C

não podes supor o que tu queres provar.

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

quantas variáveis são diferentes?

restrição → não necessario

PROVA.

???

i) Suponha que $a|a$, sendo assim tomemos como existentes um hipotético K, tal que, $K \in \mathbb{Z}$ e podemos escrever na forma $a = a \cdot K$, sendo $K = 1$ temos que $a = a \cdot 1$, ou seja, $a = a$, portanto $a|a$.

mostra só um caso

ii) Seja. $a|b$ e $a|c$, sendo assim existem uns $K, Y, Y, K \in \mathbb{Z}$, então $b = a \cdot k$ (1) e $c = a \cdot k$ (2), subs. $b + c = a \cdot K + a \cdot K$, fazendo $a \cdot K + a \cdot K = a \cdot y$, sendo assim $2(aK) = ay$, pela associatividade da mult. $a(2K) = ay$, portanto $a|b+c$

somando (1) e (2)

?! não entendo!!

iii) Se $a|b$ e $b|c$, digamos que $\exists x, y$, $x, y \in \mathbb{Z}$, seja $b = a \cdot x$ e $c = b \cdot y$, subs. $c = a(x \cdot y)$, portanto $a|c$.

(pois é).

usar variáveis diferentes para facilitar

D

o que é esse k? Não foi declarado!

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

$3 \nmid n \Rightarrow 3 | n^2 - 1$

seja $n = 3k + 1$? → este é um caso

$3 \nmid 3k + 1 \Rightarrow 3 | (3k+1)^2 - 1$

$\Rightarrow 3 | 9k^2 + 6k$

Como 9 e 6 são multiplos de 3

bla bla bla ...

bla bla bla...

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

Queremos provar que $a|a$.
Não ligamos saber
o que acontece se realmente $a|a$.

mesmo problema.

PROVA.

i) se $a|a$ então deve existir pelo menos um $k \in \mathbb{Z}$ tq. $a = a \cdot k$, como $1 \in \mathbb{Z}$ e $a \cdot 1 = a$, então é verdade que $a|a$

ii) se $a|b$ então $b = a \cdot k$ com $k \in \mathbb{Z}$ e $a|c$ então $c = a \cdot y$ com $y \in \mathbb{Z}$. {Para que $a|b+c$, então deve existir um $w \in \mathbb{Z}$ tq. $b+c = a \cdot w$} substituindo b e c temos $a \cdot k + a \cdot y = a\,w \Leftrightarrow a(k+y) = a \cdot w \Leftrightarrow k+y = w$ De fato é verdade, pois a soma de 2 inteiros é sempre um inteiro

esse 'w' não existe aqui

não abuse setinhas!

iii) $a|b \rightarrow b = a \cdot k$ com $k \in \mathbb{Z}$; $b|c \rightarrow c = b \cdot y$ com $y \in \mathbb{Z}$. Se $a|c$ então $c = a \cdot w$ com $w \in \mathbb{Z}$, substituindo e temos $aky = aw \Leftrightarrow ky = w$ de fato é verdade, a multiplicação de 2 inteiros é sempre um inteiro.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

o que esse "com" significa aqui?

PROVA.

Se $3 \nmid n$ então $n \neq 3k$ com $k \in \mathbb{Z}$, portanto $n^2 \neq 3k$. por que?

Para que $3 | n^2 - 1$ então deve existir $k \in \mathbb{Z}$ tq. $n^2 - 1 = 3k$, $\boxed{\text{isto só pode ser verdade se } n^2 \neq 3k}$, sabendo disto para que a primeira seja verdade $3 \nmid n$. Portanto, quando $3 \nmid n$ então $3 | n^2 - 1$

tá confundindo teus k's.

???

Cuidado com condições necessárias—vs—suficientes!

C

Somou os lados esquerdos mas nos lados direitos fez o que exatamente?

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(i) $a \mid a$ sse existe $k \in \mathbb{Z}$ t.q $a = k.a$ (1)
Note que ~~se~~ para $k = 1$ (2) de (1) e (2) $a = a$.

(ii) $a \mid b$, $a \mid c$ de (i) temos que existe $k, x \in \mathbb{Z}$ t.q $b = k.a$ (1), $c = x.a$ (2)
de (1)+(2) temos $b + c = k.x.a$ (3) ?, como k e $x \in \mathbb{Z}$
existe $y \in \mathbb{Z}$ t.q $y = k.x$ (4). de (3) e (4). $b + c = y.a$
logo $a \mid b + c$

(ii) Lógica da prova ficou boa, apenas um pouco bagunçado em: [.] "$b+c=(k.x).a$", faltou o parênteses

D

Correções da C ?

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

(i) A ideia é essa, mas a prova está um pouco confusa. Você precisa usar um princípio de multiplicação com elemento neutro (1). Apesar de ter usado, ficou algo implícito. Escreva o mais claro possível.

?

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

tá afirmando aqui que se eu tomar três inteiros quaisquer, o primeiro vai dividir o segundo!?!

PROVA.

i.) Supondo que a seja um numero $\in \mathbb{Z}$, então $a|a$. a/a por que motivo?

ii) Se a e b $\in \mathbb{Z}$ e c $\in \mathbb{Z}$, então $a|b$, logo, $a|c$, se $a|b$, então $a|b+c$. Está faltando embasamento, apenas transcrevendo o enunciado.

iii) ~~Para $a|b$ e $b|c$~~

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(iii) $a|b \Leftrightarrow \exists k1 \in \mathbb{Z} / b = a \cdot k1$ (1)
$b|c \Leftrightarrow \exists k2 \in \mathbb{Z} / c = b \cdot k2$

$\xrightarrow[\text{"b"}]{\text{subs.}} c = (a \cdot k1) \cdot k2 \rightarrow c = a(k1 \cdot k2)$

$k1 \cdot k2 = k3$ (1) $k3 \in \mathbb{Z}$ $\longrightarrow c = a \cdot k3$, logo, $a|c$

Definição: $a|b \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} / b = a \cdot k$

(i) ~~fazendo~~ $a|a \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} / a = a \cdot k$, ~~fazendo~~ tomando, para, etc. $k = 1$, obtemos que a/a

nunca use esse /

$\neq$?

(ii) $a|b \Leftrightarrow \exists k1 \in \mathbb{Z} / \underline{b = a \cdot k1}$ e $a|c \Leftrightarrow \exists k2 \in \mathbb{Z} / c = a \cdot k2$

~~a partir disso, $a = \frac{b}{k1}$ e $a = \frac{c}{k2}$, igualando, $\frac{b}{k1} = \frac{c}{k2}$~~

somando ambas as partes, $b + c = (a \cdot k1) + (a \cdot k2)$, logo, $b + c = a \cdot (k1 + k2)$
como a soma é uma operação fechada ~~para~~ para os inteiros, então a soma $(k1 + k2)$ vai resultar em um $k3$ também inteiro, portanto $\exists k3 \in \mathbb{Z} / a \cdot k3 = b + c$

parece que k3 significa algo!

Cuidado com os índices: k_2 ← certo
k2 ← errado!

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

por que?? Queremos provar algo apenas no caso que $3 \nmid n$!

$\boxed{\text{Vamos supor que } 3|n}$, logo, $\exists k1 \in \mathbb{Z} / n = 3 \cdot k1$
e se $3 | n^2 - 1$, $\exists k2 / n^2 - 1 = 3 \cdot k2$, substituindo n: $9k1^2 = 3k2 + 1$
$\rightarrow k1 = \sqrt{\frac{3k2+1}{9}}$ o que é um absurdo pois $\nexists k1 \in \mathbb{Z}$
que satisfaça tais condições. Por outro lado, se $3 | n^2 - 1$
e $3 \nmid n$, então n não é múltiplo de 3 e $\exists k \in \mathbb{Z} / n^2 - 1 = 3k$
Pois $k = \frac{n^2 - 1}{3}$

Cuidado. Ninguém garanta que o inteiro garantido pela $e|d$ vai ser o f mesmo. Por exemplo:

C

Toma $d = 36$, $e = 12$, $f = 100$. Realmente, $e|d$. Mas $\underset{36}{d} \neq \underset{1200}{e \cdot f}$

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(I) Dado $d, e, f \in \mathbb{Z}$, temos, por definição, que $e|d \Rightarrow d = e \cdot f$.
Então,
Sendo $a \in \mathbb{Z}$ e $a = a \Rightarrow a = a \cdot 1 \Rightarrow a|a$ → certo!

(II) Como $a|b \Rightarrow b = d \cdot a$, com $d \in \mathbb{Z}$ e $a|c \Rightarrow c = e \cdot a$, com $e \in \mathbb{Z}$

Somando termo a termo, temos $b + c = d \cdot a + e \cdot a$

Colocando a em evidência, fica $b + c = a(d + e)$, como d e e são variáveis quaisquer, temos $b + c = a\,x \Rightarrow a|b+c$,,

→ o que é x?

(III) Temos que $\begin{cases} a|b \Rightarrow b = a \cdot d, \text{ ~~com~~ para algum } d \in \mathbb{Z} \\ b|c \Rightarrow c = e \cdot b, \text{ ~~com~~ para algum } e \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Então, $b = a \cdot d$ & $\boxed{b = c/e}$ → cuidado! Talvez $e=0$!

Logo, $ad = \frac{c}{e} \Rightarrow a(d \cdot e) = c$. Como "d" e "e" são variáveis quaisquer podemos definir $d \cdot e = x$. Portanto, $c = a \cdot x \Rightarrow a|c$,,

Mesmo problema.

D

→ As d e e não são "qualqueres". Tu definiu elas bem claramente, (usando as $a|b$ e $a|c$ respeitivamente)

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

(Tua ideia tá certa. Mas tá escrita erroneamente).

→ Sim! Aqui tu escreveu melhor, porque definiu teu x.

(Obs.: em definições colocamos o que está sendo definido no lado esquerdo: Seja $x = d \cdot e$

Defina $x = d \cdot e$

... etc.)

$c = ak_3$

$ak_3 = bk_2$

$ak_3 = ak_1 \cdot k_2$

$| \;=\; a|b \to b = a \cdot k_1$

$a|b \quad c = a \cdot k_2$

$b+c = a \cdot k_3$

$\cancel{a}k_1 + \cancel{a}k_2 = \cancel{a}k_3$

$k_3 = k_1 + k_2$

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(i) Usando a definição de $|$: $a = a \cdot k$, onde $k \in \mathbb{Z}$

Como $a = a$

$= 1 \cdot a$

desnecessário (mas não errado).

