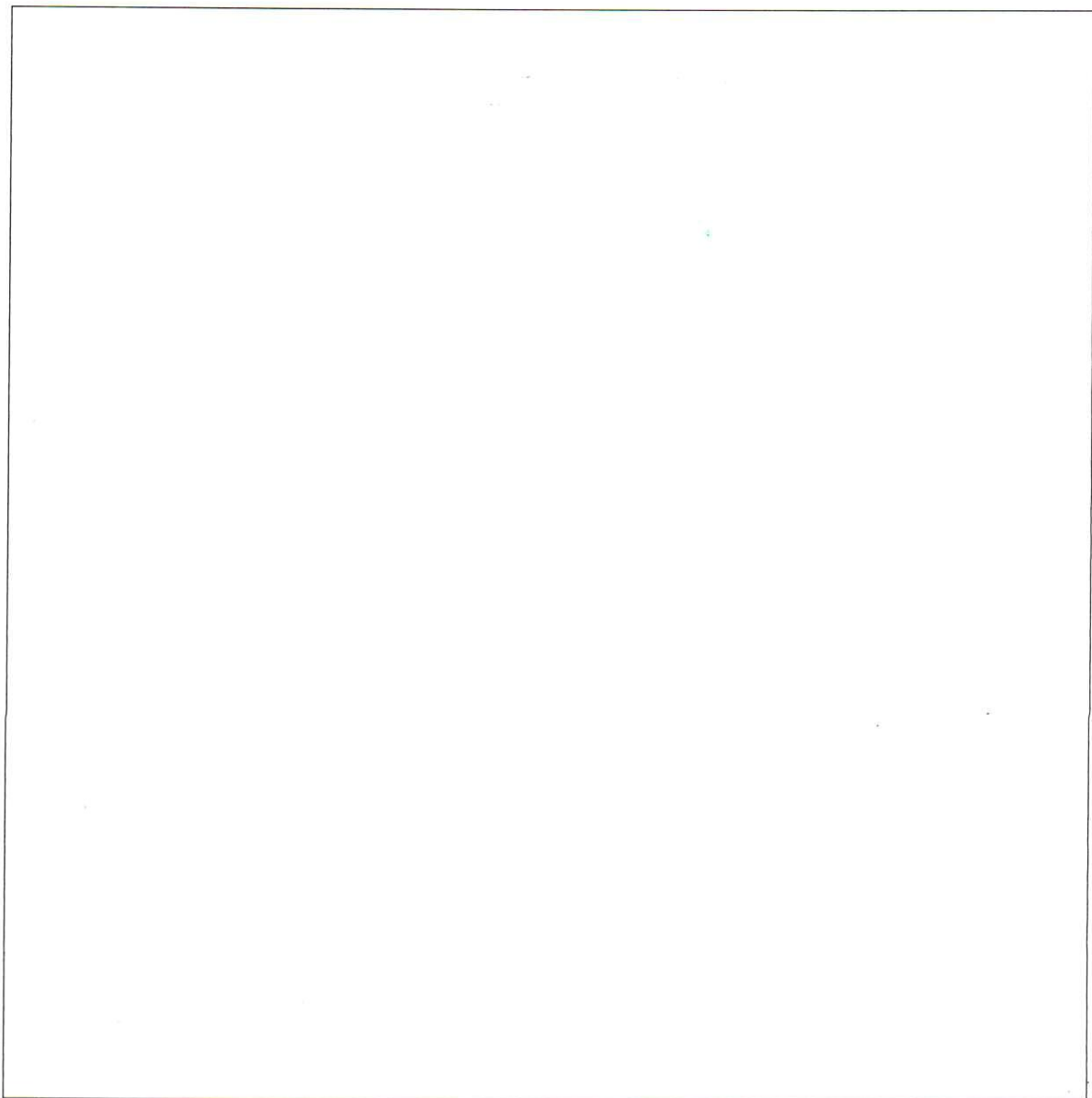
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

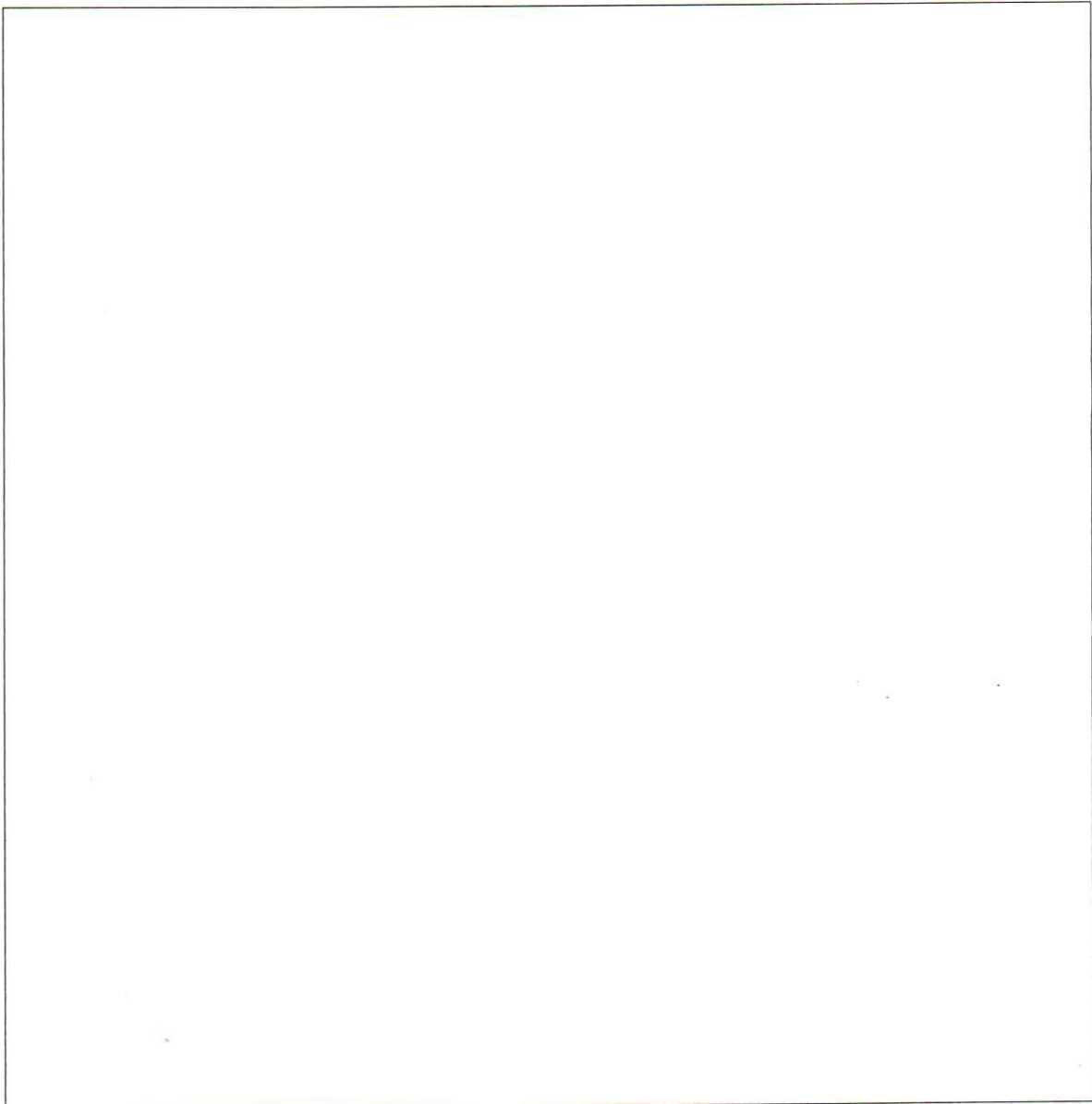
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