$\boxed{= k \cdot a, \text{ onde } k = 1}$, $a|a$

(ii) $c = a \cdot k_1$, onde $k_1 \in \mathbb{Z}$ e $b = ak_2$, onde $k_2 \in \mathbb{Z}$

$b + c = ak_1 + ak_2$

$= a(k_1 + k_2)$

$\boxed{= a \cdot k_3, \text{ onde } k_3 = k_1 + k_2}$ $\boxed{\text{e } k_3} \in \mathbb{Z}$

Portanto, pela definição, $a | b + c$

$-1 = 3k_1 - 9k_2^2$

$-1 = 3(k_1 - 3k_2^2)$

$k_1 - 3k_2^2 = -\frac{1}{3}$

D

$9k_2^2 - 1 = 3k_1$

~~$3k_2^3 - 1/3 = k_3$~~

$n^2 - 1 = k_1 \cdot 3$

$n = k_2 \cdot 3$

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

estratégia usada de maneira errada

Prova pelo absurdo: assumindo que $3 | n$,

$n = k_2 \cdot 3$, onde $k_2 \in \mathbb{Z}$

$3 | n^2 - 1 \to n^2 - 1 = k_1 \cdot 3$, onde $k_1 \in \mathbb{Z}$ $\quad 9k_2^2 - 1 = 3k_1$

$-1 = 3k_1 - 9k_2^2$

$= 3(k_1 - 3k_2^2)$

$k_1 - 3k_2^2 = -\frac{1}{3}$, como k_1 e k_2 são inteiros, não é possível chegar em um número não inteiro, pois o conjunto dos inteiros é fechado pela multiplicação e subtração.

(iii) $b = ak_1$ e $c = bk_2$, seja $k_3 = k_1 \cdot k_2$, temos:

$ak_3 = ak_1 \cdot k_2$

$= b \cdot k_2$

$= c$

como $c = ak_3$, onde $k_3 \in \mathbb{Z}$, $a|c$

(mesma observação).

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(i) Pela def de div, $x \mid y \Leftrightarrow \exists q \in \mathbb{Z}(y = xq)$. $\boxed{\cancel{\text{Seja } a = ak}}$ pela def de div. Logo $a \mid a$. ✓ OBS (dizer que o k seria 1)

Aqui tu tá definindo o a (que já foi definido) para ser igual com... ele mesmo multiplicado por algo que nem foi definido! (k)

(iii) $a \mid b \wedge b \mid c^{(0)} \Rightarrow a \mid c^{(1)}$

Assumo (0). De (0), $b = aq^{(2)}$ e $c = bk^{(3)}$, $q, k \in \mathbb{Z}$.

$\boxed{\text{Fazendo (2) em (3)}}$, $c = aqk$.

igualdades não são atividades para "fazer".

por assoc, $c = a(qk)$.

~~Fazendo~~ Seja $qk = x$, $x \in \mathbb{Z}$,

$c = ax$. Logo $a \mid c$.

As ideias certas, mas escritas erroneamente.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

$\boxed{\text{Seja } 3 \nmid n.}$ Dito $n = 3q + r$, $q, r \in \mathbb{Z}$ e $r \neq 0$

Quis dizer suponha?

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(i) $a \nmid a$

$\neg \exists K \in N : a.K = a$

$K = \frac{a}{a}$ ← cuidado tue $a=0$.

$K = 1$

então $a|a$

Não precisa usar "por absurdo" aqui, teu argumento pode ser direto.

ii) $a|b$

$\exists K \in N: a.K = b$

$a|c$

$\exists K' \in N: a.K' = c$

Somando $a.K + aK' = b+c$

$a\underbrace{(K+K')}_{\text{inteiro}} = b+c$

então $a|b+c$

✓

iii) $a|b$

$\exists K \in N: a.K = b$ (1)

$b|c$

$\exists K' \in N: b.K' = c$ (2)

substituindo b em (2) pelo seu valor em (1)

$a.\underbrace{K.K'}_{\text{inteiro}} = c$

então $a|c$

✓

NÃO SEI

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Suponha ~~se~~ $3 \nmid n$.

Caso 1

$n \equiv 1 \pmod 3$

$n^2 - 1 \equiv 1^2 - 1 \equiv 0 \pmod 3$

então $3|n^2-1$

Caso 2

$n \equiv 2 \pmod 3$

$n^2 - 1 \equiv 2^2 - 1 \equiv 3 \equiv 0 \pmod 3$

então $3|n^2-1$

perfeito!

NÃO SEI

$n = \{1, 2, 4, 5, 7, 8 \ldots$ $n^2 - 1 = 3K_1$ $9K^2+12K+3$

$n = 3.K+1$ ou $n = 3K+2$ $n^2 = 3K_1 + 1$

$n = 3K+1$ ou $n = 3K-2$ $n^2 = 9K^2+12K+4$

$n = 3K+1 \Rightarrow n^2 = 9K^2+1 \Rightarrow n^2-1 = 3.3K^2$ $n^2 = 3(3K^2+4K)+3+1$

C

$n^2 = 9K^2+6K+1 \Rightarrow n^2-1 = 3\underbrace{(3K^2+2K)}$ $K_2 \in \mathbb{Z}$ $n^2-1 = 3[(3K^2+4K)+1]$

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

I) $a/a \Rightarrow a = a.n$, $n \in \mathbb{Z}$?? essa implicação prova algo?

II) $a/b \Rightarrow b = a.n_1$, $n_1 \in \mathbb{Z}$ Logo, $b+c = an_1 + an_2 \Rightarrow b+c = a\underbrace{(n_1+n_2)}_{\in \mathbb{Z}}$ Ou seja

$a/c \Rightarrow c = a.n_2$, $n_2 \in \mathbb{Z}$

~~$(a/b+c \Rightarrow b+c = a.n_3, n_3 \in \mathbb{Z})$~~

$\boxed{b+c = a.n_3, n_3 \in \mathbb{Z}}$ Logo: $a/b+c$

disnecessári (mas não errado)

III) $a/b \Rightarrow b = a.n_1$, $n_1 \in \mathbb{Z}$ (1)

$b/c \Rightarrow c = b.n_2$, $n_2 \in \mathbb{Z}$ (2)

Usando (1) em (2): $c = (a.n_1).n_2 \Rightarrow c = a.\underbrace{(n_1.n_2)}_{\in \mathbb{Z}}$

$\boxed{\text{Logo, } c = a.n_3, n_3 \in \mathbb{Z}}$

Ou seja: a/c

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

~~$(3 \nmid n \Rightarrow n \neq 3.K, K \in \mathbb{Z})$~~

Se $3 \nmid n \Rightarrow n \neq 3.K$, $\forall K \in \mathbb{Z}$ k não foi declarado.

(~~Para $K \geq 1$~~) Então, $\underbrace{n = 3K+1}_{(1)}$ ou $\underbrace{n = 3K+2}_{(2)}$

(1) $n = 3K+1$ ~~$n-1 = 3K$~~

$n^2 = 9k^2+6K+1 \Rightarrow n^2-1 = 3\underbrace{(3K^2+2K)}_{=K_2 \in \mathbb{Z}}$ Ou seja $3/n^2-1$

(2) $n = 3K+2$

$n^2 = 9K^2+12K+4$

$n^2 = 9K^2+12K+3+1 \Rightarrow n^2-1 = 3\underbrace{(3K^2+4K+1)}_{=K_2 \in \mathbb{Z}}$ Ou seja $3/n^2-1$

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA. => Usando a divisão euclidiana:

(i) Para ser verdade que $a \mid a$, deve haver um inteiro K tq $a = a \cdot K$; $K = 1$ satisfaz a eq. logo, $a \mid a$.

(ii) $a \mid b \Rightarrow b = a \cdot K, K \in \mathbb{Z}$; $a \mid c \Rightarrow c = a \cdot W, W \in \mathbb{Z}$.
Somando-as temos: $b + c = a \cdot K + a \cdot W \Rightarrow b + c = a \cdot \underbrace{(K + W)}_{\in \mathbb{Z}}$
logo $a \mid b + c$.

(iii) $a \mid b \Rightarrow b = a K, K \in \mathbb{Z}$; $b \mid c \Rightarrow c = b \cdot W, W \in \mathbb{Z}$.
Substituindo b na segunda eq. temos: $c = (a \cdot K) \cdot W$
$\Rightarrow c = a \cdot \underbrace{(K \cdot W)}_{\in \mathbb{Z}}$; logo $a \mid c$

perfeito!

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

$a = \mathbb{Z} . q + r$

$b = a . q' + r$

$c =$

C

não existe duvida sobre isso. $a \in \mathbb{Z}$ sim, foi dado (declarado) pelo problema

Sejam $\boxed{a, b, c \in \mathbb{Z}}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

não use como abbrev.

PROVA.

quem é b? quem é r?

i) $\boxed{\text{Se } a \in \mathbb{Z}}$. $\exists q$ tq $a = b . q + r$ assim como $a = a$ Sabemos que $a \mid a$. ~~CH1~~ Vago...

se $a \mid b$ a divisão não possui resto (r) ($r = 0$)

ii) como $a, b, c \in \mathbb{Z}$, então se $a \mid b$ e $a \mid c$ sabemos $b = a . q + r$ e $c = a . q' + r'$. Então aplicando a soma de $b + c$ Temos que $b + c = (a . q + r) + (a . q' + r') = a(q . q') + (r + r')$, Então como $q, q', r, r' \in \mathbb{Z}$ Assim $b + c = a . Q + R$ logo $\exists Q, R \in \mathbb{Z}$ tq $Q = q . q'$ e $R = r + r'$ $a \mid b + c$.

iii) como $b, c \in \mathbb{Z}$, se $a \mid b$ então $b = a q + r$ e se $b \mid c$ então $c = b . q' + r'$ Assim substituindo b temos que $c = (a . q + r) q' + r'$ $\exists Q = q . q'$ $\exists R = r q' + r'$

$c = a . q . q' + q' r + r'$

$c = a . Q + R \Rightarrow a \mid c$

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Tu tem confudido as duas coisas:

① A relação $x \mid y$, que, dada dois inteiros x, y, pode ser satisfeita, ou não.

② O teorema da divisão que garanta que para todos os inteiros x, y com $y \neq 0$, existem inteiros q, r tais que:

$$x = qy + r \quad , \quad 0 \leq r < |y|.$$

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(i) $a | a$ pois $a = a.1$. Perfeito! (e $1 \in \mathbb{Z}$).

(ii) Se $a|b$, então existe $x \in \mathbb{Z}$ tq. $b = a.x$. Se $a|c$, então ~~oo~~ existe $y \in \mathbb{Z}$ tq $c = ay$. ✓

Assim,

$$b + c = ax + ay = a(x+y)$$

E, (como $x+y \in \mathbb{Z}$), ~~$a|[a(x+y)] \Rightarrow$~~ $a | b+c$

(iii) Se $a|b$, então existe $x \in \mathbb{Z}$ tq $b = ax$. Se $b|c$, então existe $y \in \mathbb{Z}$ tq. $c = by$.

$$c = (a.x).y = a.(x.y)$$

Portanto,

$$a | [a(x.y)] \Rightarrow a|c$$

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Caso 1.