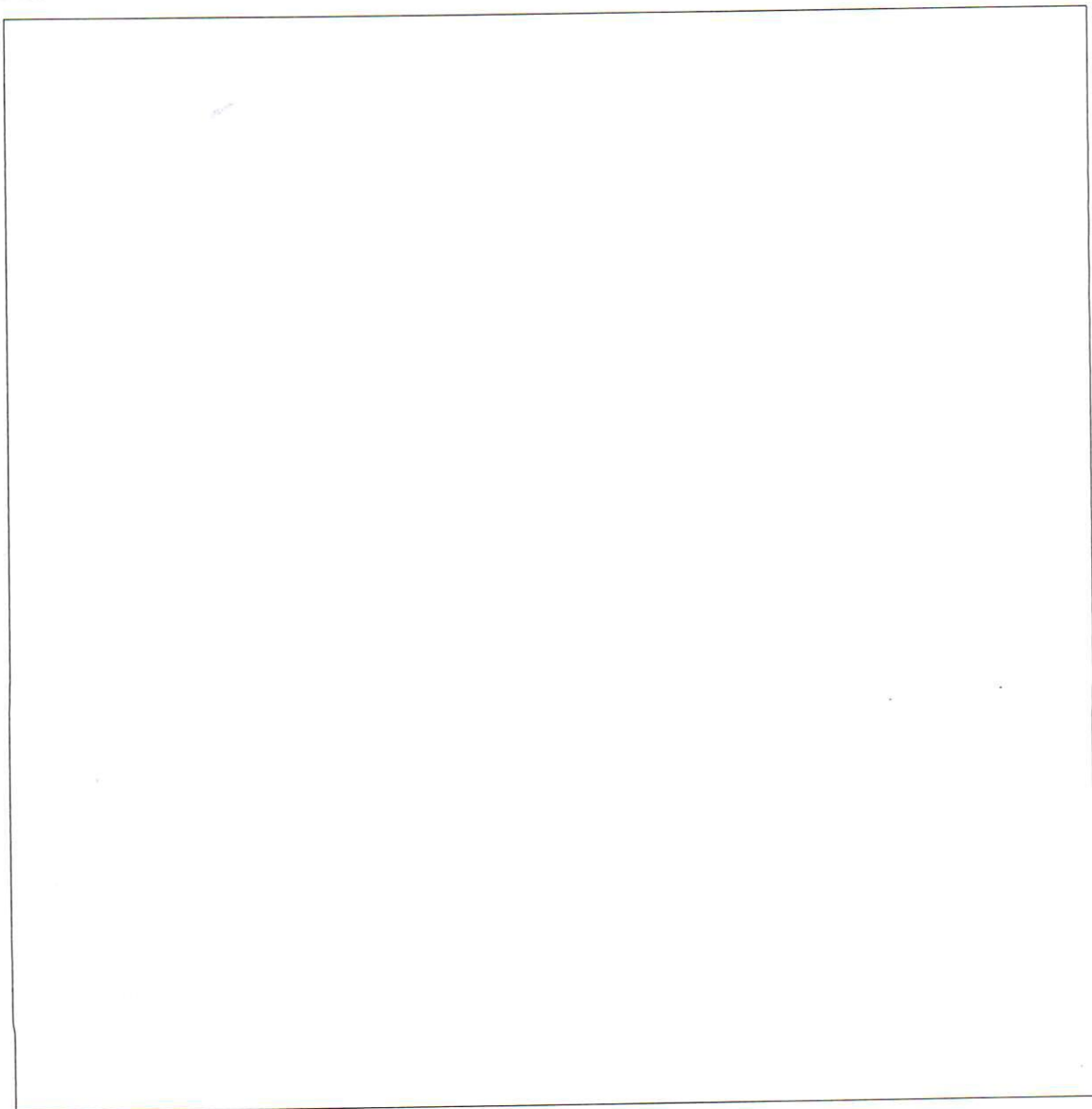
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



$$F_0 + F_1 + F_2 + \dots + F_m = F_{m+2} - 1,$$

$$F_0 + F_1 + F_2 + \dots + F_{m+1} = F_{m+3} - 1 ?$$

$$F_{m+2} - 1 + F_{m+1} = F_{m+3} - 1 ?$$

I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

~~Prova por indução. Suponhamos $F_0 + F_1 + \dots + F_m = F_{m+2} - 1$. Somando-se F_{m+1} aos dois lados da equação, temos:~~

$$~~F_0 + F_1 + \dots + F_m + F_{m+1} = F_{m+2} + F_{m+1} - 1~~$$

I

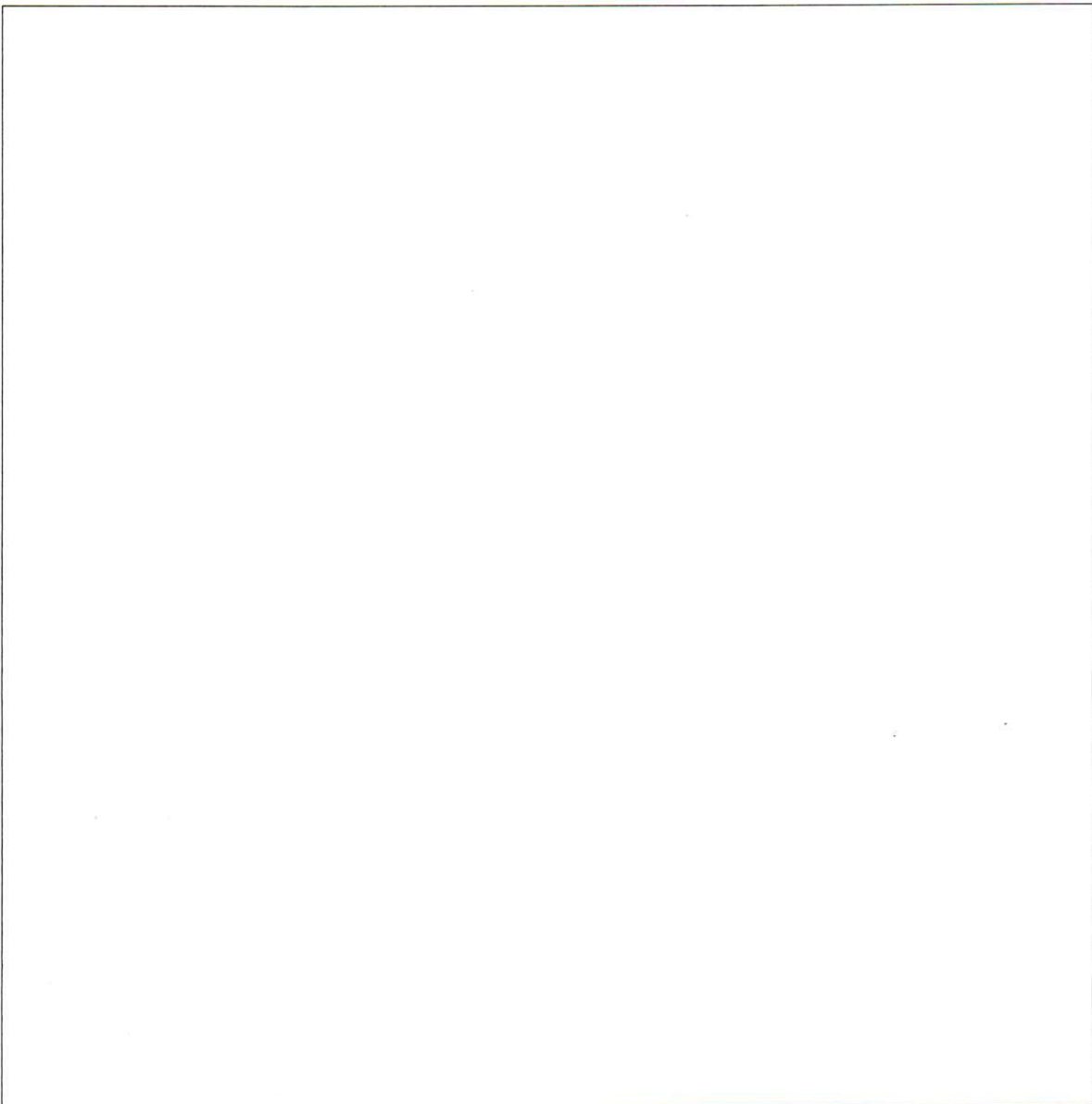
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

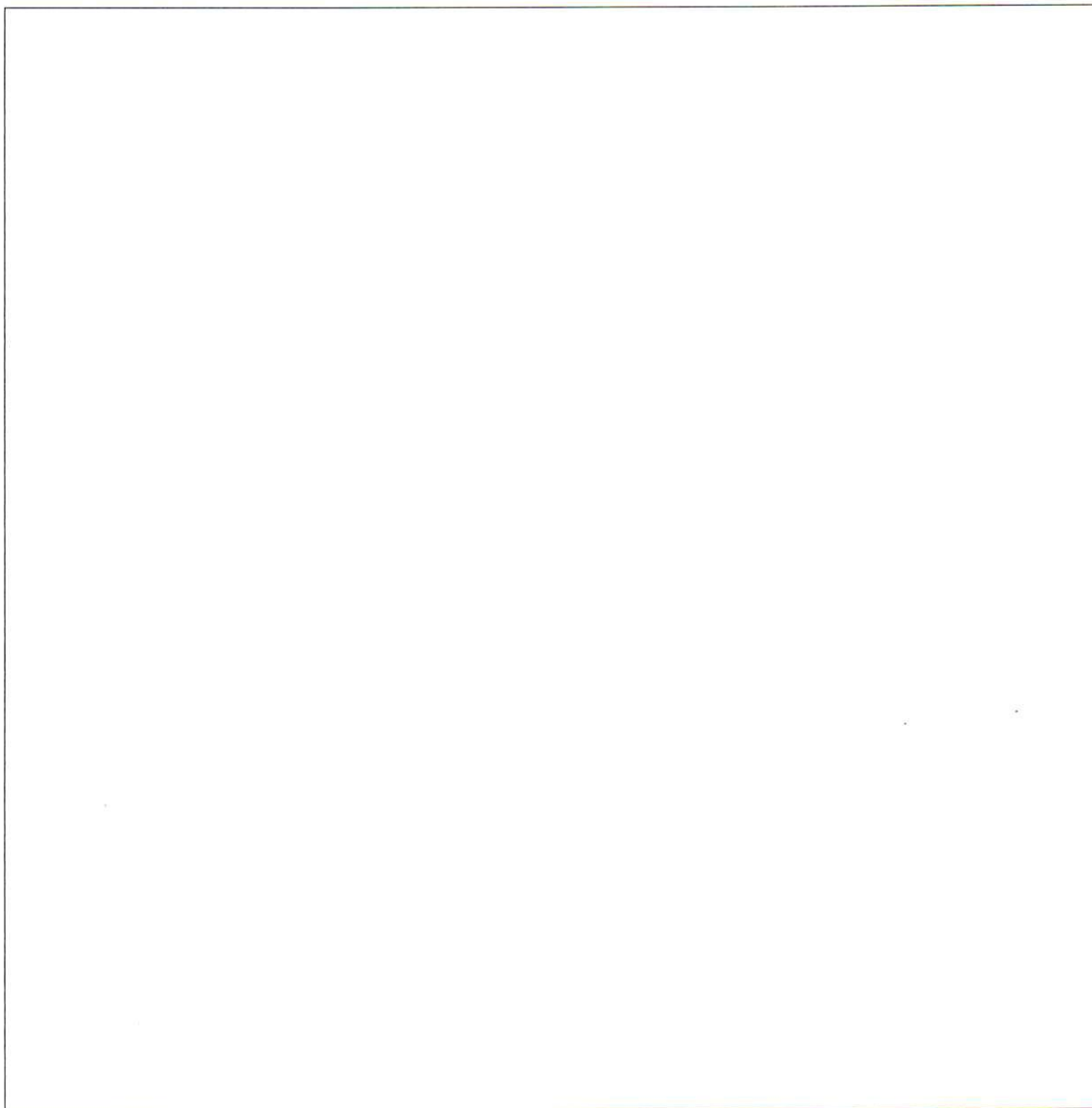
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