Existe $x \in \mathbb{R}$ tq. $n = 3x+1$. $\mathbb{Z}$

$$n^2 - 1 = (3x+1)^2 - 1 = 9x^2 + 6x + 1 - 1 = 9x^2 + 6x = 3.(3x^2+2x)$$

Então, $3 | [3(3x^2+2x)]$ ~~$\Rightarrow$ 3|n^2-1~~ melhor escrever $3 | n^2-1$ aqui.

Caso 2:

Existe $y \in \mathbb{R}$ tq $n = 3y+2$

$$n^2 - 1 = (3x+2)^2 - 1 = 9x^2 + 12x + 4 - 1 = 9x^2 + 12x + 3 = 3(3x^2 + 4x + 1)$$

E,

$$3 | [3(3x^2 + 4x + 1)]$$

Portanto,

$$3 \nmid n \Rightarrow 3 | (n^2 - 1).$$

✓ perfeito

(*), (**), ...
etc.
use outra "família" para denotar tuas relações, por que já usamos (i), (ii), ... para os sub-problemas.
já foram declarados.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

ii) Suponha que $a|b$ (i) e $a|c$ (ii), ~~em que $a, b, c \in \mathbb{Z}$~~

. de (i) ~~temos que se $a|b$ então pela def. de divisibilidade~~ $b = a \cdot q$ ~~tal que~~ para algum $q \in \mathbb{Z}$

. de (ii) ~~temos que se $a|c$ então pela def. de divisibilidade~~ $c = a \cdot q'$ ~~tal que~~ para algum $q' \in \mathbb{Z}$

Portanto, se $b + c$, pela def. de adição temos que

$b + c = 2a \cdot q \cdot q'$, então $a | b + c$. sim $aq + aq' \Rightarrow a(q+q')$

$a \mid a \cdot (q+q') \Rightarrow q$

Logo se $a|b$ e $a|c \Rightarrow a|b+c$.

iii) Suponho que $a|b$ (i) e $b|c$ (ii), ~~em que $a, b, c \in \mathbb{Z}$~~

. de (i) ~~temos que, se $a|b$ então pela def. de divisibilidade~~ $b = a \cdot q$ (iii) ~~tal que~~ para algum $q \in \mathbb{Z}$

. de (ii) ~~temos que, se $b|c$ então pela def. de divisibilidade~~ $c = b \cdot q'$ (iv) ~~tal que~~ para algum $q' \in \mathbb{Z}$

Substituindo (iii) em (iv), temos

$c = (a \cdot q) \cdot q' \therefore c = a \cdot (q \cdot q')$ então $a|c$;

~~Portanto, pela def. de transitividade se $a|b$ e $b|c \Rightarrow a|c$~~

aqui estamos provando que $a \mid$ é transitiva.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

o que significa "se b+c..."?

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

$a|b \overset{\Delta}{\Longleftrightarrow} \exists k \; b = a \cdot k \quad (a, b, k \in \mathbb{Z})$

(i) $a|a \Longleftrightarrow \exists k \; a = a \cdot k \quad (a, k \in \mathbb{Z})$ (def.)
Verdade para $k = 1$ ∎

(ii) Suponho que $a|b$ e $a|c$. Vou provar que $a|b+c$. $\boxed{(a, b, c \in \mathbb{Z})}$

$a|b+c \Longleftrightarrow \exists k \; b + c = a \cdot k \quad (k \in \mathbb{Z})$ (def.)
$a|b \Longleftrightarrow \exists k' \; b = a \cdot k'$ (def.) $(k' \in \mathbb{Z})$
$a|c \Longleftrightarrow \exists k'' \; c = a \cdot k''$ (def.) $(k'' \in \mathbb{Z})$

$\exists k$
$b + c = a \cdot k \Leftarrow (a \cdot k') + (a \cdot k'') = a \cdot k$
$\Leftarrow a(k' + k'') = a \cdot k$. Verdade para $k = k' + k''$. ∎

Certo!

Cuidado com o jeito de escrever. (procure-me para esclarecer um detalhe).

(iii) $a|c \Longleftrightarrow \exists k \; c = a \cdot k \quad (a, c, k \in \mathbb{Z})$ (def)
$a|b \Longleftrightarrow \exists k' \; b = a \cdot k' \quad (a, b, k' \in \mathbb{Z})$ (def.)
$b|c \Longleftrightarrow \exists k'' \; c = b \cdot k'' \quad (b, c, k'' \in \mathbb{Z})$ (def.)

$\exists k \; c = ak \Leftarrow b \cdot k'' = a \cdot k \Leftarrow a \cdot k' \cdot k'' = a \cdot k$
Verdade para $k = k' \cdot k''$. ∎

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA. Seja $n \in \mathbb{Z}$.

?

Suponho que ~~$\forall n$~~ $3 \nmid n$. Vou provar que $3 | n^2 - 1$. $(n \in \mathbb{Z})$

$3 \nmid n \Longleftrightarrow \neg(3|n) \Longleftrightarrow \nexists k \in \mathbb{Z} \; n = 3 \cdot k$ (def.)

$3|n^2 - 1 \Longleftrightarrow \exists k' \in \mathbb{Z} \quad n^2 - 1 = 3 \cdot k'$ (def.)

$3 \nmid n$ significa que n pode ser escrito na forma
$n = 3a + 1$ ou $n = 3a + 2$ (def.) $(a \in \mathbb{Z})$

CASO 1: $n = 3a + 1 \quad (a \in \mathbb{Z})$
$(3a+1)^2 - 1 = 3 \cdot k' \Leftarrow 9a^2 + 6a + 1 - 1 = 3 \cdot k' \Leftarrow 9a^2 + 6a = 3k'$
$\Leftarrow 3(3a^2 + 2a) = 3k'$. Verdade para $k' = 3a^2 + 2a$.

CASO 2: $n = 3a + 2 \quad (a \in \mathbb{Z})$
$(3a+2)^2 - 1 = 3 \cdot k' \Leftarrow 9a^2 + 12a + 4 - 1 = 3k' \Leftarrow 9a^2 + 12a + 3 = 3k'$
$\Leftarrow 3(3a^2 + 4a + 1) = 3k'$. Verdade para $k' = 3a^2 + 4a + 1$.

∎

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

i) $a|a$, sse $\exists k \in \mathbb{Z}$, tal que, $a = ak$. ✓
Como sabemos que $a = a$ e o número 1 é o elemento neutro da multiplicação, temos que:

$a = a \cdot 1$

chegando assim, a um valor inteiro para o k.
Sendo assim, $a|a$ ■ ✓

ii) $a|b$, sse $\exists k \in \mathbb{Z}$, tal que, $b = ak$
$\cdot$ $a|c$, sse $\exists J \in \mathbb{Z}$, tal que, $c = aJ$
Somando b e c, temos:

$b + c = ak + aJ$.

Como foi afirmado que $a|b$ e $a|c$, então k e J são inteiros, com isso sua soma também resultará em um inteiro.
Assim,

$b + c = a(k + J)$

com $(k+J) \in \mathbb{Z}$. ✓
Logo, temos que: ✓

$a \mid b+c$. ■ ✓

iii) Como $a \mid b$, podemos afirmar que $b = ak$ e como $b|c$, podemos afirmar que $c = bJ$.
Substituindo b na segunda equação temos que

$c = (ak)J$.

A multiplicação é a mesma independente da ordem, com isso

$c = (ak)J = a(kJ)$.

Além de que na multiplicação entre inteiros resultará em um novo inteiro. Provando assim que, $a|c$, visto que existe o inteiro (kJ) que satisfaz a equação: ✓

$c = a(kJ)$ ■ ✓

100% certo!
MAS detalhado demais

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

isso é o que queremos provar!

i- Todo Número Sempre Será Divisível Por Ele Mesmo.

~~Se a|a, Então Existe Um Número k, Que Multiplica a~~

ak = b.

ii- Suponha Que a|b, Então Existe Um Número k tal Que, ~~Quando Multiplicado Com a, Resulte Em b,~~ Ou Seja, b = a . k em Qual universo conjunto?

bq = c

Suponha Agora Que a|c, Então Existe Um Número q Que, ~~Quando Multiplicado Com a, Resulte Em c,~~ Ou Seja, c = a . q em Qual universo que conjunto?

Somando As Duas Equações E Excluindo As Constantes, Tenos ?

? 2a = b + c, Então a|b+c

iii- Suponha Que a|b, Então Existe Um k Que, ~~Quando Multiplicado Com a, Resulte Em b,~~ Ou Seja, b = a . k em Qual universo?

Suponha Que b|c, Então Existe Um q Que, ~~Quando Multiplicado Com b, Resulte Em c~~

Como k e q São Constantes, E Já Sabemos Que $\boxed{b = a}$, Então a|c

? de onde?

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

i) Por definição $a | a$ sse $\exists K\ a . K = a$. tq. $K \in \mathbb{Z}$

└ O K deveria ser enunciado como inteiro antes.

↳ não, o que o aluno escreveu ta certo.

ii)

sim essa é a definição mesmo, mas cadê a prova?

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

$a|a \longleftrightarrow \exists x$ tq $a = a \cdot x$ (1)

$a|b$ e $a|c \Rightarrow a | b+c$ (2)

?? $\left\{ \begin{array}{l} 2.1 - a|b \longrightarrow \exists x \text{ tq } a = b \cdot x \\ 2.2 - a|c \longrightarrow \exists y \text{ tq } a = c \cdot y \end{array} \right.$

Apenas reescreveu as afirmação não provou nada.

realmente...

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

escrito meio complicadamente

(i) Sendo a pertencente aos inteiros. Considere que a divide qualquer múltiplo dele, então como a é múltiplo de a, pois $a = a.1$, podemos afirmar que $a|a$

o que são?

(ii) Sendo a, b e c pertencente aos $\mathbb{Z}$. Se $a|b$ então $b = a.k_1$, e se $a|c$ então $c = a.k_2$. Sendo assim, se somarmos $b + c$ teremos $ak_1 + ak_2$, colocando em evidência $a(k_1 + k_2)$, então $a|[a(k_1+k_2)]$, provando que $a|(b+c)$. ✓

(iii) Sendo a, b e c pertencente aos $\mathbb{Z}$. Se $a|b$, significa que $b = a.k_1$ e se b/c, significa que $c = b.k_2$. Agora, substituindo b em c, temos que $c = a.k_1.k_2 = a.k_3$, sendo assim, afirmamos que $a|(a.k_3)$, provando que $a|c$. ✓

não precisa dar nome, apenas observar que $\in \mathbb{Z}$.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA. Provando por $\boxed{\text{Indução}}$ (cuidado por que $n \in \mathbb{Z}$, não $\mathbb{N}$.)