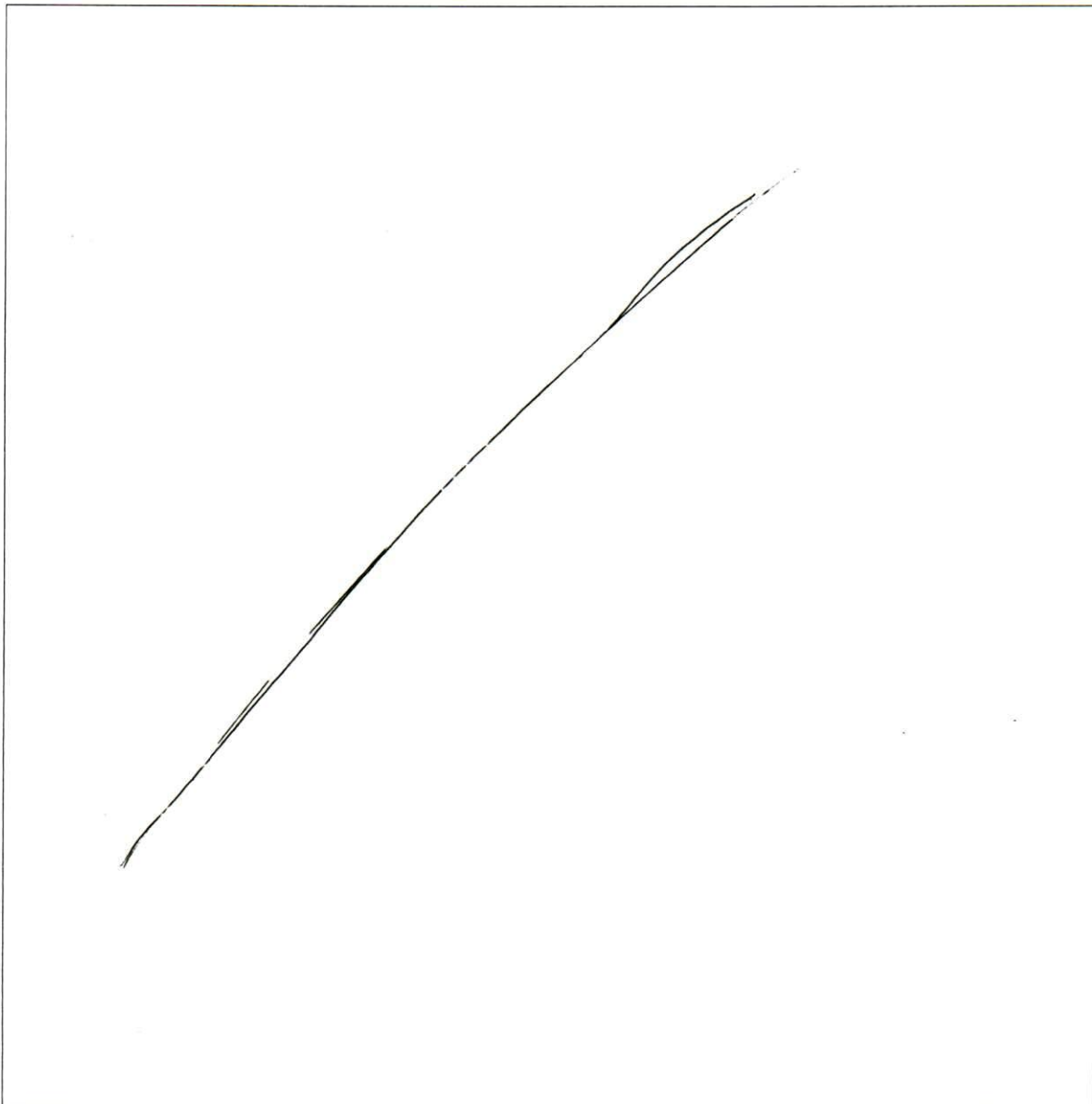
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

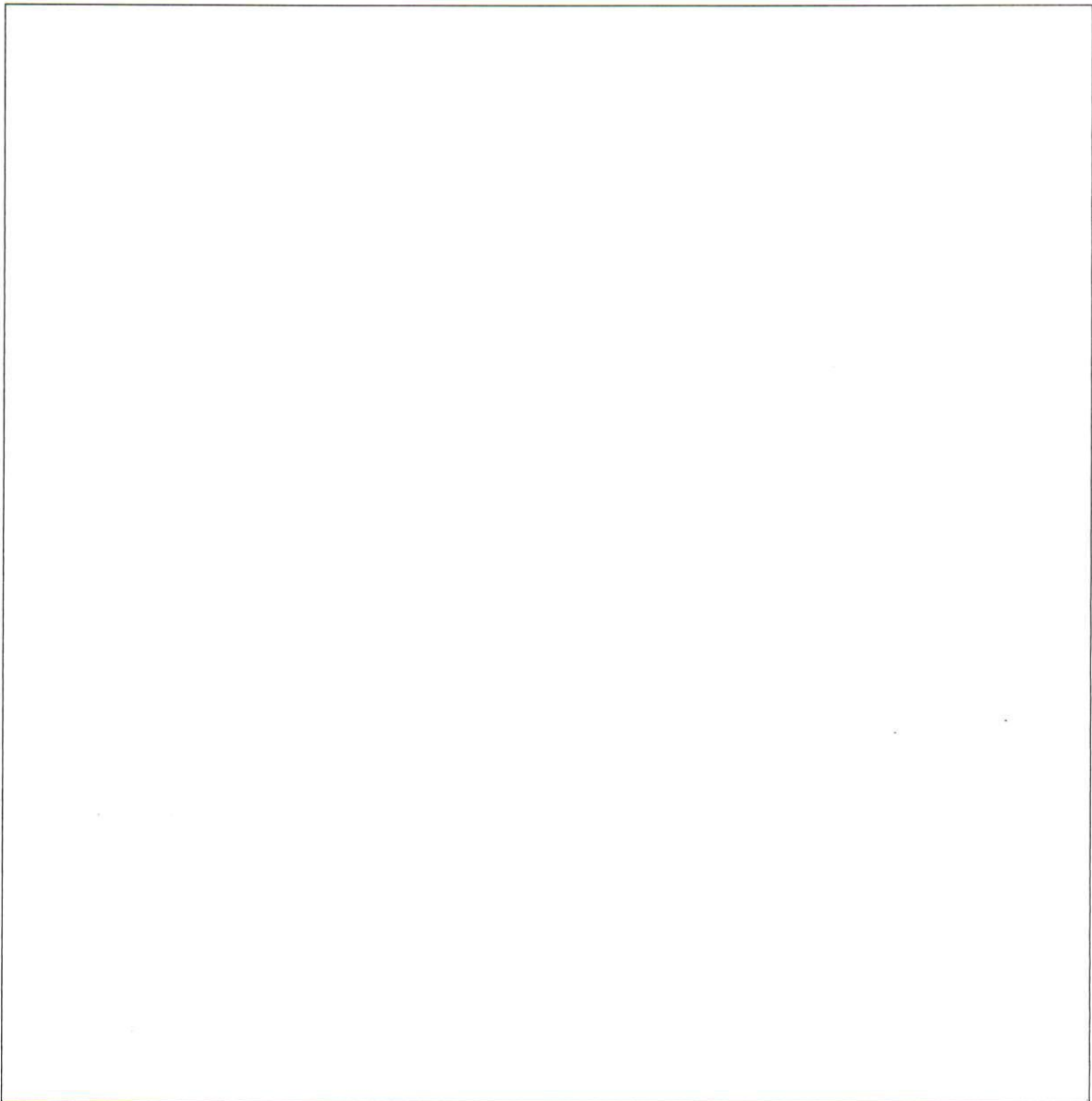
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