1º Passo: Provando para $n = 1$

$3 \nmid 1$, e ~~mas~~

$1^2 - 1 = 0 \Rightarrow 3|0$

2º Passo: Hipótese para $n = k$:

se ~~Considerando que~~ $3 \nmid k$

então ~~e que~~ $3|(k^2-1)$ $\cancel{\Rightarrow (k^2-1) = 3.k_2}$

3º Passo: Provando para $n = k+1$

se ~~Considerando que~~ $3 \nmid (k+1)$...

Fazemos $(k+1)^2 - 1 =$

$k^2 + 2k + 1 - 1 = (k^2-1) + 2k + 1$

?

✓

exercisio. ① Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$, se $3 \nmid n$ então $3 | n^2 - 1$.

② Pode usar isso para provar o D.?

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

i) $a = a \cdot 1$

não é verdade se $a = 0$.

$\frac{a}{a} = 1$

$1 = 1$

isso é o que? uma prova que $1=1$?

ii) Sejam x e $y \in \mathbb{Z}$, então $x + y = K$, tal que $K \in \mathbb{Z}$.

escrito assim, precisa definir o k antes de o usar.

$b = ax \quad c = ay$

$b + c = a(x + y)$

$b + c = aK$

quem garante que os x e y que tu declaras aleatoriamente satisfazem essas igualdades?

iii) Sejam x e $y \in \mathbb{Z}$, então $x \cdot y = K$, tal que $K \in \mathbb{Z}$.

$b = ax \quad c = by$

$c = axy$

$c = aK$

A ideia é certa mas tá escrita erroneamente!

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

o que é essa setinha e por que ela é diferente com essas?

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

$x|y \Leftrightarrow y = x \cdot k,\ k \in \mathbb{Z}$

(i) De acordo com a definição de divisibilidade, a/a pois $a = a \cdot 1$, ~~sendo assim verdade essa afirmação.~~

?

(ii) $a|b \Leftrightarrow b = a \cdot k_1$
$a|c \Leftrightarrow c = a \cdot k_2$ $\implies$ $a|b+c \Leftrightarrow b+c = a\cdot k_1 + a \cdot k_2$

$b + c = a(k_1 + k_2)$ $\qquad K_3 = k_1 + k_2$

$\underbrace{b + c = a \cdot k_3}$ → Essa expressão prova que a afirmação é verdadeira de acordo com a definição d

(iii) $a|b \Leftrightarrow b = a \cdot k_1$
$b|c \qquad c = b \cdot k_2$ $\implies$ ~~[illegible]~~ Ao pegar a segunda equação e substituir b por $a \cdot k_1$ da pr equação, obtermos: $c = (a \cdot k_1) \cdot k_2$

O que resulta em: $c = a \cdot k_3$, onde $k_3 = k_1 \cdot k_2$.

E essa equação respeita a definição de divisibilidade.

D

ideia certa mas cuidado com o jeito de escrever.

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

iii)

1 - a|b //Hipótese

2 - b|c //Hipótese

3 - (a, b e c) $\in \mathbb{Z}$

4 - k $\in \mathbb{Z}$, a.k = b

5 - k $\in \mathbb{Z}$, b.k = c

não use C-style comments!!

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

isso é o que tu queres provar.

i)

1 - $\boxed{a|a}$ //Hipótese

2 - a $\in \mathbb{Z}$

3 - k $\in \mathbb{Z}$, a.k = a

4 - k = 1

5 - $\boxed{a|a}$

não escreva assim!

ii)

1 - a|b //Hipótese

2 - a|c //Hipótese

3 - (a, b e c) $\in \mathbb{Z}$

4 - $k_1 \in \mathbb{Z}$, $a.k_1 = b$

5 - $k_2 \in \mathbb{Z}$, $a.k_2 = c$

6 - $a = \frac{c}{k_2}$ ← por que $k_2 \neq 0$?

7 - $\frac{c}{k_2}.k_1 = b$

8 - $c.k_1 = b.k_2$

9 - $a.k_2.k_1 = a.k_2.k_1$

parece que esse formato de escrever te confude. Cuidado.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

$b = a.k_1$ e $c = b.k_2$ ×

$\therefore$?.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

o que a/a implica seria relevante se tivemos a/a como hipotese, para a usar. Mas não a temos. a/a é o que queremos provar.

~~① $\boxed{a|a \text{ implica}}$ que existe um único $K \in \mathbb{Z}$ tal que $a = a.K$, portanto o K deve ser um elemento neutro e na multiplicação foi definido o número 1, como elemento neutro da multiplicação, sendo $K = 1$;~~

Como $a = a.1$ ~~⇒~~ então $a \mid a$. ✓ Nada mais. (Pode enfatizar que $1 \in \mathbb{Z}$ se quiser).

② Pode se escrever as duas divisões como: ??

$b = a.K_1$ e $c = a.K_2$, assim existem ~~Ks~~

até aqui tu já usou k_1 e k_2, mas não declarou

$K_1 = \frac{b}{a}$ e $K_2 = \frac{c}{a}$, ~~cujo são resultados das divisões por a.~~ ✓

por que $a \neq 0$?

① Cuidado com tuas expressões.
② Não faz sentido escrever "existem ks $k_1 = \frac{b}{a}$ e $k_2 = \frac{c}{a}$".

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Suponhamos que $3 \mid n$ +

Tome primeiro um aleatório $n \in \mathbb{Z}$.

Depois suponha o lado esquerdo da implicação e prove o lado direito

(e não sua negação).

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

parece que tu tá usando o a|a como se fosse hipotese mas é o que queremos provar!

essa é a tua conclusão?

i) $\boxed{a|a} \Rightarrow a = a \cdot k$ ← constante $\Rightarrow a \cdot k = a \cdot k$

OBS.: Considero que esteja incompleto

ii) $a \mid b + c$ | $b + c = a \cdot k$ | $a \cdot k = a \cdot k$
$b = a \cdot k'$ | $a \cdot k' + a \cdot k'' = a \cdot k$
$c = a \cdot k''$ | $a \underbrace{(k' + k'')}_{k} = a \cdot k$

OBS.: o entendimento das questões estão ok, mas na minha opinião está fora da ordem

iii) $a \mid c$ | $c = a \cdot k$ | $a \cdot k = a \cdot k$
$c = b \cdot k'$ | $b \cdot k' = a \cdot k$
$b = a \cdot k''$ | $a \cdot \underbrace{(k'' \cdot k')}_{k} = a \cdot k$

Exato! As idéias certas, mas escritas erroneamente.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

~~I) Seja $a \in \mathbb{Z}$~~ Def $a|b \overset{\text{def}}{\iff}$ $\exists K \in \mathbb{Z}(a.K = b)$

I) Pois $K = 1$. $a.1 = a$, pois $a \in \mathbb{Z}$. ■

tecnicamente k não foi declarado aqui. mas não tenho certeza que entendi o que tu escreveu mesmo

II) Assumo $a|b$ e $a|c$. Logo existem $d, f \in \mathbb{Z}$ tq $a.d = b$ e $a.f = c$. Quero provar que $a|b+c$.

$b + c = a.d + a.f$ melhor escrever $b+c$ aqui

$= a(d+f)$. $a|a(d+f)$ ■

Onde está $b+c$?

(pela def)

III) Assumo $a|b$ e $b|c$, logo existem d e $f \in \mathbb{Z}$ tq $a.d = b$ e $b.f = c$. Quero provar que $a|c$.

$c = b.f$

$= a.d.f$. Logo $a|adf$ ■

c não está presente onde está $(c = b.f)$ em $(a.d.f)$?

ele já mostrou $c = adf$ mas realmente

melhor escrever "logo $a|c$" mesmo

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Seja $n \in \mathbb{Z}$. Def $a \equiv_c b \iff c \mid a - b$

(A notação $a \equiv b \pmod{c}$ é estabelecida, não precisa definir nova).

Assumo $3 \nmid n$. Logo $n \equiv_3 1$, $n \equiv_3 2$

essa vírgula não parece um "ou".

Quero provar que $3 \mid n^2 - 1$

~~Pois~~ Caso $n \equiv_3 1$, então $3 \mid n - 1$, $\exists a \in \mathbb{Z}$ tq $3a = n - 1$, $3a + 1 = n$

$n^2 - 1 = (3a+1)^2 - 1 = 9a^2 + 6a + \cancel{1} - \cancel{1} = 3(3a^2 + 2a)$

$3 \mid 3(3a^2 + 2a)$ ■ Conclusão?

Caso 2 $n \equiv_3 2$, então $3 \mid n - 2$, $\exists b \in \mathbb{Z}$ tq $3b = n - 2$; $n = 3b + 2$

mesma coisa como no C.

$n^2 - 1 = (3b+2)^2 - 1$

$= 9b^2 + 12b + 4 - 1$

$= 9b^2 + 12b + 3$

$= 3(3b^2 + 4b + 1)$. $3 \mid 3(3b^2 + 4b + 1)$

Conclusão?

✓

C

$\boxed{\text{Sejam } a, b, c \in \mathbb{Z}.}$ Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

confudiu os lados aqui!
$a \cdot y = b$ e $a \cdot k = c$

(i) ~~$\forall a \in \mathbb{Z}$~~, a/a sse $\exists y \in \mathbb{Z}$ tal que $a.y = a$.* Daí, ~~suponha~~ seja $y = 1$, com $1 \in \mathbb{Z}$, temos que $a.1 = a$, então, ~~(pela def. de divisibilidade)~~ pela def. de divisibilidade, a/a. *(pela def. de divisibilidade)

tu definiu aqui um y e depois não fez nada com ele.

(ii) ~~$\forall a, b, c \in \mathbb{Z}$~~, se $a|b$ e $a|c$, então $\exists y, k$ (de qual conjunto) tal que $\boxed{b.y = a}$ e $\boxed{c.k = a}$. Juntando as fórmulas: $(b.y) + (c.k) = a + a$ $= \frac{(b.y) + (c.k)}{2} = a$?, já que $y, k, \frac{1}{2} \in \mathbb{Z}$ ($1/2 \in \mathbb{Q}$), podemos supor que $\exists w$ tal que $w = y, k$ e $\frac{1}{2}$ (w não pode ser declarado assim) tendo assim $(b+c).w = a$, logo $a | b+c$

certo! $\in \mathbb{Z}$.

(iii) Da mesma forma de (ii), temos ~~$\forall a, b, c \in \mathbb{Z}$~~, $\exists y, k \in \mathbb{Z}$ t.q. $a.y = b$ e $b.k = c$, juntando: $(a.y).(b.k) = \ldots$?

aqui usou corretamente.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

realmente!

iii - Se $a | b$, então $b = a.q' + 0$
Se $b | c$, então $c = b.q'' + 0$
Portanto: $c = a . q' . q'' + 0$
$c = a . (q' . q'') \rightarrow a | c$

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

i - Pelo teorema da ~~divisibilidade~~ divisão:

$x = y . q + r$ ← o que são todos eles? (x, y, q, r)

Se $a | a \rightarrow a = y$, $a = x$, $r = 0$

$a = a . q + 0$

Sendo $q = 0 \rightarrow$ Verdade $\exists q$ para (i) é Verdade

ii - Se $a | b \rightarrow b = aq' \boxed{+0}$
Se $a | c \rightarrow c = aq'' \boxed{+0}$ porque?

Portanto: $a | b+c \rightarrow b + c = a . q''' + 0$

$a.q' + aq'' = a . q'''$

$a.(q' + q'') = a . (q''')$

Sendo $q' + q'' = q''' \rightarrow$ Verdade

$\exists q$ para (ii) é Verdade

ideia certa, mas cuidado na escrita.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Seja $n \in \mathbb{Z}$.

Se $3 \nmid m$, então $m = 3 . q + \underbrace{1}$ ou $m = 3 . q + \underbrace{2}$ — Possíveis Restos

onde $q \in \mathbb{Z}^{+}$. ← porque?

$\boxed{\text{Assumo que } 3 | m^2 - 1}$, então $m^2 - 1 = 3q' + 0$ ← não declarado.

Se $m = 3q + 1 \rightarrow (3q+1)^2 - 1 = 3q'$

$3q^2 + 6q + \cancel{1} - \cancel{1} = 3q'$

3 divide $3q . 3q$ e divide $6q$

Se $m = 3q + 2 \rightarrow (3q+2)^2 - 1 = 3q'$

$3q^2 + 12q + 4 - 1 = 3q'$

→ qual a utilidade desse q'?

3 divide $3q . 3q$, divide $12q$ e divide 3

Verdade

não podes assumir o que tu queres provar!!!

- Portanto $3 | (m^2 - 1)$

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b+c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

$x \mid y \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}\ k \cdot x = y$

parece "do nada"

(i) $a \mid a \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}\ k \cdot a = a$, $\boxed{k=1}$

(ii) $a \mid b \to b = k' \cdot a$ o que são?

$a \mid c \to c = k'' \cdot a$ ($\exists k \in \mathbb{Z}$)

$a \mid (b+c) \Leftrightarrow k \cdot a = b + c$

$k \cdot a = k' \cdot a + k'' \cdot a$

$k \cdot a = a \cdot \underbrace{(k' + k'')}_{k'''}$??

(iii)

$a \mid b \Leftrightarrow k' \cdot a = b$

$b \mid c \Leftrightarrow k'' \cdot b = c$

$a \mid c \Leftrightarrow k''' \cdot a = c$

$\underbrace{k' \cdot k''}_{k'''} \cdot a = c$

idéias certas mas tem que melhorar tua escrita/expressão.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

$3 \nmid n$ ← o qué são essas afirmações do nada?

$3 \mid n^2 - 1$ ←

use 0 para não confudir com o conjunto vazio.

$3 \mid (n+1)(n-1)$

$n \not\equiv \emptyset \pmod 3 \Leftrightarrow (n+1) \equiv \emptyset \pmod 3 \lor (n-1) \equiv \emptyset \bmod (3)$...

NÃO ENTENDIDO

idéia certa, mas mal escrita.

pois é.

não use os símbolos da linguagem da lógica matemática misturados com texto

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(i)

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Assumindo $n = 2$, podemos constatar que a afirmação $3 \nmid n$ é verdadeira. Porém $3 \mid n^2 - 1$ é satisfeita.

Logo $3 \mid 2^2 - 1 \Rightarrow 3 \mid 3$.

Se adotarmos $n = 3$, a afirmação $3 \nmid 3$ será incorreta, porém $3 \mid 8$ também será incorreta.

Logo $\forall n \in \mathbb{Z}$, onde $n \neq 3$. A condição é verdadeira.

?!?. Tu "provou" que todos os inteiros (infinitamente muitos...) tem uma propriedade verificando apenas os 2 e 3 ?!

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

tu não queres o k arbitrario, mas bem específico: tu queres k=1!

PROVA.

(i) Suponha por absurdo que $a \nmid a$.

~~Tome $k \in \mathbb{Z}$ como um número arbitrario.~~

Se $a \nmid a$ então, pela definição de divisibilidade,

$a \cdot k \neq a$ $\forall k \in \mathbb{Z}$. "para todo"

Quando $k = 1$, temos que $a.1 \neq a$. ABSURDO!

portanto $a \mid a$ certo mas provar por absurdo é completamente desnecessário aqui. A prova direta é: $a = a \cdot 1$, e $1 \in \mathbb{Z}$, logo $a \mid a$.

(CORRECÇÃO)

(ii) Seja $a, b, c \in \mathbb{Z}$, tal que $a \mid b$ & $a \mid c \Rightarrow a \mid b+c$, então existe $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$ tal que $b = ak_1$ e $c = ak_2$. Somando $b+c$ temos, $b+c = ak_1 + ak_2$, $b+c = a(k_1+k_2)$. Sendo $k_3 = k_1 + k_2$, $k_3 \in \mathbb{Z}$ e $b+c = ak_3$, logo $a \mid b+c$.

Portanto $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}$, temos que $a \mid b$ & $a \mid c \Rightarrow a \mid b+c$.

(iii) Seja $a, b, c \in \mathbb{Z}$, tal que $a \mid b$ & $b \mid c \Rightarrow a \mid c$, então existe $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$ tal que $b = ak_1$, $c = bk_2$, como $b = ak_1$, então $c = ak_1 \cdot k_2$. Sendo $k_3 = k_1 \cdot k_2$, $k_3 \in \mathbb{Z}$, logo $c = ak_3$ então $a \mid c$.

Portanto, $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}$ $a \mid b$ & $b \mid c \Rightarrow a \mid c$

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$; pulou o mais fácil ?!

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(ii) $a|b$. Então, $\exists k_1 \in \mathbb{Z}$ tal que $a \cdot k_1 = b$

$a|c$. Então, $\exists k_2 \in \mathbb{Z}$ tal que $a \cdot k_2 = c$

Seja $k_3 = k_1 + k_2$

$b + c = a \cdot k_1 + a \cdot k_2$; $a(k_1 + k_2) = b + c$; $a \cdot k_3 = b + c$

Portanto, se $a|b$ $\cancel{\&}$ e $a|c$ $\cancel{\Rightarrow}$ então $a|b+c$

(iii) $a|b$. Então, $\exists k_1 \in \mathbb{Z}$ tal que $a \cdot k_1 = b$

$b|c$. Então, $\exists k_2 \in \mathbb{Z}$ tal que $b \cdot k_2 = c$

Seja $k_3 = k_1 . k_2$

? $b . k_1 . k_2 = c$; $a . k_3 = c$

Portanto, se $a|b$ $\cancel{\&}$ e $b|c$ $\cancel{\Rightarrow}$ então $a|c$

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

$a, b, c \in \mathbb{Z}$

I) $a|a$ sse $\exists k \in \mathbb{Z}$ tq $a = k.a$

~~logo, $k=1$ e $a|a$~~ para

realmente, $a = 1 \cdot a$.

II)

$a|b \to \exists m \in \mathbb{Z}$ tq. $b = a.m$

$a|c \to \exists n \in \mathbb{Z}$ tq $c = a.n$

$a|b+c$. $b+c = (a.m)+(a.n)$

$b+c = a(m+n)$

logo, $a|b+c$

III)

$a|b \to \exists m \in \mathbb{Z}$ tq $b = a.m$

$b|c \to \exists n \in \mathbb{Z}$ tq $c = b.n$

$a|c \to \exists k \in \mathbb{Z}$ tq $c = a.k$

$c = b.n$, $b = a.m$

$b.n = a.\boxed{k}$ → o que é esse k?

$a.m.n = a.k$

$a(m.n) = a.k$

logo, $a|c$

ideias certas. Cuidado com expressão/escrita.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Seja $n \in \mathbb{Z}$.

$3 \nmid n$ ← não escreva afirmações assim "do nada".

?

base

$n = 1$

$3 \nmid 1$ ✓

$3 | (1^2 - 1)$, $3|0$ ✓

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

não use esse símbolo assim!

PROVA.

i) ~~$a|a \to \exists k \in \mathbb{Z} \mid ka = a$~~

$1 . a = a \therefore a|a$

ii) $a|b \to \exists k \in \mathbb{Z} \mid ka = b$

$a|c \to \exists i \in \mathbb{Z} \mid ia = c$

$a|b \wedge a|c \to ka = b \wedge ia = c$

$b + c = ka + ia = a(k+i)$

$k, i \in \mathbb{Z} \to k+i \in \mathbb{Z}$

$\therefore a|b \wedge a|c \to a|b+c$

iii) $a|b \to \exists k \in \mathbb{Z} \mid ka = b$

$b|c \to \exists i \in \mathbb{Z} \mid ib = c$

$a|b \wedge b|c \to ka = k \wedge ib = c$

$ika = c$

$i, k \in \mathbb{Z} \to ik \in \mathbb{Z}$

$\therefore a|b \wedge b|c \to a|c$

ideia certa!
Cuidado com notação e expressão.
veja gabarito.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

$3 \nmid n \to \nexists k$

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

"existe" k?!

esse jeito de escrever provas te confunde.

(i) 1- $a|a$

2- $a.k = a$, onde $\exists k \in \mathbb{Z} : k = \frac{a}{a} = 1$ ← por que $a \neq 0$?

3- $a.1 = a$, logo $a|a$

(ii) 1- $a|b$ & $a|c \Rightarrow a|b+c$

2- se $b + c = a.k$, onde ? $\exists\, k, D \in \mathbb{Z} : D = a.k$?

3- se $a|D$, logo $a|b+c$?

(iii) 1- $a|b$ & $b|c \Rightarrow a|c$

2- $b = a.k$ e $c = b.x$, onde $\exists\, k, x \in \mathbb{Z} : b = \frac{c}{x}$ ← por que $x \neq 0$?

3- $\frac{c}{x} = a.k \Rightarrow c = a.k.x \Rightarrow$ 4- $c = a.y$, onde $\exists\, y \in \mathbb{Z} : y = k.x$

5- logo $a|c$?

umas ideias certas. veja gabarito.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

Assumiu o que tu queres provar

(i) Seja $a \in \mathbb{Z}$, tal que $a|a$, então existe $k \in \mathbb{Z}$ tal que, $a \cdot k = a$. P/ $k=1$, temos $a.1 = a$.
Então $\forall a \in \mathbb{Z}$, $a|a$.

(ii) Sejam $a,b,c \in \mathbb{Z}$, tal que $a|b$ & $a|c \Rightarrow a|b+c$,
então existe $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$, tal que $b = ak_1$ e $c = ak_2$, somando $b+c$, temos $b+c = ak_1 + ak_2$, $b+c = a(k_1+k_2)$. Sendo $k_3 = k_1+k_2$, temos que $b+c = ak_3$.
Logo, $a|b+c$
Portanto, $\forall a,b,c \in \mathbb{Z}$, $a|b$ & $a|c \Rightarrow a|b+c$

aqui tá certo!