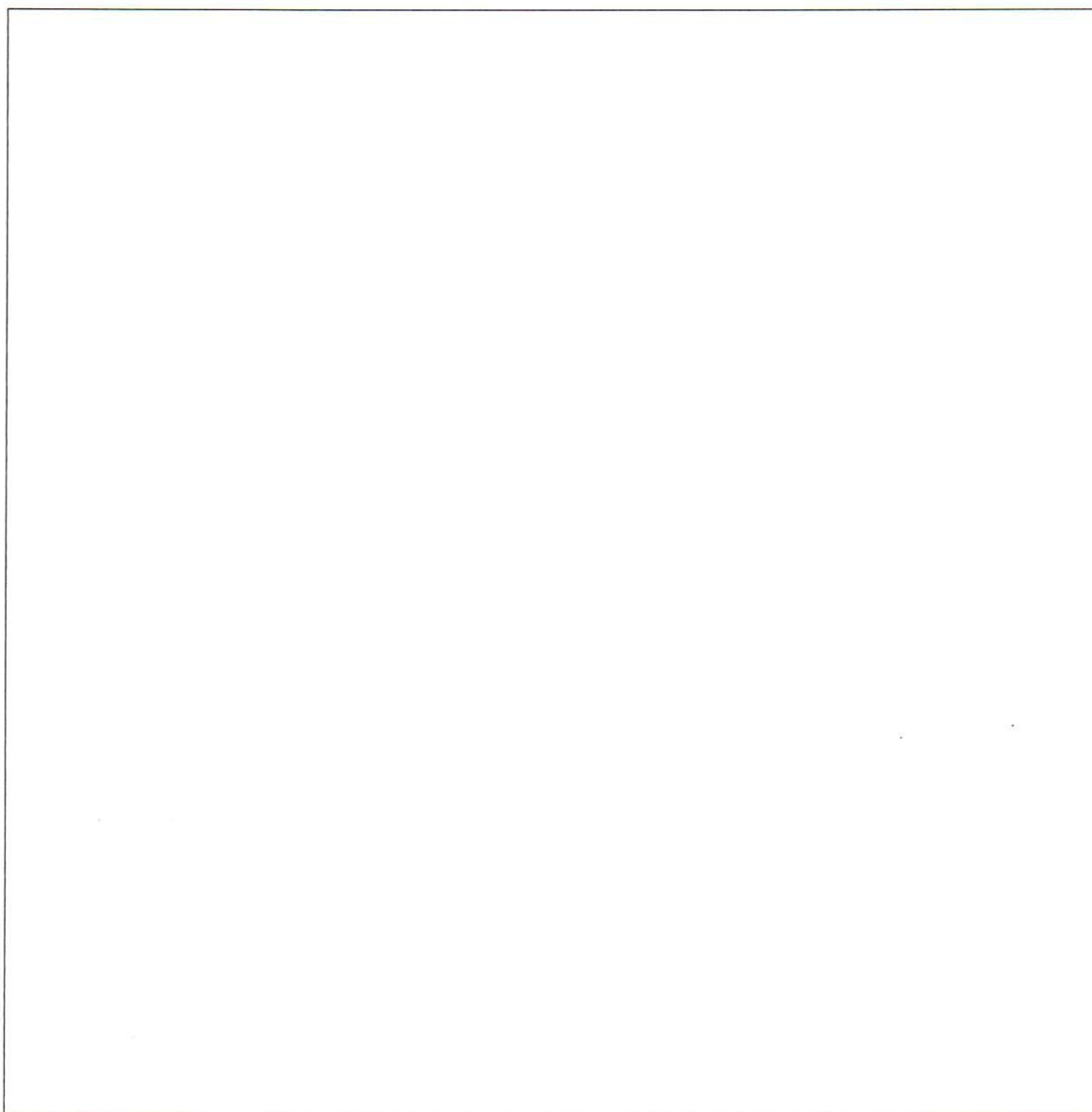
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

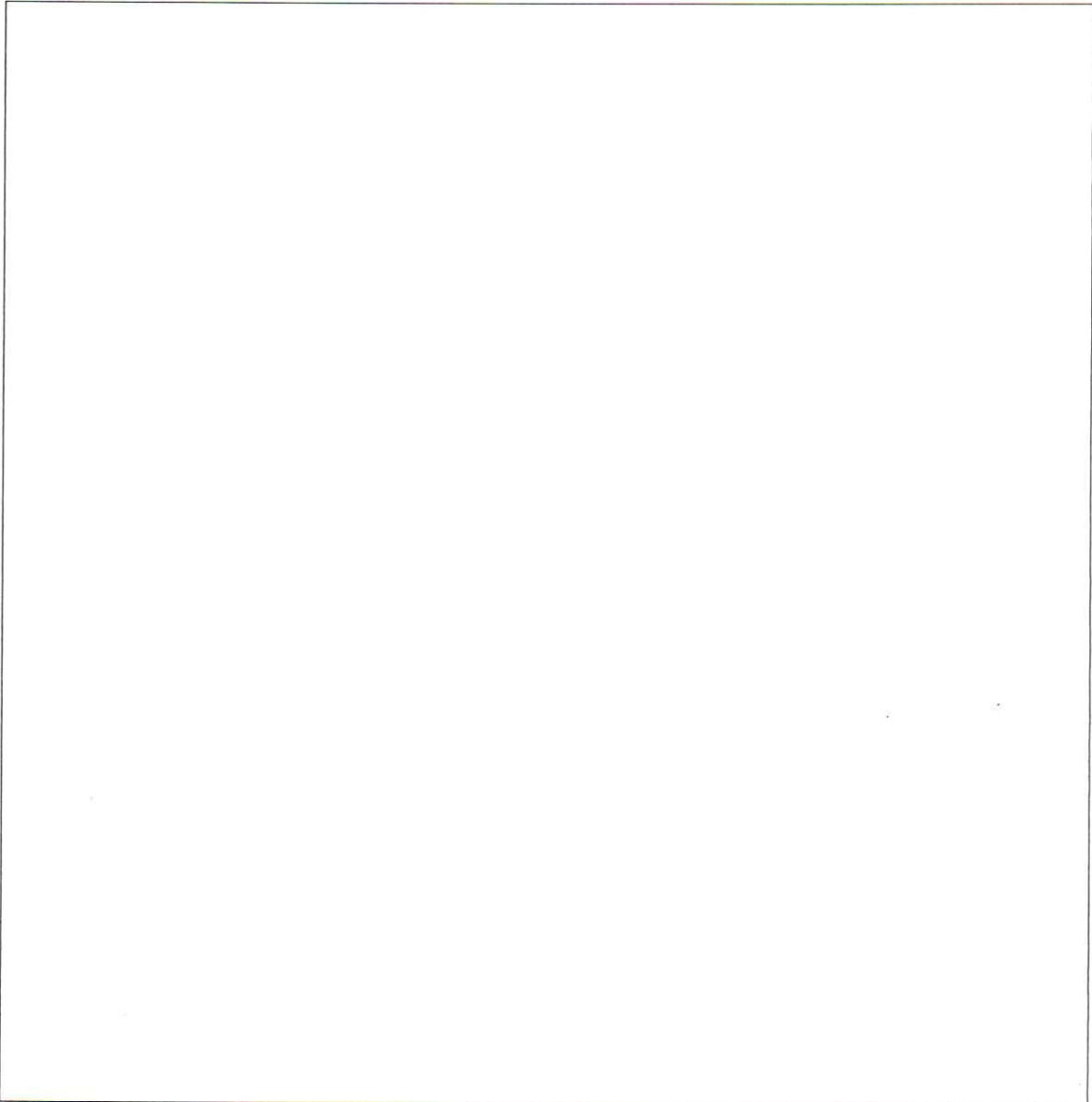
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$0 + 1 + \dots + F_{n-1} + F_n = F_{n+2} - 1$

CB: $n = 1$

$0 + 1 = 2 - 1$

$1 = 1$

PI: $k \leq n$

$0 + 1 + \dots + F_{k-1} + F_k = F_{k+2} - 1$

Então, para $k+1$

$\underbrace{0 + 1 + \dots + F_k}_{F_{k+2} - 1} + F_{k+1} = F_{k+3} - 1$

$\Rightarrow F_{k+2} + F_{k+1} = F_{k+3} - 1$

$\Rightarrow \underbrace{F_{k+2} + F_{k+1}}_{\text{FIBONOCCI}} = F_{k+3} - 1$

$\Rightarrow \boxed{F_{k+3} - 1 = F_{k+3} - 1}$

ideia certa

não é claro que é índice e que normal!

certa.

mas escrita mal.
veja gabarito.

I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

$F_0 = F_2 - 1$
 $F_1 = F_3 - 1$
 $F_2 = F_4 - 1$
 $F_3 = F_5 - 1$
 \vdots
 $F_m = F_{m+2} - 1$

$F_0 + F_1 + F_2 + \dots + F_m = F_2 + F_3 + F_4 + \dots + F_m + m \cdot (-1)$

$F_0 = F_2 - 1$
 $F_1 = F_3 - 1$
 $F_2 = F_4 - 1$
 $F_m = F_{m+2} - 1$

$F_0 + F_1 + F_m = F_2 + F_3 + F_4 + F_m - 1 + F_m - 2 + m \cdot (-1)$

$F_m = F_{m-1} + m \cdot (-1)$

não podes usar esses "...\" numa prova.
Precisa usar indução para formalizar
tua ideia. Veja gabarito.

I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

DEVERIA USAR INDUÇÃO

SIM!

esses pontinhos são informais (e perigosos).

X

$$f_2 = f_1 + f_0$$
$$f_3 = f_2 + f_1$$
$$f_n = f_3 + f_2$$

...

$$f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$$
$$f_2 + f_3 + f_n \dots + f_{n+2} = f_0 + 2f_1 + 2f_2 + 2f_3 \dots + f_{n+1}$$

I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

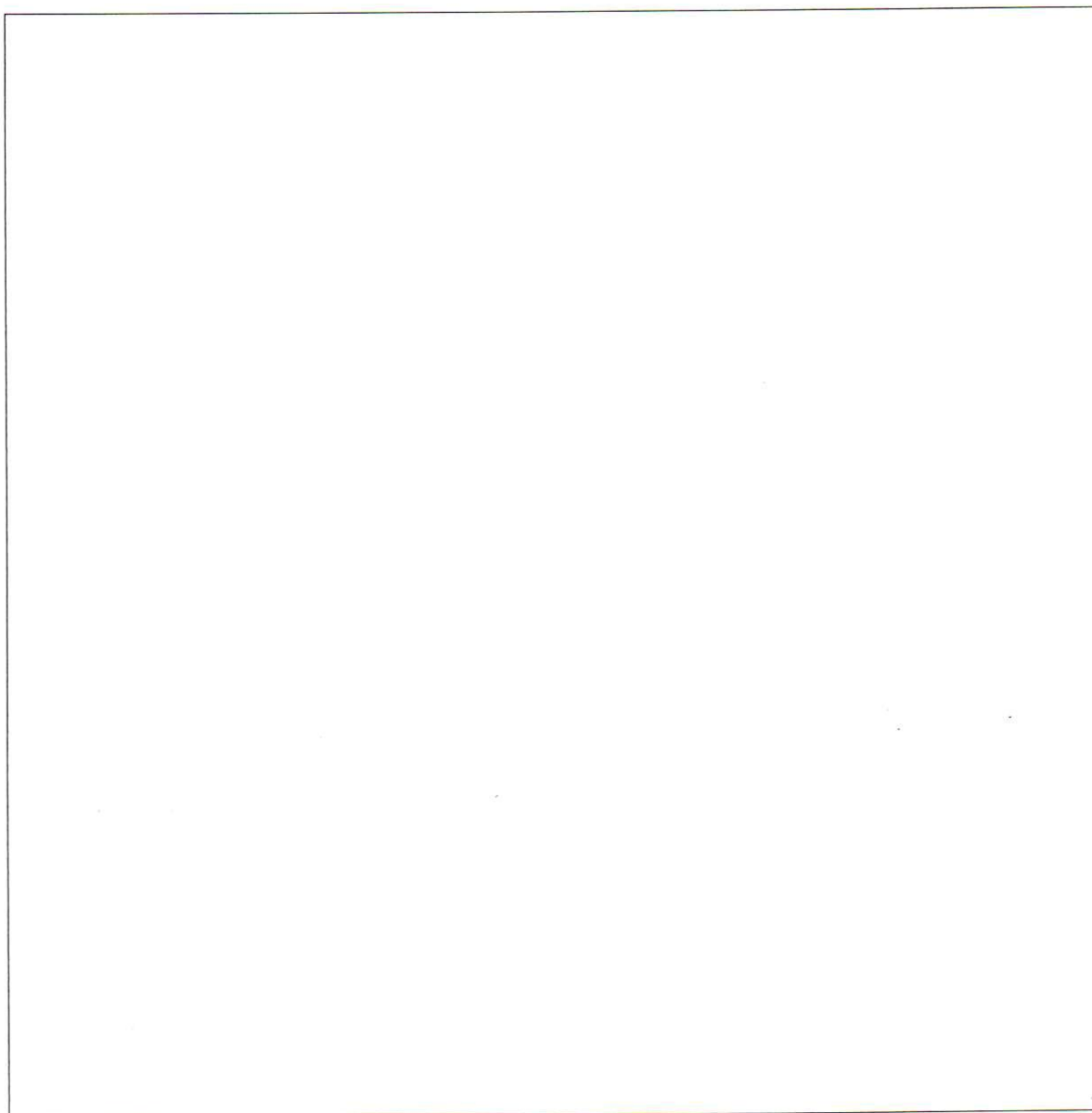
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

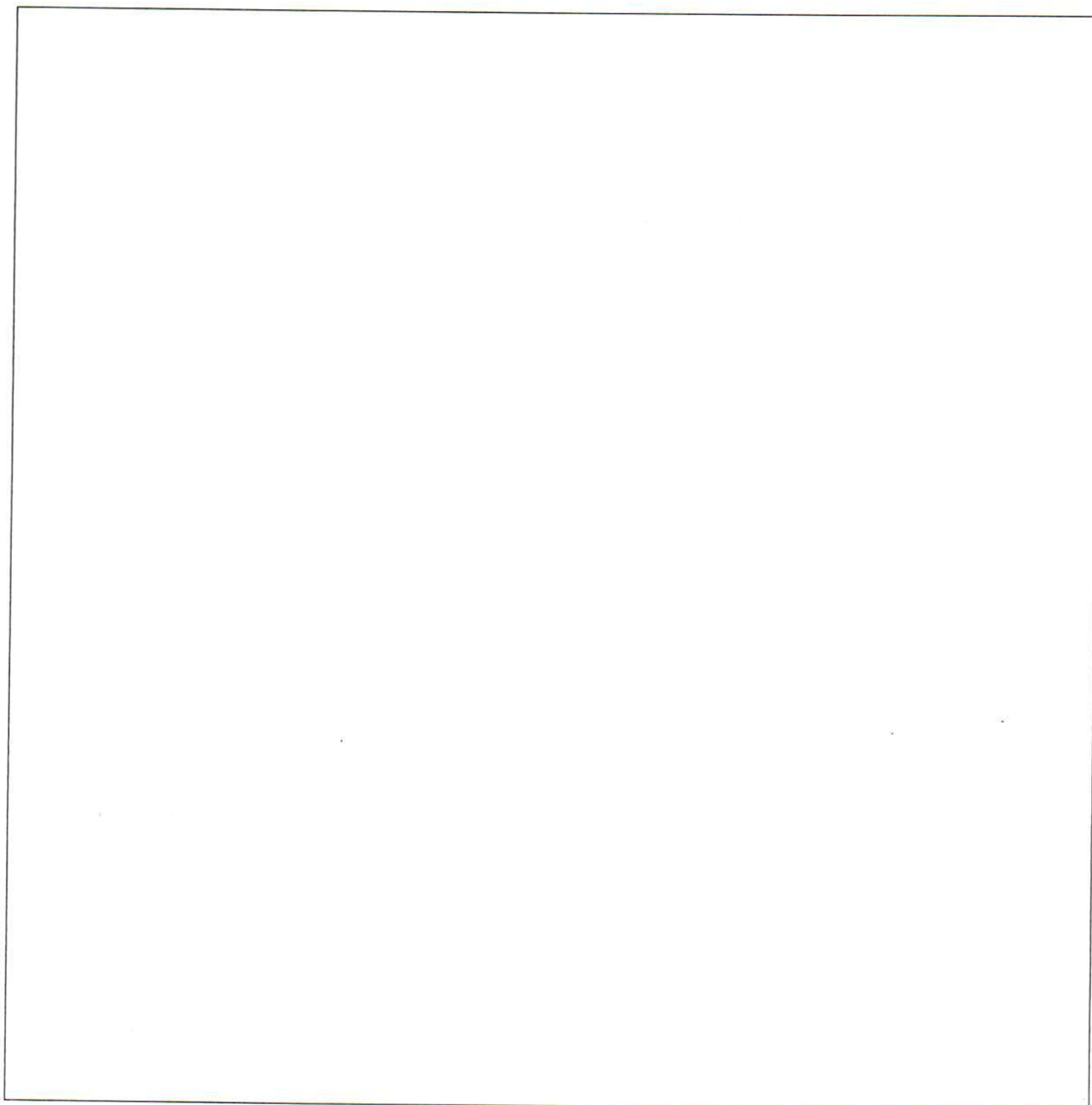
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