(iii) Sejam $a,b,c \in \mathbb{Z}$, tal que $a|b$ e $b|c$, então existe $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$ tal que, $b = ak_1$ (i) e $c = bk_2$ (ii).
Substituindo (i) em (ii) teremos, $c = a k_1 \cdot k_2$. Sendo $k_3 = k_1 \cdot k_2$, temos que $c = ak_3$,
logo, $a|c$. Portanto $\forall a,b,c \in \mathbb{Z}$ $a|b$ & $b|c \Rightarrow a|c$.

ideias certas, mas escritas erroneamente.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Seja $n \in \mathbb{Z}$, tal que, $3 \nmid n \Rightarrow 3 | n^2-1$.

Incompleto

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

não use notação improvisada!

PROVA.

se $a \nmid a$ então $\boxed{\{\exists x \,/\, a \cdot x = a\}}$ $x \in \mathbb{Z}$

Ñ RECOMENDO USAR DIVISÃO

$a \cdot x = a \Rightarrow x = \frac{a}{a} \Rightarrow x = 1$ então $\{\nexists x \,/\, x \in \mathbb{Z} \ \& \ a \cdot x = a\}$ é absurdo.

por que $a \neq 0$?

dado que $\frac{b}{a} = x$ com $x \in \mathbb{Z}$ e $\frac{c}{a} = y$ com $y \in \mathbb{Z}$. $\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = x + y = \frac{b+c}{a}$.

? ? ?

$x + y \in \mathbb{Z}$ pois inteiros são fechados em somas.

?

$a \cdot x = b$ com $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{b}{a}$

$b \cdot y = c$ com $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y = \frac{c}{b}$ ← por que $\neq 0$? ...etc.

$\Rightarrow b \cdot \frac{c}{a} = x \cdot y$. $\{x, y \in \mathbb{Z}\}$ logo $b \cdot \frac{c}{a} \in \mathbb{Z}$

como $b \in \mathbb{Z}$ conclui-se que $\frac{c}{a} \in \mathbb{Z}$ pois inteiros são fechados na multiplicação.

?

tecnicamente ideias certas mas escritas erroneamente!

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

i) $a \mid a \Leftrightarrow \exists K \in \mathbb{Z}$, t.q. $K . a = a$

- considere $\boxed{K_1 = 1} \to K_1 \in \mathbb{Z}$
- $1 . a = a$
- $\exists K \in \mathbb{Z}$, $K . a = a$
- $a \mid a$

Tente escrever em portugues mesmo, continuando formal

ideia certa!

Do jeito que você escreveu, pareceu que começou supondo verdade de que $a|a$, mas isso é justamente o que você quer provar.

Não. A primeira afirmação do aluno não foi a: $a \mid a$, (nesse caso tu seria certo)
Foi a equivalência $a|a \Leftrightarrow \exists k \ldots$
que é verdadeira (~~[illegible]~~ pela definição do símbolo $\mid$).

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

?

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

cuidado, não inclinar o símbolo.

qual é a definição de | ?

(ii) SE a/b ENTÃO "O RESTO DA DIVISÃO $a/b = 0$"

SE a/c ENTÃO O RESTO DA DIVISÃO $a/c = 0$

LOGO, O RESTO DA DIVISÃO $a/b+c = 0 + 0 = 0$, PORTANTO $a|b+c$.

por que??

(iii)

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA. ?!?

i) $\cancel{\frac{a}{a} = 0}$, Logo $a|a$

ii) $\frac{b}{a} = 0$; $\frac{c}{a} = 0$, então $\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = 0$, Portanto $\frac{b+c}{a} = 0$, Logo $a|b+c$ se $a|b$ e $a|c$.

mas no caso de $a = 6$, $b = 2$ e $c = 3$, onde $\frac{6}{2}$ e $\frac{6}{3}$ mas não $\nmid$ $\frac{6}{5}$ ou $\frac{a}{b+c}$

iii) $\frac{b}{a} = 0$; $\frac{c}{b} = 0$, Assim $b = n \cdot a$ e $c = b \cdot m$, logo $\frac{c}{a} = \frac{n \cdot a \cdot m}{a}$, Sendo assim, se $a|b$ e $b|c$ então $a|c$.

Veja a definição da divisibilidade.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $\boxed{3 \nmid n}$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Indução

Passo base $(n = 1)$ — n não pode ser 1 — por que?

se $3 \nmid n$, 3 é divisível por 1

se $3 \nmid 1$, então $3 | 1^2 - 1$ ~~(FALSO)~~ (Verdadeiro!)

Hipótese:

Se $3 \nmid n$, então $3 | n^2 - 1$

Passo Indutivo

se $3 \nmid n+1$, então $3 | (n+1)^2 - 1$

$3 | n^2 + 2n + 1 - 1$

$\to$ $3 | n^2 - 1 + 2n + 1$

Não é Possível achar uma fórmula fechada que satisfaça a hipótese, então a afirmação não é verdadeira.

Raciocínio errado! Cuidado.

Veja o gabarito.

C

6

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

√ (i) $a \mid a$;

F (ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

$\frac{6}{2}$ é o número 3.
Aqui tu tá usando ele como se fosse uma proposição.

i) por que?? $\underline{a=1}$ $\frac{1}{1}=1$ ✓ $\cancel{\underline{a:K\cdot 1}}$?? $\frac{K\cdot 1}{K\cdot 1}=1$ ✓ O que é k? (variável não definida) Incompleto	ii) Sendo $a=6$, $b=2$ e $c=3$ $\frac{6}{2}$ e $\frac{6}{3}$, porém $\frac{6}{2+3}=\frac{6}{5}$ ∴ não divisível Contra-exemplo coerente e correto?	iii)

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

$n=2$, $\frac{3}{4-1}=\frac{3}{3}=1$?

Incompleto

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(i) Como $a = a$ $\boxed{\text{o MDC de } a}$ é igual ao de a

o que é o MDC de a?

logo $a|a$?

?

(ii)

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Qualquer n que não é multiplo de 3 pode ser escrito na forma $3K+1$ ou $3K+2$, $K \in \mathbb{Z}$

~~casos~~ temos 2 casos

EXPLICAR O MOTIVO (módulo)

não seria necessario justificar, mas nem precisa usar módulo para o justificar. É uma aplicação direta do teorema da divisão (Euclides).

$n = 3K+1$ ① $n = 3K+2$ ②

Continua na folha

ONDE?

não tem.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

i - ~~sesa~~ $a \neq 0$, $\exists$ $K = 1$ ~~que~~ $a \cdot K = a \Rightarrow a \cdot 1 = a$

$a = a$?

→ o valor de K não é definido na sua "declaração".

a não precisa ser diferente de 0.

(Verdade para $K = 1$)

ii -

$\exists$ k_1 ~~que~~ $a \cdot k_1 = b$

$\exists$ k_2 ~~que~~ $a \cdot k_2 = c$

$(a \cdot k_1) + (a \cdot k_2) = b + c$

$a \cdot (k_1 + k_2) = b + c$

iii - $\exists$ k_1 ~~que~~ $a \cdot k_1 = b$

$\exists$ k_2 ~~que~~ $b \cdot k_2 = c$

$K = k_1 \cdot k_2$

$a \cdot k_1 \cdot k_2 = c$

$a \cdot K = c$

ideias certas mas escritas erroneamente.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

$\exists$ $K \in \mathbb{Z}$ ~~que~~ $3 \cdot K \neq n$

$\frac{(3 \cdot K) + 1}{n} = n$

$3 \cdot K = (n \cdot n) - 1$

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

i) Se temos $x|y$, com x e $y \in \mathbb{Z}$, sabemos que $\exists k$ tq. $y = x.k$, assim se x e y forem iguais, no caso, se forem a, teremos $a = a.k$, onde $k = 1$, logo $a|a$.

mas não temos a|a. Queremos provar.

ii) Se $a|b$ e $a|c$ significa que $b = a.k$ e $c = a.k'$, onde $k, k' \in \mathbb{Z}$ caso somarmos $b+c$ teremos $b + c = a.k + a.k' \Rightarrow b + c = a(k+k')$, seja $d =$ $k + k'$ ~~onde~~ Então $d \in \mathbb{Z}$ e temos que $b + c = a.d$, logo $a | b+c$. ?

iii) ($a|b$ e $b|c \Rightarrow a|c$): Se $a|b \Rightarrow b = a.k$ I e se $b|c \Rightarrow c = b.k'$ II substituindo I em II temos $c = (a.k).k'$, como multiplicação de inteiros resulta em inteiro $k.k' = d$, $d \in \mathbb{Z}$, logo $c = a.d$, assim $a|c$.

ideias certas, mas escritas erroneamente.
Parece que tu tá usando o que tu queres provar.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

i)

ii)

iii)

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

2

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

por que escreveu isso?

(i) Tem-se que $a = a \cdot 1$. Como $1 \in \mathbb{Z}$, pela definição de divisibilidade, $a \mid a$. ✓

(ii) ~~Como~~ ~~a|b~~ Suponhamos $a \mid b$ e $a \mid c$, o que significa que $\exists m \in \mathbb{Z}\, \exists n \in \mathbb{Z}\, (am = b \wedge an = c)$. Desta forma, tem-se que $b + c = am + an = a(m+n)$. Como $(m+n) \in \mathbb{Z}$, conclui-se que $a \mid b+c$. ✓

(iii) Suponhamos $a \mid b$ e $b \mid c$, o que significa que $\exists m \in \mathbb{Z}\, \exists n \in \mathbb{Z}\, (am = b \wedge bn = c)$. De $am = b$ e $bn = c$, temos que $amn = c$. Como $mn \in \mathbb{Z}$, tem-se que $a \mid c$. ✓

~~Não misture símbolos de linguagem de lógica matemática com texto como se fossem abreviações.~~

~~Está tudo bem.~~

Tente praticar escrever formalmente sem depender em formulas de lógica matematica.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Seja $n \in \mathbb{Z}$

Suponhamos $3 \nmid n$. Logo, ou $\exists k \in \mathbb{Z}\, (n = 3k+1)$ ou $\exists k \in \mathbb{Z}\, (n = 3k+2)$.

- Caso $n = 3k+1$, $n^2 - 1 = (3k+1)^2 - 1 = 9k^2 + 6k = 3(3k^2 + 2k)$. Como $(3k^2 + 2k) \in \mathbb{Z}$, segue que $3 \mid (n^2 - 1)$
- Caso $n = 3k+2$, temos que $n^2 - 1 = (3k+2)^2 - 1 = 9k^2 + 6k + 3 = 3(3k^2 + 2k + 1)$. Como $(3k^2 + 2k + 1) \in \mathbb{Z}$, segue que $3 \mid (n^2 - 1)$

✓ ?