1, 1, 2, 3, 5, 8, 13

I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

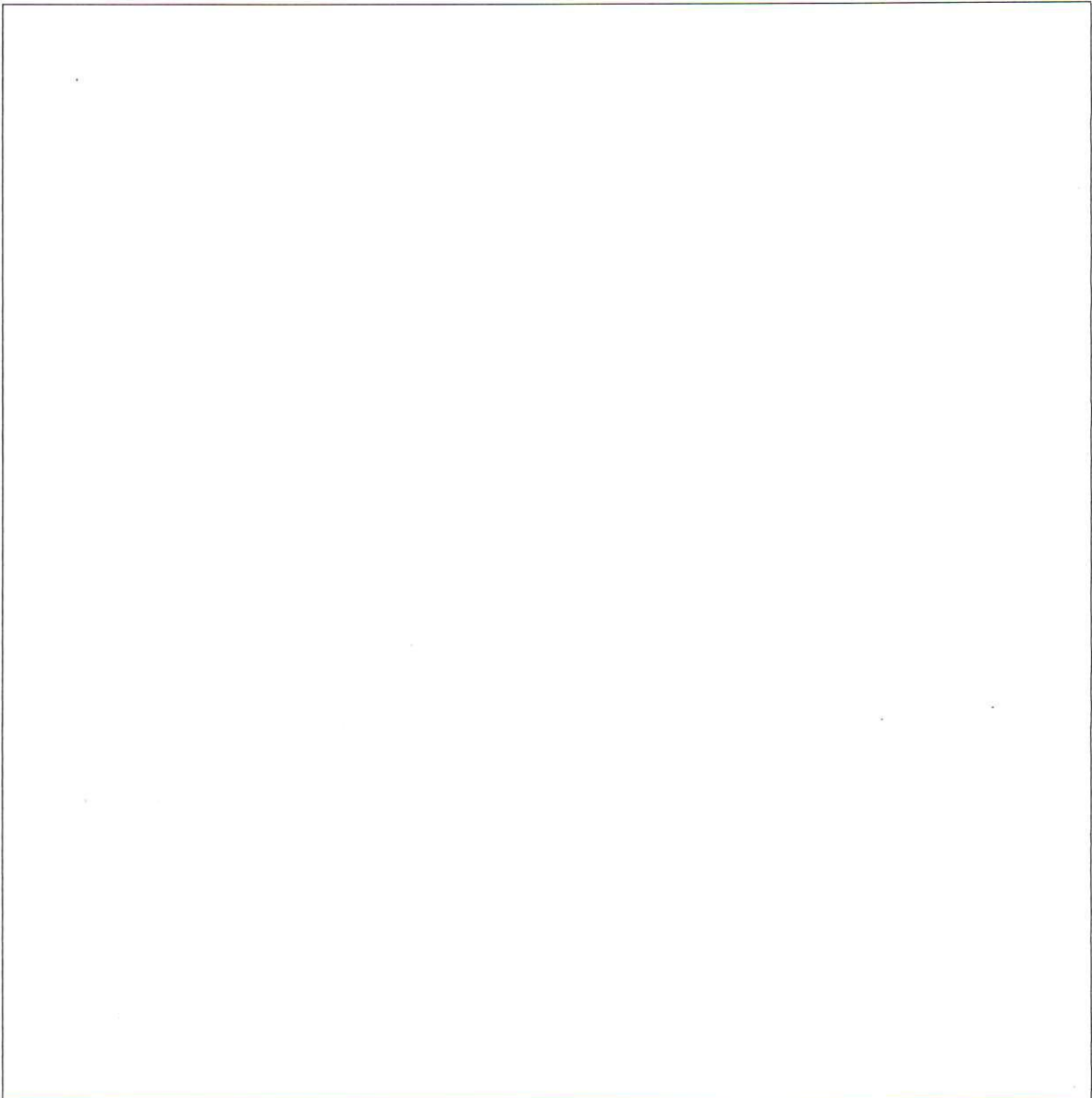
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$
Recorrência segundo ordem
deduzir termo geral
soma dos termos
como?

I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

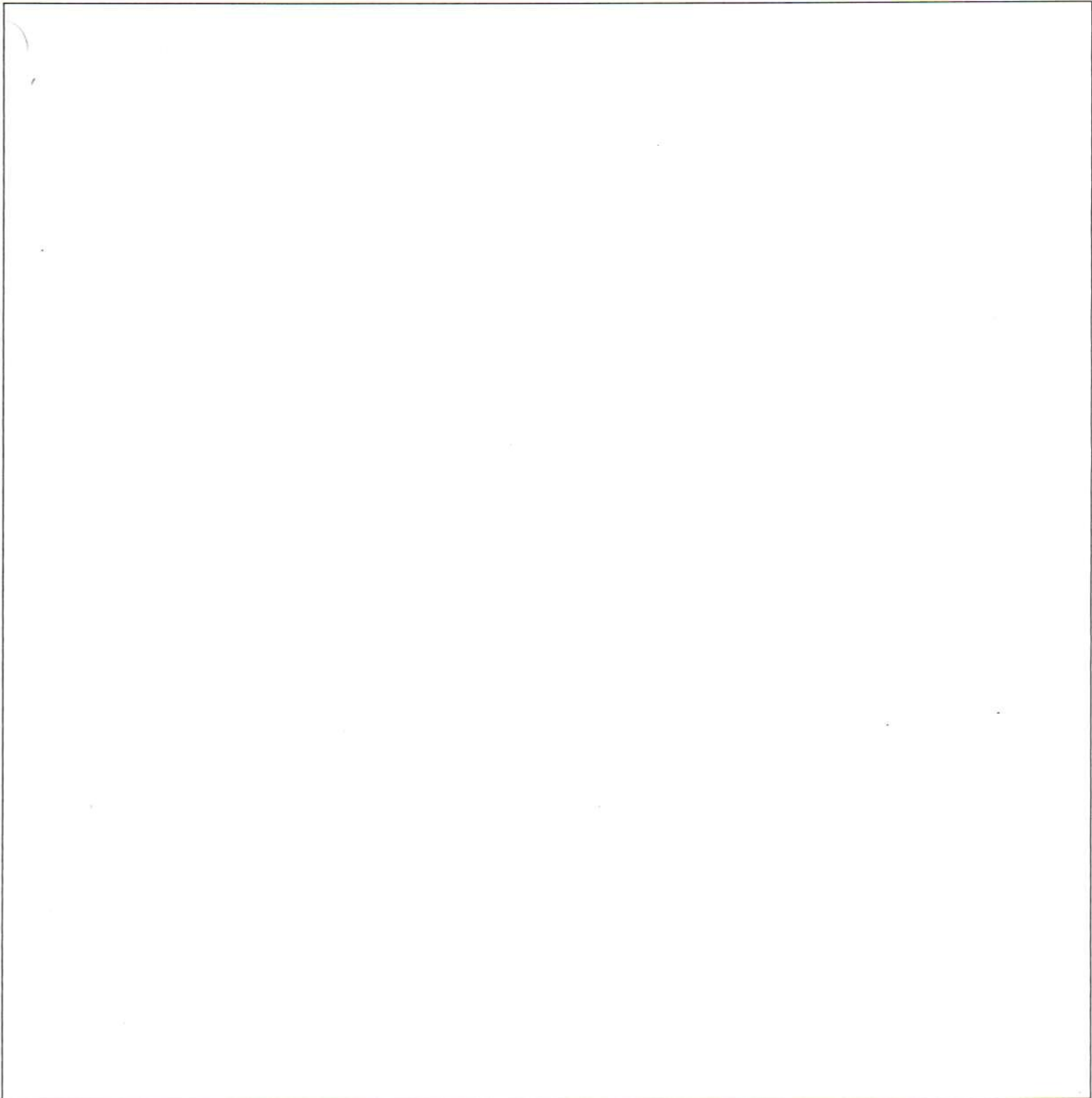
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

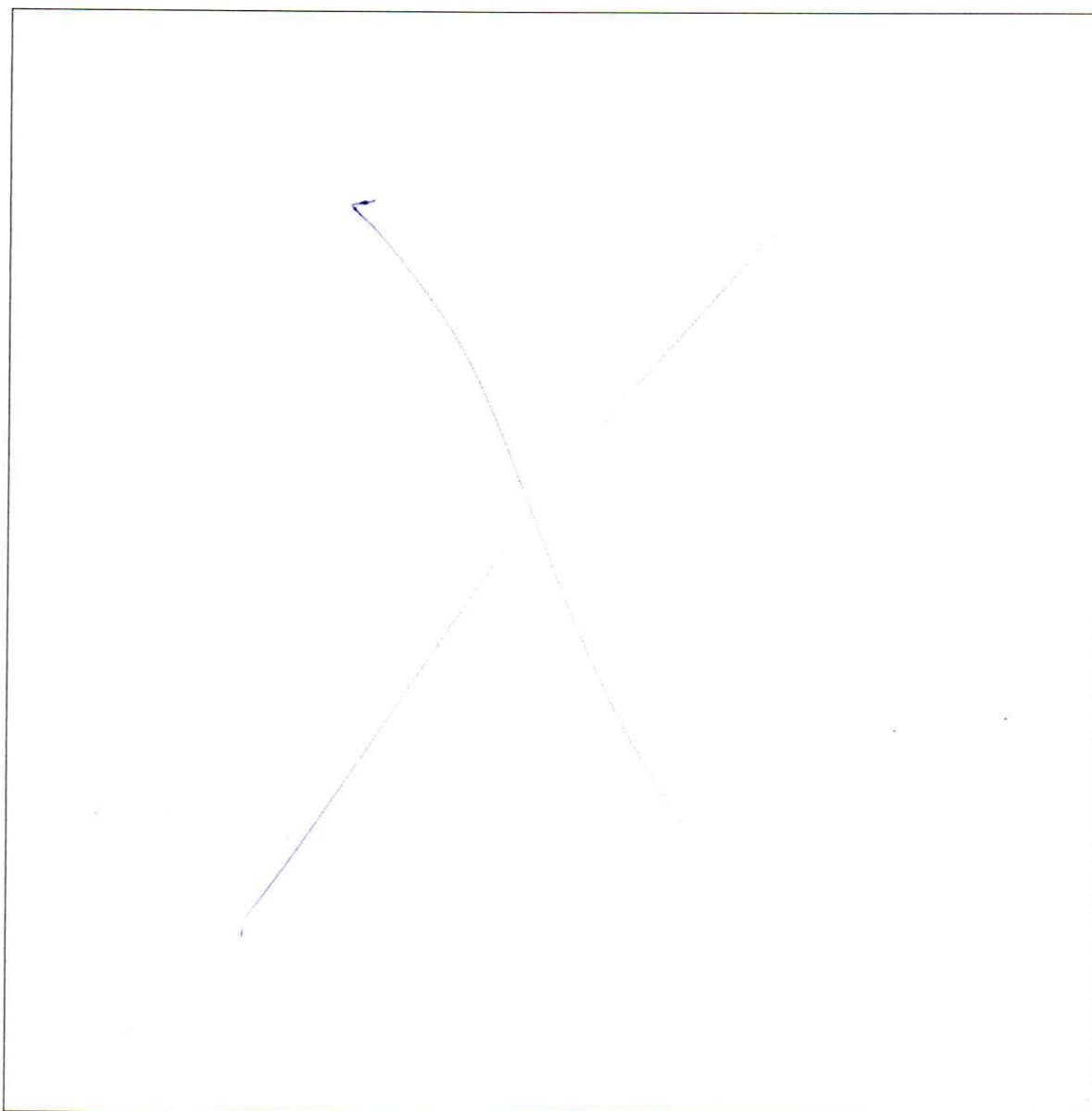
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