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA. Porque colocar $\perp$ aqui?

por que não? $a \cdot 1 = a$ é uma afirmação correta.

(I) $a \cdot 1 = a$, ~~então a|a=1~~. Logo, $a \mid a$.

Suposição

(II) Se $a \mid b$, então $\exists x \in \mathbb{Z} \mid b = a \cdot x$; Se $a \mid c$, então $\exists y \in \mathbb{Z} \mid c = a \cdot y$.
Se $b = a \cdot x$ e $c = a \cdot y$, logo $b + c = a(x+y)$. Portanto, $a \mid b + c$.

não use a | assim!

Suposição

(III) Se $a \mid b$, então $\exists x \in \mathbb{Z} \mid b = a \cdot x$; Se $b \mid c$, então $\exists y \in \mathbb{Z} \mid c = b \cdot y$.
Como $b = a \cdot x$ e $c = b \cdot y$, logo $c = a \cdot x \cdot y$. Portanto, $a \mid c$.

tente praticar escrever matemática sem usar os $\exists, \forall, \vee, \wedge$, etc. como se fossem abreviações.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

~~Não múltiplos de 3 podem ser escritos de duas~~

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(ii) Suponha que $a|b$ e $a|c$, então $\exists\, k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$ tal que $b = a.k_1$ e $c = ak_2$. Assim, $b + c = ak_1 + \cancel{b}k_2 = a(k_1+k_2)$ como ~~a soma de números inteiros geram números inteiros~~ ~~($\exists k$ & tal que $k_1+k_2 = k$ então $b+c = ak$ portanto)~~ $a|b+c$ desnecessário

OK

use "existem" mesmo.

$\checkmark$

por que escrever essa frase?

a primeira parte tá ok!

Certo

(iii) Suponha $a|b$ e $b|c$, então $\exists\, k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$ tal que $b = ak_1$ e $c = bk_2$ então $c = (ak_1)k_2 = a(k_1k_2)$, como k_1 e k_2 são inteiros, conclui-se que $a|c$

OK

mostrar como chegou aqui

então $(k_1k_2 \in \mathbb{Z})$.

Certo

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

~~Se $3 \nmid n$ então $3|n^2-1$~~ Errado

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(i) Se $a \mid a$ então ~~$a = m$~~ existe um m tal que: $a = m \cdot a$.

Para $m = 1$, temos que $a = 1 \cdot a$

$a = a$.

a ideia é essa mesmo, mas:

(iii)

escrito assim, tu suponha o que tu queres provar.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

b+c é um número.
Não pode "fazer" um número.

C

Sejam $\boxed{a, b, c \in \mathbb{Z}.}$ Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \&\ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \&\ b \mid c \implies a \mid c$.

sim!

* O conjunto das provas deveria ser o Z

$\boxed{\text{Deveria indicar que as variáveis a, b e c são da respectiva questão}}$

PROVA. X Errado

(ii) $\exists k, u \in \mathbb{R}$

$b = ak$

$c = au$

$\boxed{\text{Fazendo } b+c:}$

$b + c = ak + au$

$b + c = a(k+u)$

Logo, $a \mid b+c$ ■

(conflito)

(iii) $\exists k, u \in \mathbb{R}$

$b = ak$ $\boxed{(i)}$

$c = bu$ $\boxed{(ii)}$

Substituindo (i) em (ii): ✓

$c = bu$

$\Rightarrow c = (ak)u$

$\Rightarrow c = a(ku)$

Logo, $a \mid c$

Não. O problema já declarou as variáveis $a, b, c \in \mathbb{Z}$, aqui!

ideias certas, mas tem que praticar tua expressão/escrita.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

por que?

PROVA.

APENAS VERIFICANDO

(i) $a = 1$

$1 \mid 1$ V

Falta Provar para todo $a, b, c \in \mathbb{Z}$

sim!

(ii) $a = 2$, $b = 2$, $c = 4$

$2 \mid 2$ & $2 \mid 4 \Rightarrow 2 \mid 6$ V

(iii) $a = 2$, $b = 2$, $c = 4$

$2 \mid 2$ & $2 \mid 4 \Rightarrow 2 \mid 4$ V

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

exatamente

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

por que escrever isso?

Prova.

Se $a=0$ como fica?

E (i) Como $a = a \cdot 1$, então $\frac{a}{a} = 1$, portanto $a \mid a$.

C (ii) Como $b = ak$, ~~t.q.~~ para algum $k \in \mathbb{Z}$, e $c = an$, ~~t.q.~~ para algum $n \in \mathbb{Z}$, então $b + c = a(k+n)$, e portanto $a \mid b+c$.

C (iii) Como $b = ak$, ~~t.q.~~ para algum $k \in \mathbb{Z}$, e $c = bn$, ~~t.q.~~ para algum $n \in \mathbb{Z}$, então $c = akn$, e portanto $a \mid c$.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

?

Prova.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

então, temos, logo, segue, ...

PROVA.

(i) Como $a = a \cdot 1 \Rightarrow a \mid a$ (pois $\exists\, k \in \mathbb{Z} \mid a = a \cdot k$, neste caso, $k = 1$) //

(ii) Se $a \mid b \Rightarrow b = a \cdot k_1$; Se $a \mid c \Rightarrow c = a \cdot k_2$; Sendo $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$. Assim, $b + c = a \cdot k_1 + a \cdot k_2$

$b + c = a(k_1 + k_2)$.

Como $(k_1 + k_2) \in \mathbb{Z}$, tem-se que $a \mid b + c$. //

(iii) ~~Usando~~ Se $a \mid b$, $\exists\, k_3 \in \mathbb{Z} \mid b = a \cdot k_3$. Se $b \mid c$, $\exists\, k_4 \in \mathbb{Z} \mid c = b \cdot k_4$.

t.q. t.q.

Fazendo, $c = (\underbrace{a \cdot k_3}_{b}) \cdot k_4 \Rightarrow c = a \cdot (k_3 k_4)$. Como $k_3 \cdot k_4 \in \mathbb{Z}$ $a \mid c$.

ideias todas certas mas cuidado com o jeito de escrever. (Veja gabarito.)

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Se $3 \nmid n \Rightarrow n = 3 \cdot k_1 + 1$, para $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$

ou $n = 3 \cdot k_2 + 2$. sim! e...?

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \&\ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \&\ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(i) $a|a \Rightarrow a = a \cdot k,\ k \in \mathbb{Z}$ e $k = 1$

(ii) $a|b \wedge a|c \Rightarrow a|b+c$

Se $b = a \cdot k_1,\ k_1 \in \mathbb{Z}$

e $c = a \cdot k_2,\ k_2 \in \mathbb{Z}$

$b + c = a \cdot k,\ k \in \mathbb{Z}$

$a \cdot k_1 + a \cdot k_2 = a \cdot k$

$\boxed{a \underbrace{(k_1 + k_2)}_{\in \mathbb{Z}} = a \cdot k}$

Se $a|b$ e $a|c$, então $a|b+c$, por ser uma das combinações lineares entre b e c.

logo $a|b+c$

(iii) $a|b \wedge b|c \Rightarrow a|c$

Se $b = a \cdot k_1,\ k_1 \in \mathbb{Z}$,

e $c = a \cdot k_2,\ k_2 \in \mathbb{Z}$

$c = a \underbrace{k_1 \cdot k_2}_{k_1 \in \mathbb{Z}}$, logo $a|c$

$\boxed{c = a \cdot k}$

ideias certas mas cuidado com o jeito de escrever!

D

Prove que para todo $n \in \boxed{\mathbb{Z}}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

pense como mudar a prova para concluir realmente sobre $\mathbb{Z}$.

PROVA.

Usando o princípio de $\boxed{\text{Indução finita}}$

Base: para $n = 1$

$3 \nmid 1 \rightarrow 3 | 1^2 - 1 \Rightarrow 3 | 0$, é verdadeiro

← "é verdadeiro"... o que?

Hipotese de Indução: Suponha que é verdadeiro para k

$\boxed{3 \nmid k \rightarrow 3 | k^2 - 1}$

Tese: ~~Se para $n = k$ é verdadeiro~~, ~~suponmos~~ provar que para $n = k+1$ também será.

$3 \nmid (k+1) \rightarrow \boxed{3 | (k+1)^2 - 1}$

$\rightarrow k^2 + 2k + 1 - 1$

$\rightarrow \boxed{\underbrace{k^2 - 1}_{\text{Hipotese de Indução}}} + 2k + 1$

o raciocínio é correto, mas faltou conclusão.

compare!

isso é o que voce quer provar.

procure-me para esclarecer!

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(i) $a \mid a \iff \exists k \in \mathbb{Z}$ T.q. $a = k \cdot a$

ok para ~~se~~ $k = 1$, $a = a$. ■

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$

$\exists k$ t.q. $b = ka$. — p/ algum?

$\in \mathbb{Z}$ $\exists j$ T.q. $c = ja$.

logo, $\exists x \in \mathbb{Z}$?

T.q.

$b + c = xa$

$ka + ja = xa$ ok

$a(k+j) = a(x)$

Se $k + j = x$, $a = a$ ■

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$

$\exists k$ T.q. $b = ka$

$\exists j$ T.q. $c = jb$ — p/ $\in$ a algum?

quero provar que:

$\exists x$ t.q. $c = ax$

$c = jka$;

$jka = xa$

se $jk = x$, $a = a$ ■

ok

ideias certas mas escritas erroneamente.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Se $3 \nmid m$, m pode ser representado de duas formas:

~~$\exists k$ T.q.~~ para algum $k \in \mathbb{Z}$

$m = 3k + 1$ ou $m = 3k + 2$.

CUIDADO !!!

$(a+b)^2 = a^2 + b^2$??

quando $m = 3k + 1$:

$\boxed{m^2 = 9k^2 + 1}$

$m^2 - 1 = 9k^2$

$m^2 - 1 = 3(3k^2)$

$\boxed{\text{divisivel por } 3}$

quando $m = 3k + 2$

$\boxed{m^2 = 9k^2 + 4}$

$m^2 - 1 = 9k^2 + 3$

$m^2 - 1 = 3(3k^2 + 1)$

$\boxed{\text{divisivel por } 3}$

ok

■

(iii) $a|b$ e $b|c \to a|c$

$a \cdot k = b$ $b \cdot q = c$

$\hookrightarrow a \cdot k \cdot q = c$

$a \cdot (k \cdot q) = c$

logo, $a|c$

(i) $a|a \to \exists k \in \mathbb{N} \mid$

$a \cdot k = a$

$\therefore k = 1$

(ii) $a|b$ e $a|c \to$

$a \cdot k = b$ somando as duas $a \cdot z = b + c$

$a \cdot q = c$ $(a \cdot k) + (a \cdot q)$

$a(k+q) = b + c$

logo, $a|b+c$

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

não use o | assim!