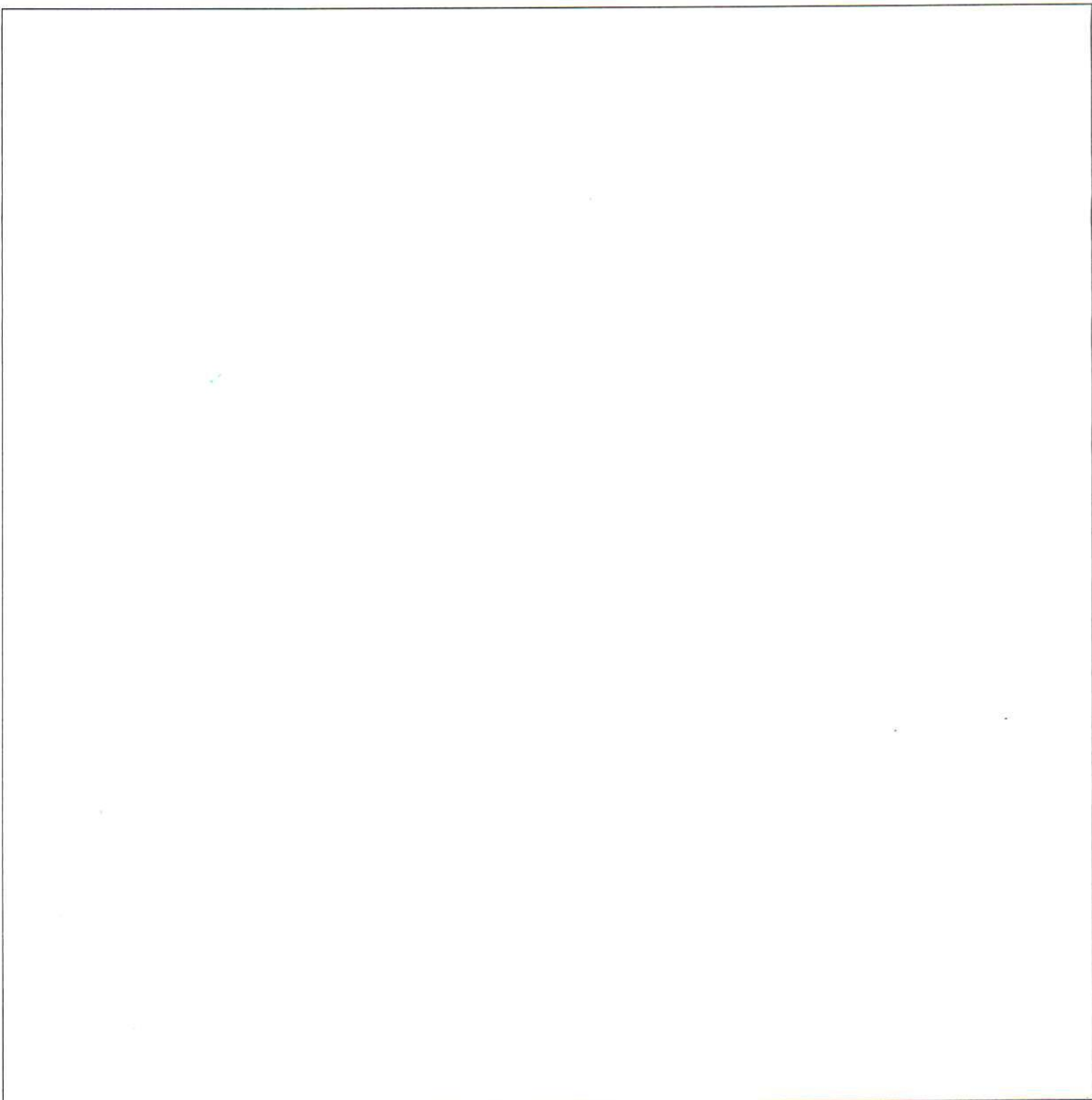
Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

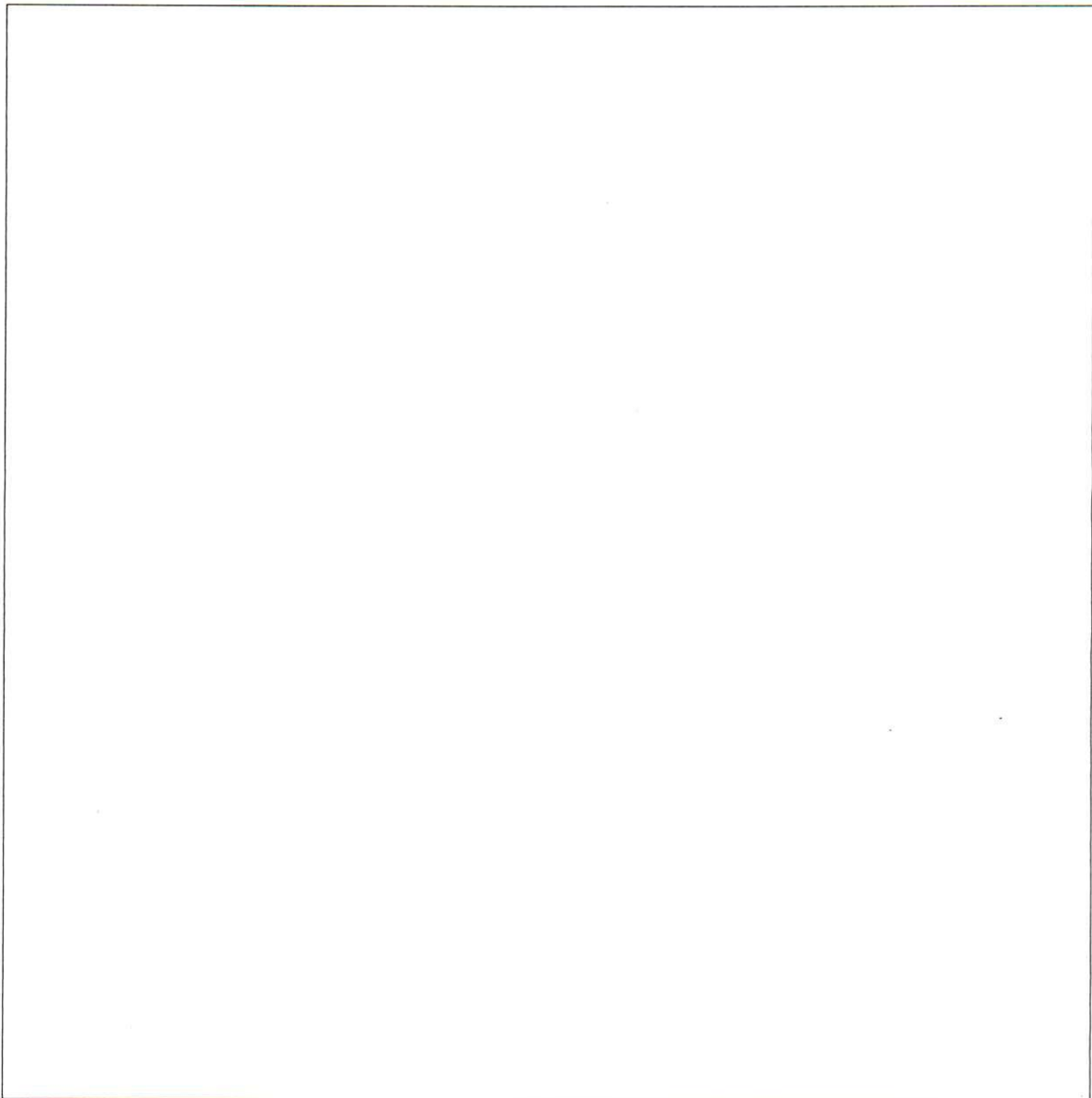
Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



$$\sum_{i=0}^{n+1} F_i = F_0 + F_1 + \dots + F_n + F_{n+1} = F_0 + F_1 + \dots + F_{n+2} =$$

PI $\rightarrow i=0$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} F_i + F_{n+2}$$

I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$(F_{n+3} - 1)$$

$$F_0 = 0$$

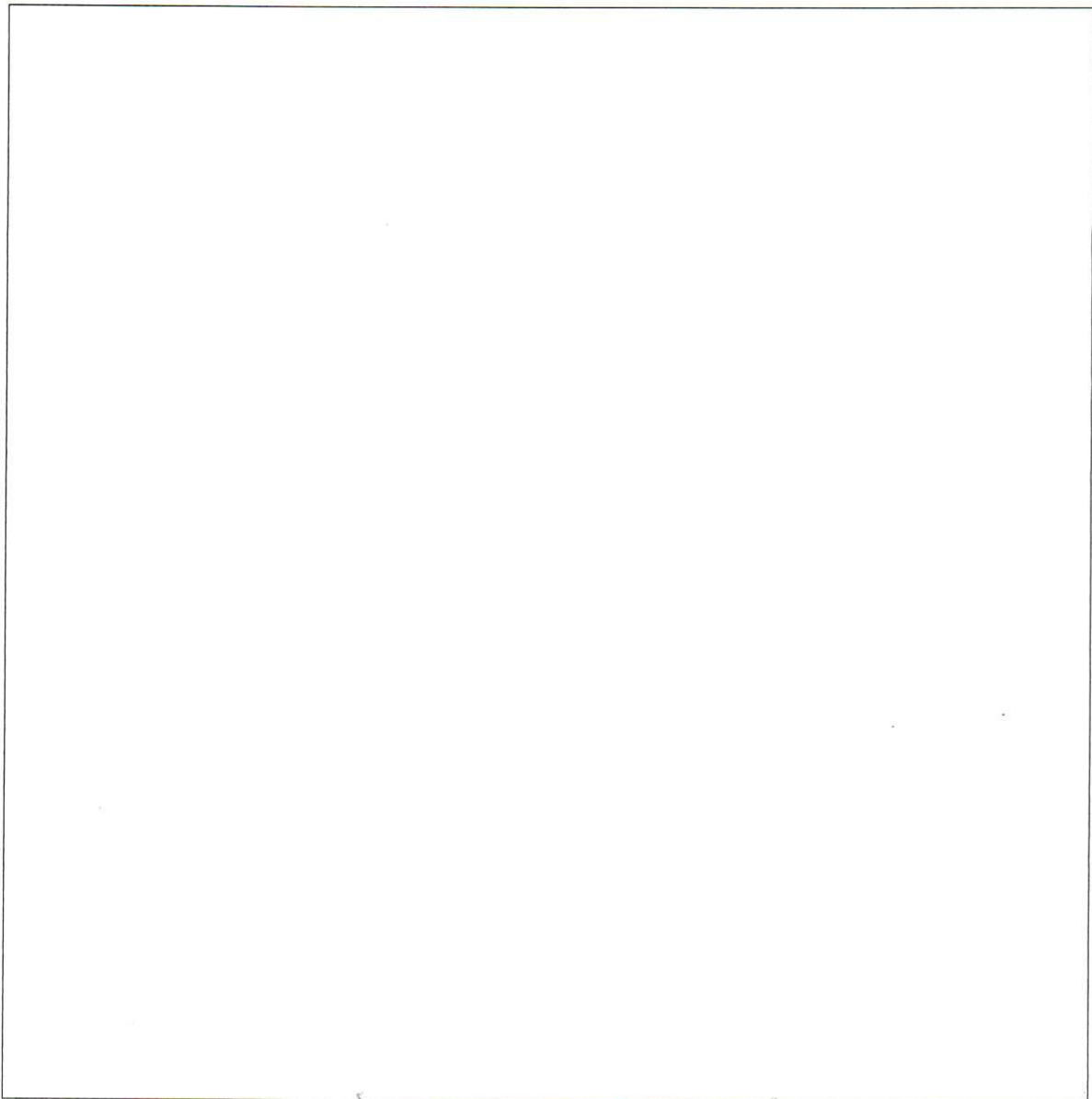
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



$$\text{Base} \rightarrow F_2 = F_1 + F_0 = 1 + 0 = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} F_3 = F_2 + F_1 = 1 + 1 = 2 \\ F_4 = F_3 + F_2 = 2 + 1 = 3 \end{array} \right.$$

$$\sum_{i=0}^2 F_i = F_0 + F_1 + F_2 = 0 + 1 + 1 = 2 = F_4 - 1$$

I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

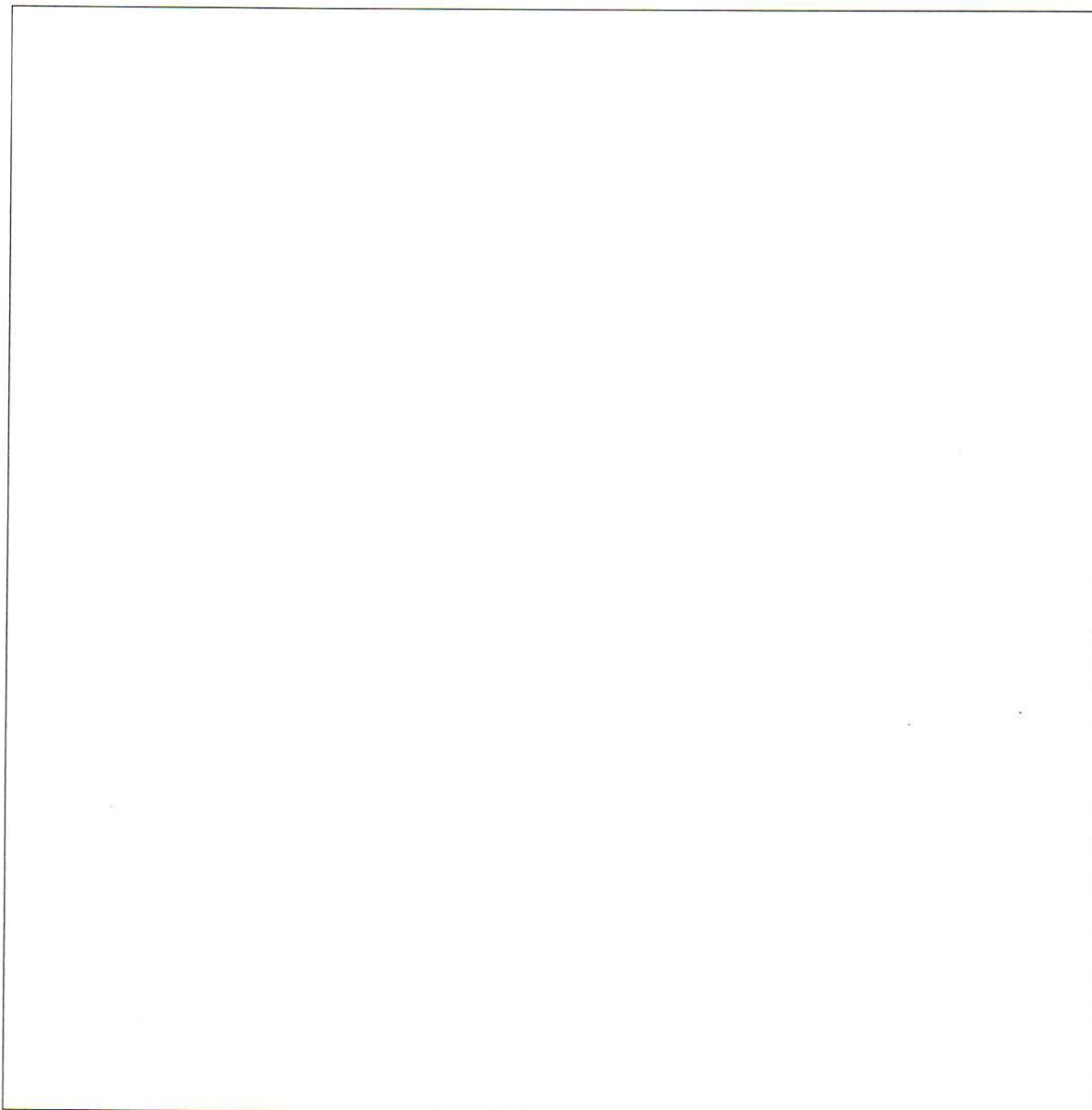
$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.



I

Os números Fibonacci são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

A prova será feita por indução: ✓

Base de indução:

Para $n=0$, temos $\sum_{i=0}^0 F_i = F_0 = 0$ e $F_{0+2} - 1 = F_2 - 1 = 1 - 1 = 0$, logo a fórmula é válida para $n=0$. ✓

Agora formulamos a hipótese: $\exists p \in \mathbb{N}$, tal que P
 $\sum_{i=0}^p F_i = F_{p+2} - 1$ é verdade, e queremos provar que

$$P+1 \quad \sum_{i=0}^{p+1} F_i = F_{p+3} - 1$$

$$P+1 \quad \sum_{i=0}^{p+1} F_i = F_{p+1} + \sum_{i=0}^p F_i, \text{ pela hipótese, temos: } F_{p+1} + F_{p+2} - 1.$$

Isso é igual a $F_{p+3} - 1$

Logo, pelo Princípio da Indução Finita, temos:

$$\sum_{i=0}^m F_i = F_{m+2} - 1, \text{ para todo } m \in \mathbb{N}. \quad \checkmark$$

muito bem! ✓

I

Os números *Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