(i) $a|a \to \exists k \in \mathbb{N} \mid \boxed{a \cdot k = a}$, o que é verdade com $k = 1$ ~~para qualquer~~

(ii) $a|b$ e $a|c \to$ $a \cdot k = b$. somando as ~~expressões~~ equações: $a \cdot k + a \cdot q = b + c$

$a \cdot q = c$ logo, $a|b+c$ $\boxed{a(k+q) = b + c}$

(iii) $a|b$ e $b|c \to$ ~~$a|c$~~

$a \cdot k = b$ Logo, $a|c$

$b \cdot q = c$

$(a \cdot k) \cdot q = c$

$\boxed{a(k \cdot q) = c}$

não use setinhas com semântica improvisada assim.

As ideias certas!

$3 \cdot q = n^2 - 1$

$3 \nmid n \to \nexists k \in \mathbb{N} \mid 3 \cdot k = n$

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

~~$3 \cdot k + 1 = n$ ou $3 \cdot k + 2 = n$~~

$3k = n - 1$

$3q = n - 2$

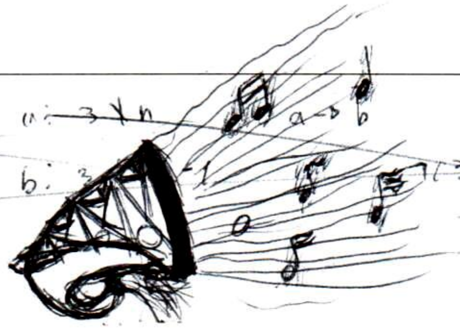
Assuma que $3 \nmid n^2 - 1$

$3 \nmid n^2 - 1 \to \nexists k \in \mathbb{N} \mid 3 \cdot k = n^2 - 1$

a: ~~$3 \nmid n$~~ $a \to b$ $\neg b \to \neg a$

b: ~~$3 | n^2 - 1$~~   ~~$\neg(3 | n^2 - 1) \to 3 | n$~~

$3 \nmid (n^2 - 1) \to 3 | n$.



não (ab)use esse simbolo assim!

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$; ? ε

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$. ? ε

PROVA.

(i). $a \mid a$ sse $\exists\, w \in \mathbb{Z} \mid a = w \cdot a$

· p/ $w = 1$, temos: $a = 1 \cdot a$

$a = a$

· logo, $\exists\, w \in \mathbb{Z} \mid a = w \cdot a$, ~~onde~~ $w = 1$.

escreva "para".

ideia certa mas escrita erroneamente.

veja gabarito.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

não use $\exists, \forall, \vee, \wedge$, etc. como se fossem abreviações.

PROVA.

(i) Pela definição de divisibilidade, a|a se $\exists k \in \mathbb{N}$ tal que $a = a.k$. ~~sendo~~ $k = 1$, temos que a | a.

"Para", "tomando", etc.

(ii) Se a|B, então $\exists k_1 \in \mathbb{N}$ tal que $B = a.k_1$ e se a|C, então $\exists k_2 \in \mathbb{N}$ tal que $C = a.k_2$, somando as duas equações temos que $B + C = ak_1 + ak_2$ que é a mesma coisa que $B + C = a\underbrace{(k_1 + k_2)}$ ⟹ a soma de dois numeros naturais resulta em um outro natural, k_3, logo $B + C = ak_3$, ~~ou~~ ou seja a|B+C

→ esse k_3 apareceu aqui do nada.

(iii) Se a|B então $B = a.k_1$ e se b|C então $C = B.k_2$, substituindo B temos que $C = ak_1k_2$, a multiplicação de dois Naturais, gera um Natural k_3 ($k \in \mathbb{N}$), logo $C = ak_3$ e pela definição sabemos que a|C pois $C = ak$

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

Se $3 \nmid n$ então o numero n não pode ser um multiplo de 3, sendo 3, 6, 9, 12, 15... e se $3 / n^2 - 1$ sabemos que $n^2 - 1 = 3.k$

?

todas as ideias corretas, mas tente melhorar tua expressão (veja gabarito).

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

i) $a \cdot 1 = a \therefore a \mid a$

não use sintaxe improvisada.

ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \Rightarrow \boxed{\exists y \ \& \ K} \in \mathbb{R}, \ y \cdot b = a \ \& \ K \cdot c = a$

$\mathbb{Z}$? sim!

$\Rightarrow b = \frac{a}{y} \ \& \ c = \frac{a}{K}$

tvz $y = 0$ ou $k = 0$.

?? $\Rightarrow a \mid \frac{a}{y} + \frac{a}{k}$?

$\therefore a \mid b + c$

$\mathbb{Z}$? sim!

iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \ \boxed{\Rightarrow} \ \exists y \ \& \ k \in \mathbb{R}, \ y \cdot b = a \ \& \ y \cdot c = b$

$\boxed{\Rightarrow} \ y \cdot (k \cdot c) = a$

$\boxed{\Rightarrow} \ yk \cdot c = a$

$\boxed{\therefore} \ a \mid c$

tente explicar claramente pra ti mesmo qual a diferença entre os dois símbolos.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(i) $a = a \cdot 1$, portanto, pela def. de divisibilidade, $a | a$.

(ii) $a | b \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} (b = a \cdot k)$
$a | c \Leftrightarrow \exists q \in \mathbb{Z} (c = a \cdot q)$
$\Rightarrow b + c = ak + aq = a(k+q)$ $\therefore$ Como $(k+q) \in \mathbb{Z}$, temos que $a | b + c$.

(iii) $a | b \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} (b = a \cdot k)$ (1)
~~a|c~~ $b | c \Leftrightarrow \exists q \in \mathbb{Z} (c = b \cdot q)$ (2)
De (1), (2) temos: $c = a \cdot k \cdot q$ $\therefore$ Como $(k \cdot q) \in \mathbb{Z}$, temos que $a | c$.

$n = 3k \qquad n^2 - 1 \neq 3q + r, \ r \neq 1$

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

$(3k)^2 - 1 \neq 3q$

$k^2 \neq \frac{3q+1}{3^2}$

$k^2 = \frac{3q+1}{9} \qquad k = \frac{\sqrt{3q+1}}{3}$

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

(i) $a = a \Rightarrow a = a \cdot 1$

$\Rightarrow (\exists q \in \mathbb{Z})(a = a \cdot q)$, $q = 1$

$\Rightarrow a \mid a$ ✓

(ii) $a \mid b \Leftrightarrow (\exists q_1 \in \mathbb{Z})(b = a \cdot q_1)$

$a \mid c \Leftrightarrow (\exists q_2\ \mathbb{Z})(c = a \cdot q_2)$ o que implica o que?

$\boxed{\Rightarrow}$ $b + c = a q_1 + a q_2 = a(q_1 + q_2)$

$\Rightarrow (\exists q \in \mathbb{Z})(b + c = a q)$, $q = q_1 + q_2$

$\Rightarrow a \mid b + c$ ✓

(iii) $b \mid c \Leftrightarrow \exists q_2 \mid$? Incompleto! ✓

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.

(para pensar)

quais são exatamente as (1) e (2), e o que significa as somar?

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b$ & $a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b$ & $b \mid c \implies a \mid c$.

Prova.

??

(i) $a | a \Leftrightarrow (\exists x \in \mathbb{Z})(a = x \cdot a)$, para esse caso, $x = 1$

(ii) $a | b \Leftrightarrow (\exists x \in \mathbb{Z})(b = x \cdot a)$ (1)

$a | c \Leftrightarrow (\exists y \in \mathbb{Z})(c = y \cdot a)$ (2)

Somando (1) e (2): $b + c = x \cdot a + y a \Rightarrow b + c = a(y + x)$.

$(y+x) \in \mathbb{Z}$, logo $a | b + c$.

(iii) $a | b \Leftrightarrow (\exists x \in \mathbb{Z})(b = a \cdot x)$ (1); $b | c \Leftrightarrow (\exists y \in \mathbb{Z})(c = y \cdot b)$ (2)

Aplicando (1) em (2):

$c = y \cdot a \cdot x$; $(y \cdot x) \in \mathbb{Z}$, logo $a | c$.

ideias certas; cuidado na escrita.

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

Prova.

não precisou essa variável.

o que significa "aplicar uma possibilidade no que eu quero provar"?

melhor deixar claro teus casos.

CASO 1: ...

CASO 2: ...

Se $3 \nmid n$, com $n \in \mathbb{Z}$, então é do tipo:

$n = 3 \cdot a + 1$, ou $n = 3b + 2$, com a e $b \in \mathbb{Z}$.

~~Aplicando essas possibilidades em $3 | n^2 - 1$, $n \in \mathbb{Z}$, temos:~~

$(3a+1)^2 - 1 = 9a^2 + 6a + 1 - 1 = 3(3a^2 + 2a)$, ou seja, é divisível por 3.

$(3a+2)^2 - 1 = 9a^2 + 12a + 4 - 1 = 3(3a^2 + 4a + 1)$ que é divisível por 3.

Logo, $(\forall x \in \mathbb{Z})(3 \nmid n \rightarrow 3 | n^2 - 1)$.

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid a$;

(ii) $a \mid b \;\&\; a \mid c \implies a \mid b + c$;

(iii) $a \mid b \;\&\; b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

não use $\exists, \forall, \vee, \wedge$, etc. como se fossem abreviações

Teoria: $x \mid y \iff y = x \cdot z \,.\, z \in \mathbb{Z}$

i) $a \mid a$, logo $\exists z \in \mathbb{Z}$ tq $a = a \cdot z$ ✓

parece que tu usou o $a|a$ → mas é o que tu queres provar.

$\frac{a}{a} = z$ → por que $a \neq 0$?

$\boxed{z = 1}$

ii) $a \mid b$, logo $\exists z \in \mathbb{Z}$ tq $\underline{b = a \cdot z}$ // $a \mid c$, logo $\exists w \in \mathbb{Z}$ tq $\underline{c = a \cdot w}$

?

$a \mid (a \cdot z) + (a \cdot w) =$

?? X

$a \mid a(z + w)$ $\iff a(z + w) = a \cdot g \,.\, g \in \mathbb{Z}$

$z + w = g$. ✓

iii) $a \mid b \iff b = a \cdot e \,,\, e \in \mathbb{Z}$

$b \mid c \iff \underline{c = b \cdot f}, f \in \mathbb{Z}$ ✓

$\to c = (a \cdot e) \cdot f = a \cdot (e \cdot f)$

$\to (e \cdot f) = g$

$c = a \cdot g$, logo $\underline{a \mid c}$ ✓

Umas ideias certas, mas mal-escritas.

essa igualdade é entre quais dois objetos exatamente?

D

Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $3 \nmid n$ então $3 \mid n^2 - 1$.

PROVA.